Populäre Astronomie.

Von

Friedrich Theodor Schubert,

Mitgliede der Kayserl. und der Königl. Akademien der Wissenschaften zu St. Petersburg, Stockholm und Kopenhagen.

Zweyter Theil.

Theorische Astronomie.

St. Petersburg

Gedruckt bey der Kayserl. Akademie der Wissenschaften.

1810.

13

Bayerische Staatsbibliothek München

BIBLIOTHECA
REGLA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Da eine umständliche Erzählung der Amtsgeschäfte, Reisen, und anderer Hindernisse die die Fortsetzung dieses Werks so lange verzögert haben, die Leser nicht interessiren kann, so muß ich sie bitten, mir auf's Wort zu glauben, daß nicht durch meine Schuld mehr als ein Lustrum zwischen der Erscheinung des ersten und des zweyten Theils verflossen ist; daß ich vielmehr fast jede Stunde, die mir andre dringendere Beschäftigungen über ließen, auf diese Arbeit verwandt habe, theils weil ich es für Pflicht hielt, das in der Vorrede zum ersten Theil gegebene Versprechen, so viel es von mir abhing, zu erfüllen, theils weil mir diese Arbeit eine angenehme Erholung gewährte, theils endlich aus dem noch eigennützigeren Bewegungsgrunde der Furcht, daß bey längerem Zögern das Publi-

kum sich über die Erscheinung der Fortsetzung eines Buchs wundern möchte, dessen Existenz vielleicht längst vergessen war. Eben diese Besorgniß mahnt mich, daß ich schon zu lange bey Entschuldigungen verweilt habe, die vielleicht ganz unnöthig waren, und deren das Buch selbst vielleicht mehr bedarf, als sein spätes Erscheinen. — Solte indeß dem Publikum die Fortsetzung wirklich willkommen seyn, so hoffe ich, die bisherige Verzögrung durch die Versichrung gut zu machen, daß an dem dritten und letzten Theil dieses Werks, der die physische Astronomie enthält, mit diesem zweyten zugleich gedruckt ist, so daß es nur vom Fleiße des Setzers abhängen wird, wie bald jener Theil diesem folgen wird.

Daß aus den zwey Theilen die ich angekündigt hatte, drey geworden sind, kann ich mit nichts entschuldigen, als mit der Erfahrung die so viele Schriftsteller gemacht haben, daß es mit dem Bücherschreiben wie mit dem Häuserbauen ist: selten bleibt es beym ersten Anschlage,

nur bey der Ausführung selbst sieht man, wie man sich verrechnet hatte, und lernt den Umfang der Arbeit richtig schätzen. Solte mein Buch den Nutzen den ich beabsichtigte, wirklich stiften, so war es durchaus nothwendig, daß diejenigen Materien die man als die Grundpfeiler der theoretischen Astronomie ansehn kann, gründlich und ausführlich abgehandelt würden; und so wuchsen die Abschnitte von der Stralenbrechung und Parallaxe, von der Beobachtung und Berechnung der Sterne, von der Keplerschen Theorie, ꝛc. zu einer Größe an, die für die physische Astronomie keinen Raum über ließen.

Es war leicht voraus zu sehn, daß die folgenden Theile dieses Werks etwas mehr geometrische Theorie erfodern würden, als der erste; und ich leugne nicht, daß ich mit Vergnügen gesucht habe, zur Verbreitung des Studiums der Mathematik und der abstrakten Wissenschaften überhaupt bey zu tragen, zu einer Zeit, da dem bessern Theil der Menschen täglich neue Gelegenheit gegeben wird, sich im Abstrahiren zu üben.

Daß die hin und wider vorkommende Abkürzung „Sph.“ anzeigt, daß die angeführte Stelle aus der sphärischen Astronomie oder dem ersten Theile dieses Werks sey, bedarf wol kaum einer Erinnerung.

St. Petersburg,
im Märtz, 1810.

F. T. Schubert.

Inhalt.

Theorische Astronomie.

Einleitung.

§. 1. Täuschung des Scheins bey den Beobachtungen. — §. 2. Erläutrung durch eine Uhr. — §. 3. Ekzentrischer Standpunkt aus dem wir beobachten. — §. 4. Parallaxe. — §. 5. Stralenbrechung. — §. 6. Welt-Systeme. — §. 7. Kopernikanisches System. — §. 8. Keplersche Gesetze. — §. 9. Finsternisse. Kometen. — §. 10. Inhalt der theorischen Astronomie.

Erster Abschnitt.

Von den Berichtigungen der astronomischen Beobachtungen.

I. Kapitel. Stralenbrechung.

§. 11. Sinn des Gesichts. — §. 12. Täuschung dieses Sinns. — §. 13. Stralenbrechende Kraft der Luft. — §. 14. Entdeckung der astronomischen Stralenbrechung. — §. 15. Theorie der astronomischen Stralenbrechung. — §. 16. Gesetz der Stralenbrechung. —

§. 17. Astronomische Stralenbrechung. — §. 18. Ihre Bestimmung durch Beobachtungen. — §. 19. Berechnung der Refraktions-Tafeln. — §. 20. Sonderbare Wirkungen der astronomischen Stralenbrechung.

II. Kapitel. Parallaxe.

§. 21. Messung aus zwey Standpunkten. — §. 22. Standlinie. — §. 23. Feste Punkte zur Ausmessung des Sonnen-Systems. — §. 24. Entdeckung der Parallaxe. — §. 25. Lehnsätze aus der Geometrie. Die Winkel jedes Vierecks = 360°. Parallelogramm. Aehnliche Dreyecke. Proportion. Trigonometrische Linien. Sinus. Logarithmen. Kosinus. Tangente. Kotangente. Trigonometrie der rechtwinklichten und der schiefwinklichten Dreyecke. — §. 26. Erklärung der Parallaxe. — §. 27. Horizontal- und Höhen-Parallaxe. Wahrer und scheinbarer Horizont. — §. 28. Die Parallaxe wird zur scheinbaren Höhe addirt. — §. 29. Lage der beyden Standpunkte. — §. 30. Bestimmung der Parallaxe durch Beobachtungen. — §. 31. Anmerkung. — §. 32. Beyspiel. — §. 33. Bestimmung der Sonnen-Parallaxe. — §. 34. Aus der Parallaxe findet man die Entfernung. — §. 35. Formeln für die Parallaxe und Entfernung.

III. Kapitel. Gestalt und Größe der Erde.

§. 36. Die Erde ist eine Kugel. — §. 37. Aeltre Beweise dafür. — §. 38. Neuere Beweise. — §. 39. Physische Gründe für die Abplattung der Erde. — §. 40. Entscheidung der Frage durch Messungen. — §. 41. Krümmung der Erde. — §. 42. Messung zweyer Breiten-Grade. — §. 43. Aeltre Grad-Messungen. — §. 44. Neuere. — §. 45. Astronomischer Theil der Grad-Messung. — §. 46. Geometrischer Theil. — §. 47. Dessen ausführliche Erklärung. — §. 48. Beyspiel. — § 49. Resultate der Grad-Messungen. — §. 50. Die Erde ist an den Polen eingedrückt. — §. 51. Abplattung der Erde. — §. 52. Die Erd-Meridiane sind nicht elliptisch. — §. 53. Größe der Erdkugel. — §. 54. Aequa-

torial-Parallaxe des Monds. — §. 55. Horizontal-Parallaxe unter verschiedenen Breiten. — §. 56. Unbedeutende Höhe der Berge.

Zweyter Abschnitt.

Von den Welt-Systemen.

I. Kapitel. Tägliche Bewegung der Erde.

§. 57. Einleitung. — §. 58. Doppelte Erklärung der täglichen Bewegung. — §. 59. Beyde gleich befriedigend. — §. 60. Verschiedene Arten von Beweisen. — §. 61. Erste Unwahrscheinlichkeit der Umwälzung der Sphäre. — §. 62. Zweyte Unwahrscheinlichkeit, — §. 63. und völlige Unbegreiflichkeit. — §. 64. Krystallene Sphären der alten Astronomen. — §. 65. Wahrscheinlichkeit der Rotation der Erde. — §. 66. Unmerklichkeit dieser Bewegung. — §. 67. Schwungkraft. — §. 68. I. physischer Beweis. Abplattung der Erde. — §. 69. Verminderung der Schwere durch die Schwungkraft. — §. 70. II. physischer Beweis. Länge des Sekunden-Pendels. — §. 71. III. physischer Beweis. Fall schwerer Körper.

II. Kapitel. Jährliche Bewegung der Erde.

§. 72. Schicksale der Lehre von der Bewegung der Erde. — §. 73. Erklärung der Sonnenbahn durch eine Bewegung der Erde. — §. 74. Beweise a priori für die jährliche Bewegung der Erde. — §. 75. Unmerklichkeit der jährlichen Bewegung der Erde. — §. 76. Jährliche Parallaxe der Fixsterne. — §. 77. Beweis für die Bewegung der Erde a posteriori. — §. 78. Andre Beweise. — §. 79. Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn.

III. Kapitel. Bewegung der Fixsterne.

§. 80. Uebergang vom Sonnen-System zu den Fixsternen. — §. 81. Verrückung der Sterne durch die Parallaxe. — §. 82. Entfernung der Fixsterne. — §. 83. Ihre Größe. — §. 84. Geschwindigkeit des Lichts. — §. 85. Zusammengesetzte Bewegung des Lichts und des Auges. — §. 86. Aberration — §. 87. ist eine Wirkung der jährlichen Bewegung der Erde. — §. 88. Aberrations-Gleichung der Sterne. — §. 89. Nutation der Erd-Axe. — §. 90. Nutations-Tafeln. — §. 91. Präzession. — §. 92. Eigene Bewegung der Sterne. — §. 93. Parallaktische und wahre Bewegung der Sterne. — §. 94. Ihr Unterschied. — §. 95. Bewegung der Sonne und der Sterne. — §. 96. Beobachtung der Sterne. — §. 97. Beyspiel.

IV. Kapitel. Das wahre Sonnen-System.

§. 98. Einleitung. — §. 99. Geozentrische Bewegung der obern Planeten, — §. 100. und der untern. Phasen. — §. 101. Ptolemäisches System. — §. 102. Epizykel und deferirender Kreis. — §. 103. Verhältniß ihrer Halbmesser. — §. 104. Erklärung der zweyten Ungleichheit durch den Epizykel. — §. 105. Erklärung der ersten Ungleichheit durch den ekzentrischen Kreis. — §. 106. Geist des Ptolemäischen Systems. — §. 107. Einwürfe gegen dasselbe. — §. 108. Kopernikanisches System. — §. 109. Erklärung der ersten und zweyten Ungleichheit durch dasselbe. — §. 110. Gründe für das Kopernikanische System. — §. 111. Das Tychonische System.

Dritter Abschnitt.

Von den wahren Bewegungen der Planeten.

I. Kapitel. Theorie des ekzentrischen Kreises.

§. 112. Inhalt des Abschnitts. — §. 113. Gang der Untersuchungen. — §. 114. Ekzentrischer Kreis mit einfacher Ekzen-

rizität. Ekzentrizität. Apsiden. Gleichung des Mittelpunkts. Anomalie. Radius Vektor. — §. 115. Die Ptolemäische Bestimmung der Apsidenlinie. — §. 116. Keplers Methode. — §. 117. Bewegung der Apsiden. Anomalistisches Jahr. — §. 118. Ekzentrischer Kreis mit doppelter Ekzentrizität.

II. Kapitel. Bestimmung der Planeten-Bahnen durch Beobachtungen.

119. Inhalt des Kapitels. — §. 120. Vergleichung des heliozentrischen und geozentrischen Orts der Planeten. Kommutation. Elongation. Prostaphäresis. — §. 121. Lage der Planetenbahnen gegen die Ekliptik. Knoten. Neigung. Argument der Breite. Länge in der Bahn. Reduktion. — §. 122. Mittlere Bewegung der Planeten. Synodischer, siderischer, und periodischer Umlauf. — §. 123. Beobachtung der Oppositionen und Quadraturen. — §. 124. Beobachtung der Knoten und Neigung. — §. 125. Keplers Methoden. — §. 126. Lehnsätze. — §. 127. Berichtigung der Sonnenbahn durch Planeten-Beobachtungen. — §. 128. Probe dieser Methode. — §. 129. Bestimmung der Planetenbahnen durch die Erdbahn; — §. 130. durch die Längen in der Opposition; — §. 131. durch die Breiten in der ☌; — §. 132. durch die Längen außer der ☌; — §. 133. und durch die Entfernungen. — §. 134. Die Planetenbahnen sind nicht Kreise.

III. Kapitel. Die Keplerschen Gesetze.

§. 135. Keplers fernere Untersuchungen. — §. 136. Zweytes Keplersches Gesetz. — §. 137. Beweis desselben. — §. 138. Die Ellipse. Große und kleine Axe. Mittelpunkt. Durchmesser. Brennpunkte. — §. 139. Erstes Keplersches Gesetz. — §. 140. Drittes Keplersches Gesetz.

IV. Kapitel. Elliptische Berechnung der Planetenbahnen.

§. 141. Elemente einer Planetenbahn. — §. 142. Bestimmung der elliptischen Elemente durch Beobachtungen. — §. 143.

Bewegung der Apsidenlinie. Epoche. — §. 144. Einfache elliptische Hypothese. — §. 145. Elliptische Berechnung. — §. 146. Neue Planeten. — §. 147. Elemente aller Planetenbahnen.

V. Kapitel. Die Kometen.

§. 148. Wahrscheinlich große Anzahl der Kometen. — §. 149. Verschiedene Meinungen über die Kometen. — §. 150. Untersuchungen über die Kometen-Bahnen. — §. 151. Kegelschnitte. — §. 152. Beobachtung der Kometen. — §. 153. Parabolische Berechnung. — §. 154. Indirekte Bestimmung einer Kometenbahn. — §. 155. Ihre Berechnung aus drey Beobachtungen. — §. 156. Elliptische Rechnung. — §. 157. Umlaufs-Zeit der Kometen. — §. 158. Unterschied der Kometen und Planeten. — §. 159. Merkwürdige Kometen.

Vierter Abschnitt.

Von den Neben-Planeten.

I. Kapitel. Die Erscheinungen und Bewegungen des Mondes im allgemeinen.

§. 160. Bewegung der Neben-Planeten oder Trabanten. — §. 161. Bemerkungen darüber. — §. 162. Nutzen der Monde. — §. 163. Phasen des Monds. — §. 164. Der Mond erhält sein Licht von der Sonne. — §. 165. Mond-Licht, Erd-Licht, und Sonnen-Licht. — §. 166. Bahn des Mondes um die Erde.

II. Kapitel. Mittlere Bewegung des Mondes.

§. 167. Allgemeine Eigenschaften der Mondbahn. — §. 168. Verschiedene Monate. — §. 169. Ihr wesentlicher Unterschied. — §. 170. Periodischer, siderischer, synodischer, anomalistischer, und Knoten-Monat. — §. 171. Sekular-Gleichung des Monds. — §. 172. Monds-Zykel.

III. Kapitel. Die übrigen Elemente der Mondbahn.

§. 173. Ebne der Mondbahn. — §. 174. Länge der Knoten und Neigung. — §. 175. Lage der Apsiden und Ekzentrizität. — §. 176. Große Gleichungen des Monds. Evektion. Variation. Jährliche Gleichung. — §. 177. Die kleineren Gleichungen. — §. 178. Monds-Parallaxe. — §. 179. Stündliche Bewegung des Monds.

IV. Kapitel. Die übrigen Trabanten.

§. 180. Erscheinung der Trabanten. — §. 181. Entdeckung der Trabanten. — §. 182. Beobachtung der periodischen Umläufe der Trabanten, — §. 183. und der synodischen. — §. 184. Knoten und Neigung. — §. 185. Halbmesser ihrer Bahnen. — §. 186. Scheinbare Ungleichheiten der Trabanten. — §. 187. Wahre Ungleichheiten. — §. 188. Elemente der Trabanten-Bahnen. — §. 189. System der drey untern Jupiters-Trabanten.

V. Kapitel. Der Ring des Saturns.

§. 190. Entdeckung des Saturns-Ringes. — §. 191. Seine wahre Gestalt. — §. 192. Seine Lage. — §. 193. Perioden seiner Sichtbarkeit. — §. 194. Anmerkungen darüber.

Fünfter Abschnitt.

Von Finsternissen und Bedeckungen.

I. Kapitel. Die Mond-Finsternisse.

§. 195. Wichtigkeit dieser Phänomene. — §. 196. Verschiedene Gattungen derselben. — §. 107. Voller und Halb-Schatten der Erde. — §. 198. Ihre Halbmesser. — §. 199. Berechnung der Mondfinsternisse. — §. 200. Totale und partiale Finsterniß. Größte Phase. — §. 201. Beyspiel. — §. 202. Beobachtung der Mondfinsternisse. — §, 203. Ihre Sichtbarkeit auf der Erde.

II. Kapitel. Die Sonnen-Finsternisse.

§. 204. Verschiedene Arten von Sonnenfinsternissen. — §. 205. Die Erdfinsterniß im allgemeinen. — §. 206. Halbmesser der partialen, zentralen, totalen, und ringförmigen Finsterniß. — §. 207. Beyspiel. — §. 208. Weg des Schattens über die Erde. — §. 209. Anfang bey Sonnen-Aufgang, Ende bey Sonnen-Untergang. — §. 210. Oerter die Anfang und Ende der zentralen, — §. 211. und der partialen Finsterniß sehen. — §. 212. Oerter welche die zentrale Finsterniß, — §. 213. und welche die Finsterniß überhaupt sehen. — §. 214. Nutzen der Beobachtungen. — §. 215. Allgemeine Bemerkungen über die Finsternisse.

III. Kapitel. Die Durchgänge der untern Planeten vor der Sonne.

§. 216. Stern-Bedeckungen vom Monde. — §. 217. Erste Beobachtungen der Durchgänge der untern Planeten. — §. 218. Ihre Perioden. — §. 219. Oerter, die den Ein- und Austrit zuerst und zuletzt sehen. — §. 220. Länder, die bloß den Anfang oder das Ende, die alles oder nichts sehen. — §. 221. Bestimmung der Sonnen-Parallaxe aus den verschiedenen Zeiten, — §. 222. und aus der verschiedenen Dauer. — §. 223. Größe der Sonnen-Parallaxe.

Ende des zweyten Theils.

Theorische Astronomie.

Einleitung.

§. 1. Ehr der menschliche Geist den kühnen Gedanken fassen konnte, den Schleyer wegziehen zu wollen, mit dem die Natur ihre Werkstatt umhüllt hat, ehr man es wagen durfte, die unsichtbaren Kräfte aufzuspüren, die das Räderwerk des Universums in Bewegung setzen, muste man durchaus die Bewegung jedes Rades, sowol für sich als in Verbindung mit den übrigen, genau kennen; man muste, so zu sagen, die ganze Maschine aus einander genommen, und die Dimensionen und Verbindungen jedes einzelnen Theils derselben untersucht haben, ehr man daran denken konnte, die Kraft zu bestimmen, die dem Ganzen und jedem seiner Theile diese und keine andere Bewegung mittheilt: mit einem Worte, die theorische Astronomie muste zu einer großen Vollkommenheit gebracht seyn, ehr die physische entstehen konnte. Die sphärische Astronomie zeigt uns nur das Zifferblatt der großen Welten-Uhr, und die Bewegung der Zeiger ist nicht einmal einerley mit der Bewegung des ersten Rades, welches von der Triebkraft unmittelbar in Bewegung gesetzt wird. Freylich steht es glücklicher Weise nicht in unsrer Macht, die Maschine wirklich aus einander zu nehmen — denn welche heillose Experimente würde vorwitzige Neugierde mit der Natur vornehmen! — Nur durch Vernunftschlüsse können wir aus dem was wir sehen, dasjenige herleiten, was wirklich vorgeht, aus der Bewegung der Zeiger den Lauf der Räder entziffern. Allein um dies zu können, müssen wir eine genaue und richtige Kenntniß von der Bewegung der Zeiger selbst haben; wir müssen nicht allein richtig beobachtet haben, sondern sicher seyn können, daß uns der Schein nicht betrügt.

Täuschung des Scheins bey den Beobachtungen.

Erläuterung durch eine Uhr.

§. 2. In der That läst sich diese Sache nicht wol deutlicher vorstellen, als durch das schon mehrmals gebrauchte Gleichniß einer Uhr. Was wir von dem Universum sehen, ist bloß die Bewegung der Zeiger auf dem Zifferblatte. Die Größe und Lage der Räder, und die Art wie sie in einander greifen, können wir nur mit dem Auge des Verstandes sehen; und noch weniger sind die Kräfte, wodurch jene Räder getrieben werden, ein Gegenstand der Sinne. Allein, auch selbst die Bewegung der Zeiger richtig zu sehen, ist nicht so leicht, wie es bey dem ersten Anblicke scheint. Freylich wird niemandem, er mag das Zifferblatt betrachten, aus welchem Standpunkt er will, die Bemerkung entgehen, daß sich die Zeiger nach einer gewissen Richtung um einen Mittelpunkt drehen. Um aber daraus die Einrichtung des Räderwerks kennen zu lernen, wird eine größre Genauigkeit und mehr Aufmerksamkeit erfodert. Da es nicht angeht, sich in den Mittelpunkt der Zeiger selbst zu versetzen, so muß man den Einfluß beurtheilen können, den der ekzentrische Standpunkt, aus dem man beobachtet, auf die scheinbare Bewegung der Zeiger hat. Das Uhrglas hindert uns, die Zeiger unmittelbar zu berühren, und ihnen Schritt vor Schritt zu folgen: es muß daher untersucht werden, in wie fern das, was sich zwischen den Zeigern und unserm Auge befindet, ihren Gang entstellen kann. Wenn man das Zifferblatt von unten betrachtet, so scheinen die Zeiger in der horizontalen Lage still zu stehen, und sich in der vertikalen Lage am schnellsten zu bewegen: sieht man von der Seite, so ist es umgekehrt. Beobachtet man daher bald aus dem einen bald aus dem andern Standpunkt, so kann dies endlich zur Erkenntniß der wahren Bewegung führen. Wenn das Uhrglas hohl geschliffen ist, so können die Lichtstralen dadurch so gebrochen werden, daß die Bewegung der Zeiger entstellt wird; es wird aber eine gewisse Stellung des Auges geben, wo es die Zeiger

in ihrer wahren Lage sieht: und diese, mit andern Stellungen verbunden, wird selbst zur Entdeckung dieses Betruges führen.

§. 3. Die Anwendung hievon auf die Sternkunde ist leicht gemacht. Ein geringes Nachdenken kann uns überzeugen, daß wir uns nicht im Mittelpunkt des Weltalls befinden. Der Eigendünkel des Menschen, der sich so gern zum Zentralpunkt der physischen wie der moralischen Welt machen möchte, dieser auf nichts gegründete Egoism, der uns zu den gröbsten Irthümern in der Sternkunde und in der Religion verleitet hat, und auf dem unsre ehemaligen Ideen von dem Weltsystem und von der Heilsordnung gegründet sind, wird durch die Messungen der Astronomen gewaltig gedemütigt: und diese Demütigung hat wenigstens in unsern astronomischen Ideen eine sehr heilsame Reform hervorgebracht. Der Erdball den wir bewohnen, dieser Thron des menschlichen Stolzes, ist selbst in unserm Sonnen-System ein sehr unbedeutendes Glied, ein den großen Planeten kaum bemerkbares Pünktchen: und was ist unser ganzes Sonnen-System gegen das Universum? Allein wenn man auch die Erde als den Mittelpunkt der Welt ansehen dürfte, so darf man doch nicht vergessen, daß wir uns nicht in diesem Mittelpunkt selbst, sondern auf der Erdfläche befinden: und welcher Punkt ihrer Oberfläche, welcher Ort der Erde, Petersburg oder Paris, soll vor andern das ausschließliche Recht haben, als der Zentralpunkt angesehen zu werden? So bald von Kopernik die Bewegung der Erde um die Sonne bewiesen war, konnte hierüber keine Frage mehr seyn; der Körper, der selbst eine so merkliche Bewegung hat, kann nicht der Mittelpunkt aller Bewegung seyn. Die Bewohner der Erde sehen die himmlischen Bewegungen nicht allein aus einem unrichtigen Gesichtspunkt, sondern sie ändern ihn sogar unaufhörlich; und ihr Gesichtspunkt ist unrichtig, nicht allein weil die Erde nicht der Mittelpunkt des Universums ist, sondern auch weil wir uns nicht

Ekzentrischer Standpunkt, aus dem wir beobachten.

im Mittelpunkt der Erde befinden. Es entsteht hieraus also eine doppelte Berichtigung, die man anbringen muß, ehr man aus den rohen Beobachtungen ein Urtheil über die Einrichtung des Weltgebäudes fällen kann: man muß sich nämlich zuerst von der Oberfläche der Erde in ihren Mittelpunkt, und dann aus jedem Punkt den die Erde in ihrer jährlichen Bahn nach und nach einnimmt, in den Mittelpunkt ihrer und vielleicht jeder andern Planeten-Bahn versetzen.

Parallaxe. §. 4. Jede solche Korrektion, die aus unserm ekzentrischen Gesichtspunkt, oder daraus entsteht, daß wir die Gegenstände nicht aus dem wahren Standpunkte, auf den alles zurück geführt werden muß, sondern von der Seite ansehen, heist in der Astronomie überhaupt die Parallaxe: die, welche vom Halbmesser der Erde herrührt, könnte man die tägliche, die andere, welche aus der jährlichen Bewegung der Erde entsteht, die jährliche nennen. Bey jener wird bloß erfodert, daß man die Gestalt und Größe der Erde kenne, diese setzt die Kenntniß der Erdbahn, des Maasstabes vom ganzen Sonnen-System, voraus: es ist daher begreiflich, daß die Untersuchung der erstern vor der letztern vorhergehen muß. Diese setzt uns dann in den Stand, das Ganze aus der Sonne, dem gemeinschaftlichen Mittelpunkt aller Planeten-Bahnen, zu übersehen, und so den Schlüssel zur Erkenntniß des wahren Welt-Systems zu finden. Aus diesem Zentralpunkt können wir dann unsre Blicke zu den fernsten Gränzen des Sonnen-Systems erheben: die scheinbare Verwirrung der Bewegungen löst sich in die schönste Ordnung auf, und Licht verbreitet sich über die unerklärlichsten Erscheinungen.

Stralenbrechung. §. 5. Eben so leicht überzeugt man sich, daß die durchsichtige Schale, die unsre Erde umgiebt, das Glas durch welches wir in das Empyräum blicken, nicht so geschliffen ist, daß es uns die Weltkörper in ihrer wahren Lage und Gestalt zeigen kann. Der Luftkreis, der die Erde einschließt, ist fast beständig mit Dünsten angefüllt, die bald sich in Wolken

sammeln, und die stralende Gottheit des Tages unsern Augen verbergen, bald in leichterem Gewebe vor der Sonne ausgespannt ihren blendenden Glanz mildern, oder im Horizonte, wo wir sie natürlich in längeren Schichten hinter einander sehen, der Sonne und dem Monde eine länglichte Gestalt und röthlichte Farbe geben. Diese von unten nach oben eingedrückte Gestalt beweist, daß die Höhe des obern oder untern Randes geändert ist, daß folglich die Stralen von diesem Rande nicht in gerader Linie in unser Auge gelangen, sondern im Dunstkreise in eine krumme oder mehrere gerade Linien gebrochen werden. Diese Brechung der Stralen ist eine der schädlichsten Täuschungen für den Beobachter des Himmels: es muß daher seine erste Sorge seyn, diese Natur-Wirkung genau kennen zu lernen, um die Beobachtungen von ihrem schädlichen Einflusse zu säubern.

Welt-Systeme.

§. 6. Die theorische Astronomie wird demnach damit anfangen müssen, die Täuschungen zu berichtigen, denen unsre Beobachtungen der Weltkörper unterworfen sind, sowol weil ihre Stralen in der Atmosphäre, durch die sie in unser Auge gelangen, von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt werden, als auch weil wir sie von der Oberfläche und nicht aus dem Mittelpunkte der Erde betrachten: die Theorie der Stralenbrechung und der Parallaxe ist der Uebergang von der sphärischen zur theorischen Astronomie. Erstere setzt den Astronomen in den Stand, den wahren Ort der Sterne an der Sphäre auf das genaueste zu bestimmen; letztre gibt ihm das einzige Mittel, ihre Entfernung von der Erde zu messen: beyde also machen es ihm möglich, die Vertheilung dieser leuchtenden Kugeln im Weltraume und die Art ihrer Bewegungen zu untersuchen. Die scheinbaren Bahnen der Himmelskörper an der Sphäre, die parallele Lage derselben und ihre gleichförmige Bewegung, die ewigen unveränderlichen Gruppen der Sternbilder, und die nie gestörte Ordnung des Ganzen führte nothwendig zu dem Gedanken, daß hier nicht Zufall sondern die

höchste Regelmäßigkeit und allgemeine Gesetze zum Grunde liegen, und erregte natürlich den Wunsch, diese Gesetze zu erforschen: so ward die Sternkunde die Quelle der mathematischen Wissenschaften und der Verehrung eines göttlichen Wesens, des Gesetzgebers und Regierers des Universums. Das Herumirren der Sonne und des Mondes unter den Sternen, die Abwechslung der Jahrszeiten mit dem höhern oder niedern Stande der Sonne, die verschiedenen Gestalten des Mondes vom Glanze des Vollmondes bis zum gänzlichen Verschwinden des Neumondes; alles dies bewies, daß es außer jener allgemeinen noch besondre Bewegungen am Himmel gebe, die man auch bald noch an fünf andern Körpern, den Planeten, bemerkte. Diese eigene Bewegung war weder kreisförmig noch gleichförmig, wie jene allgemeine Umwälzung der Sphäre, die man schon gewohnt war, wegen ihrer vollkommenen Regelmäßigkeit, als das Muster aller himmlischen Bewegungen anzusehen. Man ahnete, daß diese Bewegungen nicht so unregelmäßig seyn könnten, wie sie auf der Erde schienen, daß irgend ein verborgener Umstand unser Auge täuschen müsse; und man fühlte dringend das Bedürfniß, die Quelle dieses Trugs zu entdecken: so begann die Untersuchung über das wahre Welt-System. Man ließ es nicht an Hypothesen fehlen, um Ordnung in dieses scheinbare Chaos zu bringen; allein diese Hypothesen waren zu gesucht und zu künstlich, und stießen offenbar gegen die ersten Grundsätze einer gesunden Physik an, so lange man den Eigendünkel nicht fahren lassen konnte, die Erde als den Mittelpunkt des Universums anzusehen.

Kopernikanisches System.

§. 7. Wahrscheinlich war es bloß, um diese gekünstelten Hypothesen mit einer einfacheren und natürlicheren Erklärung zu vertauschen, daß die alten Egyptier, ihre Schüler die Pythagoräer, und 2000 Jahre später Kopernik, die Sonne zum Zentralpunkt aller Bewegungen machten: denn auch dies blieb noch lange nachher eine, wiewol wahrscheinlichere, doch eben

so unerwiesene Hypothese, bis man glücklich genug war, physische und astronomische Beweise für die Bewegung der Erde zu entdecken. So bald aber dieser erste, und wegen so mancher Vorurtheile schwere Schritt gemacht war, hatte es keine Schwierigkeit, auch den übrigen Planeten ihre wahre Stelle anzuweisen: und so war das wahre Welt-System erfunden, der wahre Standpunkt war nun entdeckt, aus dem das ganze Gebäude übersehen werden muß; alle Stellungen, alle Bewegungen musten auf die Sonne, den Zentralpunkt unsers Systems, zurück geführt werden; und nun zeigte es sich bald, daß alle Planeten ähnliche Bahnen, wie die Erde um die Sonne, beschreiben, und es war leicht, aus diesem Standpunkte die besondern Eigenschaften dieser Bahnen zu untersuchen.

Keplersche Gesetze.

§. 8. Nachdem man sich endlich überzeugt hatte, daß diese Eigenschaften, deren Entdeckung die Sternkunde Keplern verdankt, und die daher die Keplerschen Gesetze genannt werden, ein allgemeines Natur-Gesetz sind, dem alle Weltkörper gehorchen müssen, so erhielt die Sternkunde eine ganz neue Gestalt. Die Bahnen des Mondes um die Erde, der Trabanten um den Jupiter oder Saturn, und der unzähligen Kometen um die Sonne, werden in bekannten krummen Linien, und nach bekannten Gesetzen durchlaufen: und wenige Beobachtungen reichen hin, ihre verschiedene Lage, und andere individuelle Umstände, wodurch sich eine Bahn von der andern unterscheidet, zu bestimmen.

Finsternisse.

§. 9. Die verschiedenen Lagen und Umlaufszeiten der Planeten-Bahnen bringen eine unendliche Mannigfaltigkeit in ihrer Lage gegen einander hervor, welche zuweilen merkwürdige Erscheinungen veranlassen, die dem Aberglauben ganzer Völker nur durch die Dazwischenkunft höherer Wesen erklärlich schienen. Nachdem man aber die Natur dieser Bahnen genau kannte, mithin für jeden Augenblick den wahren Ort der Erde sowol als der übrigen Weltkörper angeben konnte, so war es

eine leichte geometrische Aufgabe, diese Erscheinungen, die Finsterniße, Bedeckungen, und Durchgänge, nicht allein zu erklären, sondern vorher zu sagen. Selbst die Theorie der Kometen. Kometen-Bahnen war endlich nichts weiter, als eine Anwendung jenes allgemeinen Gesetzes auf die wenigen Beobachtungen, die ihre kurze Sichtbarkeit zu machen erlaubt.

Inhalt der theorischen Astronomie.

§. 10. Die wichtigen Lehren, über die wir jezt einen flüchtigen Blick geworfen haben, sind ohne Ausnahme Entdeckungen der letzten zwey Jahrhunderte, und machen, wie folgender Ueberblick noch deutlicher zeigen wird, das ganze System der theorischen Astronomie aus. Diese Wissenschaft, welche sich damit beschäftigt, den Schein von der Wahrheit zu trennen, und aus den Beobachtungen sowol die wahren Bahnen der Weltkörper, als die Gesetze, nach welchen sie durchlaufen werden, herzuleiten, muß damit anfangen, die Täuschungen kennen zu lernen, denen unsre Beobachtungen unterworfen sind, d. i. mit der Theorie der Stralenbrechung und der Parallaxe. Der erste Schritt zur Kenntniß vom wahren Welt-System war die Ueberzeugung von der Bewegung der Erde, die zugleich verschiedene scheinbare Schwankungen oder Verrückungen der Sphäre, und die damit verbundenen Bewegungen der Fixsterne auf das vollkommenste erklärt. Dieser erste Schritt führt dann von selbst zum wahren Welt-System, oder zur Kenntniß, wie die verschiedenen Planeten-Bahnen um die Sonne gelegt sind. Die wahre Bahn der Weltkörper kann uns der Planet am besten lehren, den wir selbst bewohnen, und derjenige, von dessen Bahn wir den Mittelpunkt einnehmen (der Mond): die Bahn der Erde um die Sonne, oder der Sonne um die Erde — denn beyde geben dieselben Erscheinungen — dient zum Modell aller Planeten-Bahnen, und lehrt uns die Gesetze der himmlischen Bewegungen, die Keplerschen Gesetze; so wie sie zum Maaßstabe dient, mit dem wir die Größe des Sonnen-Systems, die Entfernung und Größe der Planeten ausmessen. Unser

treuer Gefährte, der Mond, ist so wichtig für uns in so vieler Rücksicht, daß die Theorie seiner Bewegung einen eigenen Abschnitt erfodert. Diese Theorie gibt zugleich die Erklärung und den Grund zur Berechnung jener merkwürdigen Erscheinungen, der Finsternisse und Bedeckungen. Ganz die nämliche ist die Erklärung und Berechnung der Durchgänge vor der Sonne, wenn ein Planet an die Stelle des Mondes trit: Erscheinungen, die für die Sternkunde von unschätzbarem Werthe sind, weil sie allein es uns möglich gemacht haben, die Entfernung der Erde von der Sonne, und dadurch den Maasstab des ganzen Sonnen-Systems genau zu bestimmen. Nachdem die Fernröhre uns das Daseyn von einer besondern Art Weltkörper, Planeten vom zweyten Range, gezeigt hatten, welche die größern Planeten, so wie der Mond die Erde, auf ihrer Bahn um die Sonne gleich Trabanten begleiten, so war ihre Berechnung nichts anders, als eine Anwendung der Monds-Theorie auf diese der seinigen ganz ähnliche Bahnen. Endlich erkannte man, daß selbst die Kometen planetenartige Körper wären, welche ungeheuer lange Bahnen, nach den Keplerschen Gesetzen, um die Sonne beschreiben; allein der äußerst kleine Theil ihrer Bahn, der uns sichtbar ist, erfodert ganz eigene Methoden, um aus diesen wenigen Beobachtungen die ganze Bahn zu bestimmen. Die große Anzahl dieser Weltkörper, und die besondern Lagen ihrer Bahnen, öffnen dem Philosophen Blicke in die Einrichtung des Universums, die ihm das Werk des Unendlichen seines Urhebers würdig zeigen.

Erster Abschnitt.

Von den Berichtigungen der astronomischen Beobachtungen.

Erstes Kapitel.

Stralenbrechung.

Sinn des Gesichts.

§. 11. Unter Millionen von Menschen, die den grösten Theil ihrer Begriffe durch das Auge eingesogen haben, oder diesem Sinne die feineren Genüsse verdanken, die einer gefühlvollen Seele, der Anblick einer weit ausgedehnten blühenden Landschaft oder einer rauhen Gebirgs-Gegend, eines sanft rieselnden Bachs oder des mit dem Himmel kämpfenden Weltmeers, des mit unzähligen Farben prangenden Regenbogens oder einer schönen sternklaren Nacht, gewährt — ist kaum einer, der sich je die Frage vorgelegt hat: was geht hiebey im Auge vor? oder was ist das was wir Sehen nennen? Vermittelst der Wirkung, die eine Materie welche wir Licht nennen, auf unser Auge äußert, und die sich bis in das Innere des Auges fortpflanzen muß, erhalten wir in einem Augenblick Kenntniß von dem Daseyn der entferntesten leuchtenden Körper, dem Orte den sie einnehmen, ihrer Gestalt, ihren Farben ꝛc. so wie wir, durch die auf eine besondre Art bewegte und in unser Ohr tretende Luft, von dem Daseyn, dem Ort, und mancherley Eigenschaften schallender Körper unterrichtet werden. So wie uns aber das Gehör, wenn die freye Bewegung der Luft durch fremde Körper gehindert oder

anders geleitet wird, besonders über die Stelle, die der schallende Körper einnimmt, oft täuscht (wovon das Echo ein Beyspiel gibt), so könnten wir auch wol ähnlichen Täuschungen bey'm Sehen unterworfen seyn, wenn der Lichtstral auf seinem Wege zu unserm Auge Hindernisse antrifft. Wenn wir einen Körper sehen, so wirkt er auf unser Auge, und dies oft aus einer ungeheuern Entfernung: er ist also mit unserm Auge in physischer Verbindung, entweder durch das Licht das von ihm ausströmt, und indem es unser Auge erreicht, der Seele sein Daseyn verkündigt, oder indem er der im ganzen Weltraum vertheilten Licht-Materie Schwingungen mittheilt, die denselben Eindruck auf unser Auge machen. Wie bildet sich nun aber durch diesen physischen Eindruck, in der Seele die Idee von dem Orte den der Körper einnimmt? Sicher nicht unmittelbar, sondern durch Schlüsse die auf Erfahrungen gegründet sind, welche in einem so jugendlichen Alter gemacht wurden, daß wir zur Zeit des reiferen Nachdenkens uns ihrer nicht mehr erinnern, und daher die Schlüsse mit den Empfindungen selbst verwechseln. Hievon belehrt uns das Beyspiel der Blindgeborenen, die im reifern Alter das Gesicht erhielten. Sie sehen die Gegenstände wie wir, aber ihre Seele hat keinen der Begriffe, die das Sehen bey uns unmittelbar hervor bringt. Sie wissen nicht, ob der Gegenstand, den sie sehen, wenige Schritte oder viele Meilen entfernt sey, ob er gerade vor ihnen oder seitwärts stehe: nur sein Daseyn erkennen sie, und das Gefühl, mit dem sie von Kindheit an besser als wir bekannt sind, und das sie bisher so sicher durch das Leben geleitet hatte, muß auch jetzt dienen, sie von der Beschaffenheit, der Lage, und der Entfernung der Gegenstände zu unterrichten, die ihnen ein neuer Sinn darstellt. So finden sie, und so fanden wir als Kinder durch tausendfältige Erfahrungen, daß jeder Gegenstand sich wirklich in der geraden Linie befindet, worin sein Bild dem Auge erscheint, wenn sich in dieser geraden Linie zwischen ihm und dem Auge kein Hin-

derniß befindet; daß aber das Bild verschwindet, oder der Körper uns unsichtbar wird, ohne doch seine Stelle zu ändern, wenn diese Linie durch irgend einen der unzähligen Körper, die wir undurchsichtig nennen, unterbrochen wird; und daß es sehr viele Körper (die wir eben deswegen durchsichtige nennen) gibt, die, wenn sie zwischen dem Körper und unser Auge treten, jenen nicht unsichtbar machen, wiewol sie seine Gestalt und Lage nach den verschiedenen Umständen ändern.

Täuschung dieses Sinns.

§. 12. Was folgt hieraus nun natürlicher, als daß man, um über die wahre Lage eines Körpers, dessen Bild unser Auge trifft, zu urtheilen, zuvor untersuchen muß, ob zwischen ihm und dem Auge nicht ein solcher durchsichtiger Körper befindlich sey, den der Lichtstral auf seinem Wege zu uns durchlaufen muß, und der, gleich allen uns bekannten durchsichtigen Körpern, die Eigenschaft hat, unter gewissen Umständen dem Gegenstande oder dem Bilde eine andre scheinbare Lage zu geben? Ein Glas darf nur so oder anders geschliffen, so oder anders gehalten werden, um die Gestalt und Lage eines dadurch gesehenen Körpers auf mannigfaltige Art zu ändern. Ein im Wasser stehender Stab, ein in's Wasser getauchtes Ruder erscheint, von der Seite angesehen, gebrochen. Alle unter dem Wasser liegende Körper scheinen uns höher als sie wirklich sind, und ein auf dem Boden eines Gefäßes liegender Körper, den der Rand des Gefäßes dem Auge verdeckt, wird uns sichtbar, wenn Wasser oder eine andre durchsichtige Flüssigkeit drauf gegossen wird, gleich als wenn er wirklich vom Wasser gehoben würde. Kurz, alle durchsichtige Körper haben die Eigenschaft, den Lichtstral, indem er sie durchdringt, von seinem geraden Wege abzulenken oder zu brechen: und diese Naturwirkung war unter dem Namen der Stralenbrechung schon den Alten bekannt. Die Neuern haben sie benutzt, um die ungeheure Wirkung unsrer Brenngläser und Teleskope hervor zu bringen.

Stralenbrechende Kraft der Luft.

§. 13. So bald man von der Eigenschaft aller durchsichtigen Körper, die Lichtstralen zu brechen, überzeugt war, konnte man nicht zweifeln, daß sie auch jener durchsichtigen, flüssigen, schweren und elastischen Masse zukomme, die unsern ganzen Erdball gleich einer Schale umgibt, die keinen Stral von einem Himmelskörper in unser Auge gelangen läst, bevor er sie nach ihrer ganzen Dicke durchdrungen hat; jener Masse, die, wenn sie einmal in Bewegung gesetzt ist, sich mehr als einem Sinne so fühlbar macht, die unsre Mühlen treibt, unsre Schiffe von einem Welttheil zum andern führt, Häuser umwirft, Bäume entwurzelt, und das fürchterlichste Schauspiel der Natur, ein stürmisches Meer, in wenigen Augenblicken hervor bringt. Auch bedarf es keiner astronomischen Beobachtungen und Rechnungen, um sich von der stralenbrechenden Kraft der Luft zu überzeugen. Weit entfernte Gegenstände, die die Krümmung der Erde unserm Auge verbirgt, werden oft, wenn die stralenbrechende Kraft der Luft durch irgend eine Ursache verstärkt wird, plötzlich sichtbar; andre werden über dem Horizont erhoben, und schweben gleichsam in der Luft. Sonne und Mond haben nahe am Horizont eine von unten nach oben eingedrückte Gestalt, als wäre der untre Rand dem obern näher gebracht. Die astronomischen Beobachtungen setzen diese Wirkung außer allen Zweifel. Zwey Sterne, die nahe am Horizont vertikal über einander stehn, scheinen, gleich als wäre der untre zum obern empor gehoben, eine geringere Entfernung von einander zu haben, als wenn sie mitten am Himmel eine größere Höhe erreicht haben. Die Sterne gehen auf, wenn sie nach der Rechnung noch unter dem Horizont seyn solten, und sind noch über dem Horizont sichtbar, wenn sie bereits untergegangen seyn solten: und dieser Unterschied kann sich in unserm Klima auf $\frac{3}{4}$ Stunden belaufen. Andre Sterne gehn gar nicht unter, die ohne die Wirkung der Stralenbrechung anderthalb Stunden unter dem Horizont verweilen würden; und in der kalten Zone gibt es

Oerter, wo die Sonne bloß durch die Stralenbrechung vier Wochen lang auf- und untergeht, oder ihre lange Nacht, die Zeit da ihnen die Sonne gar nicht aufgeht, um eben so viel verkürzt wird. Die ältere Art der Beobachtungen, zu denen man Werkzeuge gebrauchte, die die Kreise am Himmel, Aequator ꝛc. in ihrer wahren Lage darstellten, zeigten diese Wirkung der Luft noch deutlicher. Ein Stern z. B. im Aequator, stand nahe am Horizont weit über dem Kreise, der den Aequator vorstellte, und nahm erst nahe bey'm Meridian seine gehörige Lage in diesem Kreise ein. Alle diese Erscheinungen beweisen unwidersprechlich, daß die Weltkörper, wenigstens nahe am Horizont, höher scheinen als sie wirklich sind: und dieser Wink war hinlänglich, um die Astronomen endlich, wiewol langsam, zu einer gründlichen Kenntniß von der Wirkung der Stralenbrechung auf die astronomischen Beobachtungen zu führen.

Entdeckung der astronomischen Stralenbrechung.

§. 14. Daß die Alten, z. B. Aristoteles, von der stralenbrechenden Kraft des Wassers und andrer durchsichtigen Körper sehr wohl unterrichtet waren, ist bekannt genug; aber nicht so bekannt ist es, daß schon die alexandrinischen Griechen den Einfluß der stralenbrechenden Kraft der Luft auf die astronomischen Beobachtungen, oder die astronomische Stralenbrechung kannten. Zwar ist das große Werk, welches Ptolemäus über die Optik geschrieben hat, verloren gegangen; allein zu Roger Bacon's Zeit (im 13 Jahrhundert), der es ausdrücklich anführt, muß es noch vorhanden gewesen seyn: und so hatte wahrscheinlich der Araber Alhasen (im 11 Jahrhundert) seine ganze Optik aus diesem Werk genommen. Dies bewiese dann, daß schon Ptolemäus richtige Begriffe von der astronomischen Stralenbrechung hatte, und daß er vielleicht diese Entdeckung zuerst gemacht hat, weil er in seinem Almagest derselben noch nicht erwähnt. Doch blieb dies eine bloße Spekulation, von der die Astronomen lange keinen Gebrauch machten. Walther (am Ende des 15ten Jahrhunderts) war der erste, der sie durch eigene

Beobachtungen wider entdeckte, und auf's neue zur Sprache brachte. Er bemerkte, daß die Sterne durch die Stralenbrechung schon vor ihrem wahren Aufgange über den Horizont erhoben werden, benutzte dies aber nicht weiter, und hatte überhaupt keine richtigen Begriffe von ihrer Wirkung: denn er scheint geglaubt zu haben, daß sie nur nahe am Horizont statt finde. Gegen das Ende des 16ten Jahrhunderts wandten die Astronomen größre Sorgfalt auf diesen Gegenstand. Der Landgraf von Hessen, Möstlin (Kepler's Lehrer), u. a. bewiesen die Wirkung der Stralenbrechung durch eigene Beobachtungen. Man begnügte sich aber mit der Ueberzeugung, daß besonders nahe am Horizont die Gestirne dadurch erhöht werden, ohne zu wissen, um wie viel. Tycho war der erste, der diese Größe durch Beobachtungen zu bestimmen suchte, und Tafeln dafür entwarf. Seine Bestimmung der Horizontal-Refraktion ist ziemlich genau, aber er irrte, indem er glaubte, daß sie nur bis zu einer mäßigen Höhe merklich, und bey den Fixsternen geringer als bey der Sonne sey.

Bisher hatte man die Refraktion bloß betrachtet, so fern sie die Beobachtungen betrifft, und nach Tycho's Beyspiel gemacht, ihre Größe in jeder Höhe durch unmittelbare Beobachtungen zu bestimmen. Kepler war der erste, der sie von der physischen Seite betrachtete, und das allgemeine Gesetz dieser Natur-Wirkung ausfindig zu machen, sich, wiewol vergebens, bemühte. Indeß dienten diese Untersuchungen Kepler's, im Anfange des 17ten Jahrhunderts, einem holländischen Mathematiker Snellius, zur Erfindung des wahren Gesetzes, das bey allen Stralenbrechungen in der Natur statt findet. Auch dieses Gesetz war nur durch unmittelbare Beobachtungen gefunden, und die Physiker (besonders Des Cartes, Huyghens, 2c.) bemühten sich nun, die physische oder mechanische Ursache dieser Wirkung, und besonders des Snellischen Gesetzes zu entdecken. Aber allen diesen sinnreichen

Hypothesen fehlte es entweder an Evidenz, oder sie widersprachen dem Snellischen Gesetze, also der Erfahrung. Newton fand zuerst, in der Anziehung der Körper auf einander, eine befriedigende Erklärung dieser Natur-Wirkung, so wie aller Erscheinungen des Lichts. Die Astronomen des 17ten und 18ten Jahrhunderts brachten endlich die Theorie der Refraktion auf's reine, indem sie durch mehrere äußerst sinnreiche Beobachtungs-Methoden, die Refraktion in allen Höhen mit der grösten Genauigkeit bestimmten. Da es aber nicht wol möglich ist, für jede Höhe ohne Ausnahme, z. B. von Minute zu Minute, die Refraktion unmittelbar zu bestimmen, so füllte man die Lücken durch Interpolation aus, und berechnete auf diese Art Tafeln, die desto zuverlässiger waren, je mehr Refraktionen unmittelbar durch Beobachtungen bestimmt waren, und je weniger auf einer Hypothese beruhten, die freylich durch das Gesetz, welches man bey den wirklich beobachteten Refraktionen bemerkt hatte, gerechtfertigt schien. Indeß konnte man sich nicht verbergen, daß dieses hypothetische die schwache Seite der Refraktions-Tafeln war: man muste den Wunsch fühlen, das Gesetz der Aendrung der Stralenbrechung in verschiedenen Höhen, durch physische oder mechanische Gründe a priori beweisen zu können. Eine solche physische Theorie muste auf eine allgemeine Formel führen, die die jeder Höhe zukommende Refraktion enthielt: die Theorie selbst konnte freylich nicht von aller Hypothese ganz frey seyn, deren Richtigkeit oder Unrichtigkeit sich aber sehr leicht, durch Vergleichung jener allgemeinen Formel mit den wirklich aus unmittelbaren Beobachtungen bestimmten Refraktionen, prüfen ließ. Allein die Theorie der astronomischen Stralenbrechung hat ihre eigenthümlichen Schwierigkeiten, die sich durch das von Snell entdeckte Gesetz allein nicht überwinden ließen. Die Eigenschaften desjenigen Mittels, welches den Lichtstral bey seinem Eintrit bricht — der unsre Erde umgebenden Atmosphäre — sind uns entweder nicht hinlänglich bekannt, oder

die bekannten sind von der Art, daß sie die Berechnung der Bahn des Lichts durch die Luft sehr erschweren. Die Physik lehrt uns, daß die Atmosphäre die Erde gleich einer Kugelschale umgibt, und vermöge ihrer Elasticität und ihrer eigenen Schwere immer dichter wird, je näher sie der Erdfläche ist: der Lichtstral wird hier also nicht einmal, sondern unaufhörlich auf seinem ganzen Wege durch die Atmosphäre gebrochen; und die Größe dieses Weges, oder die Höhe der Atmosphäre, ist uns unbekannt. Die physische Theorie der astronomischen Stralenbrechung war also kein leichtes Problem. Die grösten Geometer des 18ten Jahrhunderts haben sich damit beschäftigt; und die gründliche Kenntniß, zu der man jezt hierin gelangt ist, verdankt man vorzüglich Simpson, Bradley, Boscowich, Lambert, La Place, ꝛc. Es ist indessen merkwürdig, daß die wichtigsten Erfindungen durch die Stralenbrechung gemacht wurden, ehr man ihre Gesetze kannte: hieher gehören die Fernröhre, Brenngläser, Erklärung des Regenbogens, ꝛc.

Theorie der astronomischen Stralenbrechung.

§. 15. So bald man sich überzeugt hatte, daß die Lichtstralen bey ihrem Eintrit in die Luft gebrochen werden, und die vornehmsten Eigenschaften dieser Kraft einigermaßen kannte, muste man ohne viele Rechnung, zur Erkenntniß folgender Sätze gelangen:

1) Ohne die Höhe unserer Atmosphäre bestimmt angeben zu können, war man doch sicher, daß sie sich nicht bis an den Mond, den nächsten aller Weltkörper, erstreckt. Da nun das Licht erst bey seinem Eintrit in die Atmosphäre gebrochen wird, der ganze vorhergehende Theil seines Weges aber geradlinig ist, so ist es gleichgültig, wie weit der Weltkörper außer der Atmosphäre liegt: mit andern Worten, die Stralenbrechung ist bey allen Weltkörpern von gleicher Größe, ohne daß ihre Entfernung von der Erde den geringsten Einfluß darauf hat. Ein andres wäre es, wenn der Körper noch innerhalb der Atmosphäre läge: hier würde seine größre oder geringere

Tiefe oder Entfernung allerdings einen Einfluß haben; und hierauf beruht eben der große Unterschied zwischen der astronomischen und der irdischen Stralenbrechung.

2) Die Stralenbrechung erhöht die Weltkörper, und zwar desto mehr, je niedriger sie stehn: sie ist im Horizont, wo man sie die Horizontal-Refraktion nennt, am größten, und nimt bey größeren Höhen sehr schnell ab (wie die oben angeführten Erfahrungen deutlich beweisen); es ist aber kein Grund, warum sie ehr ganz aufhören solte, als da wo die Höhe selbst nicht mehr zunehmen kann. Wahrscheinlich also verschwindet die Stralenbrechung erst im Zenit, ist aber schon bey großen Höhen fast unmerklich: daher man, selbst ohne die Stralenbrechung zu kennen, die Weltkörper nur nahe beym Zenit beobachten darf, um ihren wahren Ort sehr genau zu finden.

3) Die Revolutionen die fast unaufhörlich in unserer Atmosphäre vorgehen, und die sich vermittelst des Barometers, Thermometers und Hygrometers so deutlich zeigen, müssen aller Wahrscheinlichkeit nach auch die Stralenbrechung ändern: daher diese nicht immer bey gleichen Höhen gleich groß seyn kann, folglich, um die wahre Höhe aus der beobachteten genau herzuleiten, auch auf den Stand des Barometers ꝛc. Rücksicht genommen werden muß.

4) Die mit dem Barometer und der Luftpumpe angestellten Versuche beweisen, daß die Luft schwer und elastisch ist, d. h. daß sie niederwärts drückt, und sich zusammen drücken läst, daß folglich die niedrigeren Luftschichten von den über ihnen liegenden in einen engern Raum gepreßt sind, mithin die Atmosphäre aus unzähligen Schichten besteht, die desto dichter, solider sind, je näher sie der Erdfläche liegen. So wie also das Licht, bey seinem Eintrit aus der Luft in das dichtere Wasser, oder aus diesem in das dichtere Glas, gebrochen wird, so muß es auch bey seinem Durchgange durch den Dunstkreis, wo es unaufhörlich in dichtere Massen trit,

in jedem Augenblick eine neue Brechung leiden: seine Bahn durch die Luft wird eine aus unzähligen gebrochenen Linien zusammengesetzte d. h. krumme Linie seyn.

5) Die Gesetze der Hydrostatik, verbunden mit der Anziehung nach dem Erd-Mittelpunkt, die wir Schwere nennen, erfodern, daß eine Flüssigkeit von gleichförmiger Dichtigkeit nur dann im Gleichgewicht seyn kann, wenn ihre Oberfläche durchgängig gleiche Entfernung vom Mittelpunkt der Erde hat, d. i. wenn sie um die Erde eine Kugelfläche bildet. Jede der unzähligen Schichten, aus denen die Atmosphäre besteht, wird also auch diese Kugel-Gestalt haben: daher der Lichtstral in jedem Augenblick, nicht auf eine neue Ebne, sondern auf eine neue brechende Kugelfläche stößt. Diese zwey letztern Umstände, 4) und 5), sind es, die die Theorie der astronomischen Stralenbrechung so sehr erschweren.

Diese Sätze werden uns nun zur Entwickelung der ganzen Theorie der Stralenbrechung führen.

§. 16. Die wenigen Erfahrungen, auf denen diese Theorie beruht, und von denen man sich leicht überzeugen kann, wenn man die Sonnenstralen durch eine kleine Oefnung in ein verfinstertes Zimmer fallen läßt, sind folgende. Gesetz der Stralenbrechung.

1) So lange der Lichtstral im leeren Raum oder in dem nämlichen durchsichtigen Körper fort geht, ist sein Weg eine gerade Linie. So bald er aber auf einen andern durchsichtigen Körper stößt, der eine verschiedene Dichtigkeit hat, so wird er von seiner vorigen Richtung auf folgende Art abgelenkt. Wenn der Stral LR (1. Fig.) in R auf diesen Körper, dessen Oberfläche Aa oder Bb ist, stößt, und man auf diese Oberfläche die senkrechte Linie PRQ errichtet, so geht der gebrochene Stral RS durch diesen Körper nicht in der Verlängerung RM der ursprünglichen Richtung LR, wie er ohne die Refraktion thun würde, jedoch bleibt er immer in 1. Figur.

der auf der Oberfläche des brechenden Körpers in R senkrechten Ebne durch LRP.

2) Ist der zweyte Körper AaQ dichter als der erste (wie wenn der Stral aus Luft in Wasser oder in Glas fällt), so wird er nach der Verlängerung des Perpendikels KQ, welches man das Einfals-Loth nennt, hin gebrochen, so daß der gebrochene Winkel QRS kleiner als der Winkel MRQ ist, der mit dem Einfals-Winkel LRP einerley ist (Sph. §. 15. n. 3.).

3) Ist aber der zweyte Körper BQb weniger dicht als der erste, so wird der Stral RS durch die Brechung von dem Einfals-Loth RQ entfernt, so daß der gebrochene Winkel SRQ größer als der Einfals-Winkel MRQ oder PRL ist.

4) Sein neuer Weg RS bleibt, so lange er diesen zweyten Körper nicht verläßt, eine gerade Linie, genau als wäre der Stral in R zerbrochen: woraus dann folgt, daß die Brechung bloß bey dem Eintrit R in den neuen Körper, nicht aber bey seinem Durchgange durch denselben geschieht; doch ist es wahrscheinlich, daß diese Wirkung, wie alles in der Natur, nicht plötzlich, sondern nach und nach, wiewol so schnell, und in so geringer Entfernung an beyden Seiten von R geschieht, daß die Krümmung, die der Stral dadurch um R herum erhält, nicht sichtbar ist.

5) Der senkrecht auffallende Stral PR allein wird gar nicht gebrochen, sondern geht nach RQ gerade durch: denn es ist kein Grund, warum er sich nach irgend einer Seite mehr als nach der andern beugen solte.

6) Wenn die beyden Körper über oder unter Aa oder Bb die nämlichen bleiben, z. B. Luft und Wasser, oder Luft und Glas, oder Wasser und Glas, so findet zwischen dem Einfals- und dem gebrochenen Winkel, oder vielmehr zwischen zwey von ihnen abhängenden geraden Linien (die man ihre Sinus nennt, wie wir unten sehen werden), immer dasselbe Verhältniß statt, der Stral mag mehr oder weniger schief

einfallen, d. h. der Einfals-Winkel mag groß oder klein seyn. Wenn man nämlich aus irgend einem Punkt A oder B der brechenden Oberfläche, in der Ebne PRL worin die Brechung geschieht, auf diese Oberfläche die Linien AS oder BM senkrecht zieht, die dem einfallenden und dem gebrochenen Stral in M und S begegnen, so haben die Linien RM, RS, immer dasselbe Verhältniß gegen einander, von welcher Größe auch der Einfals-Winkel seyn mag. Dies ist eben das von Snell entdeckte Gesetz, und man sieht leicht, wie man hiedurch die Stralenbrechung für jeden Einfals-Winkel QRM findet. Die Lage des einfallenden Strals LRM ist nämlich gegeben: zieht man also aus irgend einem Punkt derselben M die Linie AMS oder BSM auf die brechende Oberfläche senkrecht, mißt RM, und faßt zwischen den Spitzen eines Zirkels eine Linie RS, die sich so zu RM verhält, wie das Brechungs-Verhältniß der beyden Körper, die sich in Aa, Bb, berühren, erfodert, so darf man nur mit dieser Oefnung des Zirkels aus R einen Kreisbogen schlagen, der die Linien AMS oder BSM in irgend einem Punkt S schneiden wird: dann ist RS der gebrochene Stral, QRS der gebrochene, QRM der Einfals-Winkel, und MRS beyder Unterschied, oder das was man die Stralenbrechung nennt. So verhalten sich z. B. die Linien RM, RS, wenn das Licht aus Luft in Wasser fällt, wie 3 zu 4, aus Luft in Glas wie 2 zu 3; hingegen wie 4 zu 3 oder wie 3 zu 2, wenn das Licht aus Wasser oder aus Glas in die Luft fällt. Hieraus folgt nun offenbar, daß die Brechung desto größer seyn muß, je schiefer der Stral auffällt, und beym senkrechten Stral PR ganz aufhört, wie schon oben bemerkt ist.

§. 17. Die Anwendung dieser physischen Theorie der Stralenbrechung auf die astronomische wird nun keine Schwierigkeiten mehr haben. Astronomische Stralenbrechung.

Die Erdkugel DAE (2. Fig.) wird von einer flüssigen und schweren Masse umgeben, die wir Atmosphäre nennen, 2. Figur.

und die gleich allen flüssigen schweren Körpern, nur dann im Gleichgewicht seyn kann, wenn ihre ganze Oberfläche FBG allerwärts gleich entfernt ist vom Mittelpunkt der Erde C, nach dem sie von der Schwere getrieben wird, so daß keiner ihrer Theile H über dem andern hervorragt, in welchem Fall er nach allen Seiten BG abfließen, und so das Gleichgewicht herstellen würde. Die Atmosphäre nimt daher von selbst eine Kugel-Gestalt an, deren Mittelpunkt C ist, so daß jeder Halbmesser der Erde CB auf der Oberfläche der Luft senkrecht, also für den in B einfallenden Stral SB das ist, was wir oben das Einfals-Loth nannten. Hier trit nun der Lichtstral, nachdem er den luftleeren Himmelsraum durchlaufen hat, in die dichtere Atmosphäre, wird also nach dem Einfals-Loth CB hin in BA gebrochen (§. 16. n. 2.). Dieser Weg des gebrochenen Strals BA ist eine krumme Linie (§. 15. n. 4.), die ihre hohle Seite nach BC kehrt, aber ganz in der Ebne SBC liegt (§. 16. n. 1.). Das Licht wird also das Auge in A nicht in seiner ursprünglichen Richtung SB, sondern in der Richtung BA, oder vielmehr TA treffen, die diese krumme Linie in ihrem lezten Punkt A hat. Da wir nun gewohnt sind, den Ort eines Körpers in der Richtung anzunehmen, in der das Licht von ihm in unser Auge gelangt, so wird ein Beobachter in A den Stern S in der Linie AT zu sehen glauben, da er doch wirklich in BS liegt, und ohne die Refraktion dem Auge in dieser oder der mit ihr parallelen Richtung AV erschienen seyn würde. Seine wahre Entfernung vom Zenit ist also der Winkel ZAV, seine scheinbare aber der Winkel ZAT. Um den Unterschied TAV dieser beyden Winkel ist demnach, durch die Stralenbrechung, die Entfernung vom Zenit vermindert, oder die Höhe über dem Horizont vermehrt: denn jeder Gegenstand wird um eben so viel über dem Horizont erhoben, als er dem Zenit näher gebracht wird. Dieser Winkel TAV ist das was man die Stralenbrechung nennt, und hierin besteht auch ihre ganze Wirkung.

Denn da der gebrochene Stral **BA** die Ebne **SBC** nicht verläßt (§. 16. n. 1.), folglich die Punkte **C**, **A**, oder die Linie **CAZ** in dieser Ebne liegt, welches also die Vertikal-Ebne **ZACS** für den Beobachtungs-Ort **A** ist, in der sich der Stern **S** befindet, so besteht die ganze Wirkung der astronomischen Stralenbrechung darin, daß sie jeden Weltkörper höher erscheinen läßt, als er wirklich ist, ohne ihn doch aus seinem wahren Scheitelkreise zu verrücken. Die Refraktion muß daher von jeder beobachteten Höhe subtrahirt werden, um die wahre Höhe zu finden: es ist also nothwendig, die Größe der Refraktion in jeder beobachteten oder scheinbaren Höhe zu kennen. Sie ist desto größer, je schiefer der Stral auffällt (§. 16. n. 6.), d. h. je größer der Winkel **LRP** ist (1. Fig.), den er mit dem Einfals-Loth macht, welches bey der astronomischen Stralenbrechung mit der Scheitellinie **CAZ** (2. Fig.) einerley ist. Der Einfals-Winkel **SAZ** ist also desto größer, je weiter der Stern **S** vom Scheitel **Z** entfernt, oder je kleiner seine Höhe ist. Der horizontale Stral **RA**, der von einem Stern im Horizont selbst kömmt, oder dessen Höhe $= 0$ ist, leidet demnach die gröste Stralenbrechung. Die Horizontal-Refraktion ist unter allen die gröste: vom Horizont an nimt sie immerfort ab, so wie die Höhe zunimt, hört aber erst ganz im Scheitel selbst auf. Wie groß nun die Horizontal-Refraktion sey, und nach welchem Gesetze sie in größern Höhen abnehme, konnte nur durch Beobachtungen bestimmt werden; und man wird sich erinnern, daß diese Beobachtungen mit jedem Stern vorgenommen werden konnten, weil die Stralenbrechung bey allen Sternen in derselben Höhe gleich groß ist, und ihre Entfernung darauf gar keinen Einfluß hat (§. 15. n. 1.).

Ihre Bestimmung durch Beobachtungen.

§. 18. Die vornehmsten Kunstgriffe aller dieser Methoden bestehen darin, die zwey Umstände zu benutzen, daß die Stralenbrechung im Scheitel verschwindet, und daß sie die Sterne nicht aus ihrem wahren Scheitelkreise, also auch nicht

aus dem Meridian, der zugleich Scheitelkreis ist, verrückt, so daß die Sterne im Meridian, durch die Stralenbrechung, 3. Figur. von ihrem wahren Ort M nach m erhoben (3. Fig.), daß ihre Höhe, aber nicht die Zeit ihrer Kulmination geändert wird. Man beobachtet also Sterne die fast durch das Zenit dieses Orts gehen, wo also ihre Refraktion unmerklich ist, und die Beobachtungen ihre wahre Höhe unmittelbar geben: und diese Beobachtungen dienen zur Basis, woraus die Stralenbrechungen in andern Höhen berechnet werden. Da aber bey dieser Rechnung mehrentheils die Polhöhe als bekannt angenommen werden muß, so gebraucht man solche Fundamental-Beobachtungen im Zenit zuerst, um die Polhöhe zu bestimmen, und daraus die Refraktion in jeder Höhe herzuleiten.

Es sey (3. Fig.) P der Pol, HR der Horizont, Z das Zenit eines Orts, und ein Stern gehe in A sehr nahe beym Zenit durch den Meridian: so gibt die Beobachtung wenigstens sehr nahe seine wahre Höhe AR. Aus einer der im 1. Theil erklärten Methoden findet man die Polhöhe, zwar mit dem Fehler der Stralenbrechung, der aber in unserm Klima keine Minute beträgt. Nun berechnet man die Zeit, da der Stern A in seinem Parallel ASB die Höhe ST erreicht, die der Polhöhe PR gleich ist: man kennt nämlich im sphärischen Dreyeck ZPS, 1) PZ wenn man die Polhöhe PR von 90° abzieht, 2) PS = PA wenn man PR von AR abzieht, 3) ZS wenn man ST = PR von 90° subtrahirt. Aus diesen drey Seiten berechnet man, nach den gewöhnlichen Regeln der Trigonometrie, den Stundenwinkel ZPS. Da man nun weiß, daß der Stern in 24 Stunden Stern-Zeit seinen ganzen Parallel ABA durchläuft, so findet man die Zeit die er gebraucht, den Winkel ZPS zu durchlaufen; und da man die Zeit beobachtet hat, da er in A kulminirte, und den Gang der Uhr kennt, so ergibt sich hieraus, was die Uhr zeigen muß, wenn der Stern in S die der Polhöhe gleiche Höhe ST erreicht. Beobachtet man nun in diesem Augenblick seine

Höhe ST, und findet sie z. B. um 1′ größer als die Polhöhe, so folgt, daß die Stralenbrechung in einer der Polhöhe gleichen Höhe = 1′ ist. Dieser Winkel von 1′ muß von jeder eben so großen Höhe, also auch von der Polhöhe abgezogen werden, um die wahre Polhöhe zu haben.

Beyspiel. Man hat die Polhöhe PR = 45° gefunden, und der Stern kulminirte in A in einer Höhe AR von 85°, folglich ist PZ = 45°, PA = PS = 40°, ZS = 45°. Beobachtet man nun den Stern zu der Zeit, da er die Höhe von 45° nach der Rechnung haben soll, und findet seine scheinbare Höhe = 45° 1′, so ist die Refraktion in dieser Höhe = 1′: die wahre Polhöhe ist also = 44° 59′. Hat man auf diese Art an einem andern Ort die wahre Polhöhe = 48° 50′ gefunden, und einen Stern beobachtet, der in A nur 6′ vom Zenit kulminirte, so hat man AR = 89° 54′, also AP = 41° 4′. Wenn er nach 12 Stunden zum zweyten mal in B durch den Meridian geht, muß wider PB = 41° 4′, also seine Höhe BR = 48° 50′ — 41° 4′ = 7° 46′ seyn. Ist nun seine beobachtete Höhe um 6′ 30″ größer, nämlich = 7° 52′ 30″, so erhellt, daß die Refraktion in der scheinbaren Höhe von 7° 52′ 30″ = 6′ 30″ ist.

Auf ähnliche Art kann man in einem Tage aus diesem einen Stern alle Refraktionen bestimmen, für Höhen die größer als BR sind, indem man die Zeiten berechnet, da er diese Höhen etwa von Grad zu Grad oder von 10′ zu 10′ haben muß, und sie mit den alsdenn wirklich beobachteten vergleicht: da dann der Unterschied zwischen der Rechnung und der Beobachtung, die der beobachteten scheinbaren Höhe entsprechende Stralenbrechung ist.

Die Refraktion in noch kleineren Höhen als BR, findet man durch irgend einen andern Stern, der an diesem Ort untergeht. Man beobachtet die Zeit, da ein solcher Stern in m kulminirt, so wie seine Höhe mH. Da für diese Höhe die Refraktion mM schon aus den Beobachtungen des Sterns

A bekannt ist, so erhält man die wahre Höhe MH, wenn man mM von mH abzieht, also auch ZM = 90° — MH. Da nun auch die Polhöhe PR, mithin PZ = 90° — PR, durch die eben erklärte Methode gefunden ist, so findet man hieraus PM = PZ + ZM. Nun kann man die Zeit berechnen, da der Stern in seinem Parallel MNO jede Höhe NQ, die kleiner als HM ist, haben würde, wenn keine Stralenbrechung wäre: man kennt nämlich im Dreyeck ZPN, PZ, PN = PM, und ZN wenn man die angenommene Höhe NQ von 90° subtrahirt; hieraus berechnet man den Winkel ZPN, folglich, wie oben, die Zeit darin dieser Winkel durchlaufen wird. Beobachtet man nun um diese Zeit den Stern, und findet seine Höhe nicht NQ sondern nQ, so ist der Unterschied Nn die Refraktion, die der scheinbaren Höhe nQ zukömmt.

Indeß kann man sich dieser Methode nicht wohl bedienen bey Höhen, die größer als 40° sind, weil sich von da an die Stralenbrechungen von Grad zu Grad fast nur um 1″ ändern; und um so viel kann der beste Beobachter in der Höhe selbst irren. Die Astronomen, besonders La Caille, erfanden daher sehr sinnreiche Methoden, durch unmittelbare Beobachtungen nicht die einfache, sondern die doppelte, dreyfache, ja vierfache Refraktion zu finden, wo man sich also desto weniger irren konnte.

Berechnung der Refraktions-Tafeln.

§. 19. Indeß war auch dies bey den großen Höhen, wegen der unvermeidlichen Beobachtungs-Fehler, nicht hinlänglich, und man muste, um genaue Refraktions-Tafeln zu erhalten, so verfahren. Für die geringen Höhen bis 30 oder 40 Grad bestimmte man die Refraktionen, wenigstens von 5 zu 5 Graden, durch eine Menge der sorgfältigsten Beobachtungen; und nun versuchte man, nach Anleitung der bekannten Gesetze der Stralenbrechung und der Eigenschaften der Luft, verschiedene Hypothesen, um eine allgemeine Regel oder Formel zu finden, wodurch sich die Refraktion in jeder Höhe bestimmen ließ. Fand man nun eine Hypothese, aus welcher für die

geringen Höhen, wo der Fehler so sehr merklich ist, dieselben Refraktionen folgten als aus den Beobachtungen, so konnte man diese Hypothese, die mit den Grundsätzen der Physik und der Erfahrung überein kam, für das wahre Gesetz der Natur annehmen, und konnte sicher damit nicht allein die Refraktionen für die größern Höhen, die für die Beobachtungen zu fein sind, sondern auch für diejenigen Höhen bis 30° oder 40°, die nicht wirklich beobachtet waren, und auf solche Art Refraktions-Tafeln für jede Höhe vom Horizont bis zum Zenit, von 30′ zu 30′ oder von 10′ bis 10′, berechnen.

Die genauesten Refraktions-Tafeln sind nach den Formeln des berühmten La Place berechnet: sie zeigen, daß die gröste oder Horizontal-Refraktion fast 34′ ist, daß sie anfangs sehr schnell abnimt, so daß sie 1° über dem Horizont nur $24\frac{1}{3}$′ und in der Höhe von 44° nur noch 1′ ist, daß sie 70° über dem Horizont nur 21″ beträgt, und durch die übrigen 20 Grade bis zum Zenit für jeden Grad der Höhe um 1″ abnimt und im Zenit selbst = o ist. Hiebey kömmt aber noch ein Umstand in Betracht, der bey genauen Beobachtungen nicht aus der Acht gelassen werden darf. Da die Stralenbrechung von der Dichtigkeit der Luft abhängt, so muß sie bey geringerer oder größerer Dichtigkeit der Luft ab- und zunehmen. Diese Veränderung der Luft wird durch das Thermometer und Barometer angezeigt. Der höhere Stand des erstern zeigt eine größere Wärme, also Verdünnung der Luft an, der höhere Stand des letztern beweist eine größre Elasticität oder höhere Luftsäule die auf die untere drückt: erstre deutet also eine geringere, letztre eine stärkere Refraktion an. Durch unzählige Beobachtungen hat man endlich das Gesetz ausfindig gemacht, nach welchem die Aendrung der Refraktion vom höhern oder niedern Stande des Barometers und Thermometers abhängt, und für diese Korrektion gleichfals Tafeln berechnet, so daß man vermittelst dieser drey Tafeln, bey

jeder Witterung und für jede beobachtete Höhe die entsprechende Refraktion findet.

Beyspiel. Ein Stern ist in der Höhe von 60° 31′ 45″ oder 29° 28′ 15″ vom Zenit beobachtet. Hiezu gehört in der IX. De Lambreschen Tafel die Refraktion 32″, 91 die man die mittlere nennt, oder in der IV Tafel der Logarithme 1,5174. Das Barometer stand auf 28 Zoll 3 Lin. Pariser Maaß, und das Reaumürsche Thermometer zeigte 13½ Grad Wärme. Ersteres gibt (I Taf.) 0,7648 mètres, letztres (II Taf.) 16,875 nach der neuen französischen Eintheilung. Hiemit findet man (VI Taf.) den Logarithmen 0,0027 und (VII Taf.) 9,9888. Diese zwey zum Logarithmen der mittleren Refraktion nämlich 1,5174 addirt, geben 1,5089, zu welchem Logarithmen (VIII Taf.) die Zahl 32″, 3 gehört, welches also die wahre Refraktion ist. Diese muß von der beobachteten Höhe 60° 31′ 45″ subtrahirt werden, um die wahre Höhe 60° 31′ 12″, 7 zu erhalten.

Sonderbare Wirkungen der astronomischen Stralenbrechung.

§. 20. Diese Theorie der Stralenbrechung erklärt auf eine leichte Art verschiedene sehr merkwürdige Erscheinungen, die grösstentheils schon oben (§. 13.) angeführt sind, und die sonst unmöglich scheinen würden. Wir haben dort gesehen, daß der vertikale Durchmesser der Sonne und des Monds kleiner ist als der horizontale, wodurch diese Weltkörper eine von unten nach oben eingedrückte Figur erhalten, welches aber nur nahe beym Horizont merklich ist. Wenn z. B. der untre Rand der Sonne den Horizont zu berühren scheint, so ist er durch die Stralenbrechung um die Horizontal-Refraktion = 34′ erhöht, der obre Rand aber, der um ungefähr 32′ höher steht, wird nur um 28′ erhöht, folglich der untre Rand dem obern um 6′ genähert, und der vertikale Durchmesser der Sonne scheint um 6′ oder um seinen fünften Theil kleiner als der horizontale, der gar nicht durch die Stralenbrechung geändert wird, weil seine beyden Endpunkte um gleich viel erhöht werden.

Wenn wir einen Weltkörper im Horizont selbst sehen, so scheint er 34′ höher als er wirklich ist: er steht also in diesem Augenblick in der That 34′ unter dem Horizont; daher die Sterne ehr auf- und später untergehen, also überhaupt länger über dem Horizont verweilen, als sie ohne die Stralenbrechung thun würden. Dies hat bey der Sonne eine sehr wohlthätige Wirkung, weil dadurch der Tag auf der ganzen Erde verlängert wird: den Bewohnern der Polar-Länder werden dadurch ihre traurigen Nächte um mehrere Tage verkürzt (Sph. §. 94.).

Ein Stern, der wirklich im Horizont steht, wird durch die Stralenbrechung um ungefähr 29′ erhöht, und dasselbe erfolgt auf der entgegen gesetzten Halbkugel: daher derselbe Weltkörper zugleich uns und unsern Antipoden über dem Horizont erscheinen kann, welches sonst ein Widerspruch seyn würde.

Wenn der volle Mond, der also der Sonne gerade gegenüber steht, sich nahe über dem Horizont, folglich der Mittelpunkt der Sonne sich wenig unterhalb des Horizonts befindet, so wird letztrer durch die Stralenbrechung gleichfals über dem Horizont erhoben, so daß beyde an entgegen gesetzten Punkten des Horizonts erscheinen. Ist nun der Mond zugleich verfinstert, welches nur beym Vollmonde geschehen kann, so hat man das seltene schon den Alten aufgefallene Schauspiel, daß der total verfinsterte Mond und die Sonne zugleich über dem Horizont gesehen werden.

Der Mond wird durch eine andre unter dem Namen Parallaxe bekannte Wirkung, von der wir gleich reden werden, im Horizont um ungefähr 60′ erniedrigt, durch die Stralenbrechung aber um 34′ erhöht, erscheint also im Ganzen um 26′ niedriger als er wirklich steht; ein Stern aber, der keine Parallaxe hat, scheint um 34′ höher. Steht nun der Stern in der That ganz nahe unter dem Monde, so wird er durch die Stralenbrechung über ihm erscheinen.

Zweytes Kapitel.

Parallaxe.

Messung aus zwey Standpunkten.

§. 21. Der Mensch, der so gern den Erdhaufen den er bewohnt, für den Mittelpunkt der Schöpfung ansieht, beweist nicht allein, daß er keine Idee hat von der Größe des Weltgebäudes, und von der unbedeutenden Stelle die wir darin einnehmen; er bedenkt auch nicht, daß uns in der That wenig damit gedient seyn würde, wenn wir uns im Mittelpunkt befänden. Man hört so oft die Klage, daß wir keine richtigen Begriffe von dem Tempel, den die Allmacht sich erbaut hat, haben können, weil wir ihn nicht aus dem wahren Gesichtspunkt (worunter man den Mittelpunkt versteht) betrachten, sondern nur aus irgend einem Winkel herein blicken: und doch würden wir sicher mehr dabey verlieren als gewinnen. Jeder Gesichtspunkt ist der wahre, wenn man ihn nur kennt, und nicht aus Eitelkeit oder Unwissenheit für den Mittelpunkt annimt. Allein der Beobachter, der eine Gegend nach allen Richtungen durchstreift, hat den Vortheil, daß er sie von mehreren Seiten betrachten, und aus allen Gesichtspunkten die er nach und nach einnimt, zeichnen kann, wodurch er mit Hülfe der Geometrie im Stande ist, eine genaue Karte von der ganzen Gegend zu entwerfen; da es hingegen unmöglich ist, aus einem einzigen Punkt, und wenn es auch der Mittelpunkt wäre, das kleinste Stück Landes auszumessen. Zwar ist es nicht nöthig, jede Entfernung wirklich zu messen, und die Geometrie lehrt in jedem Fall, wie man aus den wenigsten Messungen durch Schlüsse die Entfernungen aller Punkte und ihre Lage gegen einander herleiten kann; allein dies setzt voraus, daß man die Gegend wenigstens aus zwey Gesichtspunkten übersehen, und daß man wenigstens eine Entfernung oder eine Linie wirklich gemessen habe, die dann

zur Baſis oder zum Maasſtabe aller übrigen dient. Wenn wir ruhig an einem Orte ſtehen, wo wir eine freye Ausſicht nach allen Gegenden des Horizonts haben, ſo ſehn wir nur die ſcheinbare Lage der Gegenſtände: es erſcheint uns z. B. ein Baum rechts oder links von einem andern, oder mit ihm in gerader Linie, aber wir können nicht beurtheilen, wie weit beyde von uns oder von einander entfernt ſind, nicht einmal, welcher von beyden uns näher iſt. So bald wir uns aber nach der Seite bewegen, ſo entwickelt ſich nach und nach die ganze Gegend dem Auge des Geometers: die weit entfernten Gegenſtände nehmen faſt unverändert denſelben Punkt am Horizont ein, andre nähern ſich oder entfernen ſich von einander, und jeder Punkt iſt dem Auge deſto näher, je ſchneller er durch die Bewegung des Auges am Horizont fortzurücken ſcheint. Dieſe Sätze ſind ſo allgemein bekannt, daß, wer auch nichts von Mathematik weiß, ſie täglich in Ausübung bringt. Ohne von unſerm Stuhl aufzuſtehen, entſcheiden wir durch eine leichte Bewegung des Kopfes, ob ein ſchwarzer Fleck den wir nicht deutlich unterſcheiden können, eine Fliege auf unſerm Fenſter, oder ein Rabe auf einem entfernten Dache ſey. Die ganze Meßkunſt, von der Grundlegung einer Wieſe bis zur Ausmeſſung des Sonnen-Syſtems, iſt nichts anders als die Anwendung dieſer Lehren: und ſo wie Archimedes ſagte, „gebt mir einen feſten Punkt außer der Erde, und ich bringe „ſie aus ihrer Stelle,“ ſo kann der Aſtronom mit größerm Rechte ſagen: „gebt mir zwey verſchiedene Standpunkte im „Weltraum, nur eine Standlinie die ich meſſen kann, und „ich liefere euch eine genaue Karte vom ganzen Sonnen-„Syſtem.“

§. 22. Man wird leicht von ſelbſt darauf verfallen, daß es nicht nöthig ſey, daß der Beobachter ſelbſt ſich wirklich von dem einen Standpunkt A nach dem andern B begebe. Alles kömmt darauf an, gewiſſe Winkel wodurch die Lage der Gegenſtände beſtimmt wird, an zwey hinlänglich von einander Standlinie.

entfernten Oertern zu messen: und dieser Zweck wird erreicht, wenn zwey Beobachter ihre in verschiedenen Standpunkten gemachten Beobachtungen mit einander vergleichen. So findet man z. B. die Entfernung eines Meteors, einer Feuerkugel, ꝛc. die zugleich in Petersburg und in Moskau, dort bey diesem, hier bey jenem Stern beobachtet ist. Diese Aendrung des scheinbaren Orts eines Gegenstands, nachdem er aus diesem oder jenem Standpunkt beobachtet wird, heist seine Parallaxe: sie ist, wie man leicht begreift, desto grösser, je näher der Gegenstand und je grösser die Entfernung beyder Standpunkte, die Standlinie oder die Basis ist. Je entfernter also der Gegenstand ist, desto grösser muß die Basis genommen werden, damit die Parallaxe merklich werde. Die Länge eines gewöhnlichen Zimmers reicht zu, um die Entfernung zweyer nahen Schornsteine zu beurtheilen; eine Basis von mehreren Werften wird erfodert, um eine Provinz auszumessen; die Gröse des ganzen Erdbodens ist kaum hinlänglich, um die Entfernung der Planeten zu bestimmen; und der Durchmesser des Sonnen-Systems ist eine zu kleine Basis, um eine Karte vom Sternen-Himmel zu entwerfen.

Feste Punkte zur Ausmessung des Sonnensystems.

§. 23. Aus dem bisher gesagten wird man sich nun leicht einen Begrif machen können, wie die Astronomen die Parallaxe der Planeten bestimmt haben. Ein Planet, in dem nämlichen Augenblick an zwey sehr entfernten Oertern der Erde beobachtet, erscheint an verschiedenen Stellen des Himmels, und der Unterschied beyder Stellungen ist seine Parallaxe, deren Basis die Entfernung beyder Beobachtungs-Oerter ist. Es kömmt nur noch darauf an, feste Punkte am Himmel aufzufinden, mit denen man die Planeten vergleichen, und dadurch ihre scheinbare Lage an jedem Standpunkt bestimmen kann: und hiezu dienen die eben deswegen so genannten Fixsterne, die glücklicher weise so weit von uns entfernt sind, daß sie immer dieselbe Stelle am Himmel einzunehmen scheinen, aus welchem Ort der Erde sie auch beobachtet werden mögen, oder

mit andern Worten, daß sie keine Parallaxe haben, die für diese Basis merklich wäre. Die Fixsterne sind also die eigentlichen Gränzsteine, durch welche die Karte des Sonnen-Systems aufgenommen wird; und der glückliche Umstand, daß sie selbst keine merkliche Parallaxe haben, hat uns nicht allein gedient, die Stralenbrechung zu bestimmen, sondern wird uns nun auch Mittel an die Hand geben, die Parallaxe der Planeten durch ihre Vergleichung mit den Fixsternen zu finden.

Entdeckung der Parallaxe.

§. 24. Die Geschichte der Entdeckung dieser zwey Täuschungen, denen die astronomischen Beobachtungen unterworfen sind, nämlich der Stralenbrechung und Parallaxe, beweist, wie viel leichter der Mensch dasjenige findet, wozu bloßes Nachdenken gehört, als das wozu mühsame Beobachtungen und Erfahrungen nöthig sind. Die Parallaxe ist eine rein geometrische Theorie, und war daher schon den Griechen sehr wohl bekannt. In Ptolemäi Almageſt hat das 11. Kapitel des 5. Buchs die Ueberschrift „von der Parallaxe des Mondes" (*), und handelt diese Theorie nach Hipparch sehr gründlich ab. Im 12. Kap. beschreibt Ptolemäus das von ihm erfundene „parallaktische Instrument" (**), womit er die Mond-Parallaxe beobachtet hat, und zeigt im 13. Kap. wie daraus die Entfernung des Monds von der Erde berechnet werde, die er auch in der That mit großer Genauigkeit bestimmt. Er unternimt sogar, auf eine ähnliche Art die Entfernung der Sonne zu bestimmen, die er aber freylich viel kleiner findet, als sie wirklich ist. Die Stralenbrechung hingegen ward, ihrer beträchtlichen Größe unerachtet, erst 2000 Jahre nachher völlig bekannt.

Lehnsätze aus der Geometrie.

§. 25. Um die Methoden zu verstehen, deren sich die Astronomen zur Bestimmung der Parallaxe bedienen, muß man

---

(*) περὶ τῶν τῆς σελήνης παραλλάξεων.

(**) περὶ κατασκευῆς ὀργάνου παραλλακτικοῦ.

sich durchaus noch mit einigen Lehren der Geometrie bekannt machen, die in folgenden Sätzen enthalten sind.

Die Winkel jedes Vierecks = 360°.

1) Die Summe der vier Winkel jedes Vierecks ist 4 rechten oder 360° gleich. Denn man kann jedes Viereck durch eine Diagonale in 2 Dreyecke theilen, deren Winkel zusammen die Winkel des Vierecks ausmachen. Nun ist die Summe der Winkel jedes Dreyecks = 180° (Sph. §. 15. n. 7.): die Winkel beyder Dreyecke zusammen, oder die Winkel des Vierecks machen also 360°.

Parallelogramm.

2) In einem Viereck, dessen jede zwey gegenüberstehende Seiten parallel sind, und das man daher Parallelogramm nennt, sind die einander gegenüber stehenden Seiten und

4. Figur.

Winkel gleich groß. Theilt man nämlich (4. Fig.) das Parallelogramm durch die Diagonale **A C** in 2 Dreyecke, deren jedes die Seite **A C** mit dem andern gemein hat, so haben diese Dreyecke auch gleiche Winkel, weil zwey Parallellinien **A B**, **C D**, oder **A D**, **B C**, von jeder dritten **A C** so geschnitten werden, daß die Wechsel-Winkel gleich sind, **B A C = A C D**, und **D A C = A C B** (Sph. §. 15. n. 6.): mithin sind auch die dritten Winkel gleich, oder die gegenüberstehenden **B = D**. Zwey Dreyecke aber, die gleiche Winkel und eine gleiche Seite **A C** haben, passen auf einander (Sph. §. 15. n. 10.), die zwischen gleichen Winkeln liegenden Seiten sind auch gleich, also **A B = C D** und **A D = B C**.

Aehnliche Dreyecke.

3) Zwey Dreyecke, deren Winkel gleich sind, sind sich vollkommen ähnlich: die Seiten des einen können größer seyn als des andern, aber in beyden Dreyecken haben die Seiten dasselbe Verhältniß zu einander, oder sind einander proportional.

5. Figur.

Es sey (5. Fig.) **A = a**, **B = b**, **C = c**, und **A B** z. B. dreymal so groß als **a b**. Man nehme im Dreyeck **A B C**, **A b = a b**, **A c = a c**, und ziehe **b c**, so ist das Dreyeck **A b c** mit dem Dreyeck **a b c** einerley (Sph. §. 15. n. 10.): es ist also **b c = b c**, die Winkel **b**, **c**, im großen und kleinen Dreyeck gleich, also auch **A b c = A B C** und **A c b = A C B**,

woraus die parallele Lage der Linien cb, CB, folgt (Sph. §. 15. n. 6.). Es ist ferner Bb = 2ab, weil AB = 3ab war. Zieht man also cd ∥ bB, so ist Bbcd ein Parallelogramm, folglich Bd = bc und cd = Bb (n. 2.) d. i. cd = 2ab. Es sey e die Mitte von cd, also ce = ed = ½cd = ab, man mache cf = Ac = ac, und ziehe fe, so ist fce = cAb, weil zwey Parallellinien cd, AB, von einer dritten AC unter gleichen Winkeln geschnitten werden (Sph. §. 15. n. 6.) Die Dreyecke fce, cAb, passen also auf einander, weil sie einen Winkel, und die beyden Seiten die ihn einschließen, gleich haben. Es ist also fe = cb, und cfe = Acb = ACB, folglich fe ∥ CB (Sph. §. 15. n. 6.). Man ziehe noch fg ∥ ed, so ist defg ein Parallelogramm, worin fg = ed = ab und dg = ef = bc ist. Ferner ist Cfg = A = a, weil fg ∥ cd ∥ AB ist, C = c, also hat das Dreyeck Cfg alle Winkel mit dem Dreyeck abc gleich und eine Seite fg = ab: also ist auch Cf = ac und Cg = cb (Sph. §. 15. n. 10.). Wir haben also bewiesen, daß Ac = cf = fC = ac und Bd = dg = gC = bc, also AC = 3ac und BC = 3bc ist, so wie AB = 3ab angenommen war. Alle Seiten beyder Dreyecke haben also dasselbe Verhältniß zu einander, nämlich wie 3 zu 1. — Es ist bey diesem Beweise nur der Deutlichkeit wegen angenommen, daß AB dreymal so groß sey als ab; man wird sich aber leicht überzeugen, daß derselbe Beweis statt hat, wenn auch die Seiten des großen Dreyecks nicht gerade 2, oder 3, oder 4 mal so groß sind als die des kleinen. Es sey z. B. AB = $3\frac{1}{4}$ab = $\frac{13}{4}$ab, so verzeichne man ein drittes Dreyeck $\alpha\beta\gamma$, worin die Winkel α, β, γ, auch den Winkeln a, b, c, und A, B, C, gleich sind, und $\alpha\beta = \frac{1}{4}$ab also ab = $4\alpha\beta$ ist. Nun folgt aus obigem Beweise, daß die Dreyecke $\alpha\beta\gamma$, abc, einander ähnlich sind, und daß die Seiten ab, ac, bc, viermal so groß sind als $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\beta\gamma$. Da nun AB = $\frac{13}{4}$ab und $\alpha\beta = \frac{1}{4}$ab ist, so ist AB = $13\alpha\beta$, woraus wie oben folgt, daß die Seiten AB, AC, BC, 13 mal so groß als $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\beta\gamma$ sind. Nun

waren ab, ac, bc, 4 mal so groß: also verhalten sich AB, AC, BC, zu ab, ac, bc, wie 13 zu 4, d. h. AC, BC verhalten sich zu ac, bc, eben so wie AB zu ab.

Proportion. 4) Wenn zwey Größen A, B, eben das Verhältniß gegen einander haben, wie zwey andre C, D, so drückt man dies in der Geometrie so aus, $A : B = C : D$, und man nennt diese Gleichheit zweyer Verhältnisse A zu B, und C zu D, eine Proportion. Sind nur drey dieser Größen gegeben, so findet man die vierte D durch die bekannte Regel de Tri, indem man die zwey lezten B, C, multiplizirt, und dieses Produkt durch die erste A dividirt, welches die Mathematiker so bezeichnen, $D = \frac{B.C}{A}$. Multiplizirt man auf beyden Seiten mit A, so bleibt rechts wider das Produkt B. C, und man erhält $A.D = B.C$, d. h. bey jeder Proportion ist das Produkt der beyden äußern Glieder dem Produkt der beyden innern gleich. Der Grund hievon ist leicht einzusehen. Das Verhältniß zweyer Größen drückt aus, wie oft die kleinere oder ein Theil von ihr in der größern enthalten ist. Wenn z. E. A sich zu B verhält wie 2 zu 3, so heist das so viel: B enthält dieselbe Größe dreymal, die A nur zweymal enthält; nun enthält A seine Hälfte zweymal, also enthält B die Hälfte von A dreymal, d. i. $B = 3\frac{A}{2} = \frac{3}{2}A$. Ueberhaupt also läst sich jedes Verhältniß zwischen A und B dadurch ausdrücken, daß $B = n.A$ ist, wo n eine ganze Zahl oder ein Bruch seyn kann. Soll sich nun C eben so gegen D verhalten, oder eine Proportion zwischen diesen vier Größen statt finden, so muß auch $D = n.C$ seyn, und jede Proportion läßt sich so ausdrücken, $A : nA = C : nC$. Hieraus folgt nun offenbar, daß die Produkte der beyden äußern und der beyden innern Glieder gleich sind, $A.n.C = n.A.C$, folglich $D = \frac{n.A.C}{A} = nC$.

Trigonometrische Linien. 5) Es ist oben (Sph. §. 15. n. 5.) erklärt, wie die Winkel durch Kreisbogen gemessen werden. Aus der Spitze

6. Figur. C (6. Fig.) des Winkels ACB schlägt man mit einem will-

kührlichen Halbmesser CA den Qvadranten des Kreises ADF, da sich dann der Winkel ACB zum rechten Winkel verhält wie der Bogen AD zum Qvadranten AF. Zieht man nun DE auf AC senkrecht, so heist DE der Sinus des Winkels ACB (sin ACB) in diesem Kreise oder für den Halbmesser CA = CD. Wäre der Halbmesser grösser angenommen z. B. CB, so wäre auch der Sinus für diesen Halbmesser BA grösser als DE, das Verhältniß aber wäre das nämliche, weil beyde Dreyecke ACB, ECD, den Winkel C gemein, und bey A, E, rechte Winkel, also alle drey Winkel gleich haben, woraus die Proportionalität der Seiten folgt (n. 3.). Eben diese Linie DE ist auch der Sinus des Winkels HCD der mit ACD 180° macht. Man hat demnach für jeden Winkel ACB, von Sekunde zu Sekunde, das Verhältniß seines Sinus zum Halbmesser berechnet, und dann den Halbmesser = 1 gesetzt, so daß jeder Sinus durch einen eigentlichen Bruch ausgedrückt wird, weil alle Sinus kleiner als der Halbmesser CF sind. Um endlich die vielen Multiplikationen und Divisionen mit großen Zahlen, die hier beständig vorkommen, zu vermeiden, hat man mit unsäglicher Mühe, für jede Zahl ihren Logarithmen berechnet, d. i. eine Reihe von Zahlen, die so beschaffen ist, daß die Summe zweyer Logarithmen jeder Zahlen A, B, beständig dem Logarithmen des Produkts der beyden Zahlen A, B, gleich ist. Hiedurch wird die Multiplikation in Addition, und die Division in Subtraktion verwandelt, wodurch sehr viele Zeit und Mühe erspart wird. Soll man z. B. die vierte Proportional-Zahl D zu A, B, C, suchen, d. h. das Produkt BC durch A dividiren, so sucht man in der Logarithmen-Tafel die Logarithmen dieser drey Zahlen, addirt log B und log C, und subtrahirt von der Summe log A: der Rest ist log D, dessen Zahl man in der Logarithmen-Tafel aufsucht, welche D ist. Eben so hat man für die Sinus jedes Winkels die Logarithmen berechnet, wodurch die trigonometrische Rechnung sehr erleichtert wird. — Wenn man den

Sinus.

Logarithmen.

Winkel ACD, dessen Sinus DE ist, vom rechten Winkel ACF abzieht, so bleibt der Winkel DCF über, den man das Komplement von ACD nennt. Der Sinus dieses Winkels für denselben Halbmesser ist DG = EC, weil CEDG ein Parallelogramm ist (n. 2.), und man nennt den Sinus des

Kosinus. Komplements CE den Kosinus des Winkels ACD (cos ACD).

Tangente. Zieht man endlich AB senkrecht auf AC, so heist AB die Tangente des Winkels ACD für den Halbmesser AC (tang ACD), und die Tangente seines Komplements oder des Winkels DCF

Kotangente. heist die Kotangente von ACD (cot ACD). Wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke ECD und ACB hat man die Proportion CE : ED = CA : AB, d. i. cos ACD : sin ACD = 1 : tang ACD, folglich tang ACD = $\frac{sin\,ACD}{cos\,ACD}$. Die trigonometrischen Tafeln enthalten für jeden Winkel die Sinus, Kosinus, Tangenten und Kotangenten nebst ihren Logarithmen.

Trigonometrie der rechtwinklichten

6) In jedem rechtwinklichten Dreyeck CED (6. Fig.) verhält sich die Hypothenuse CD zu einem Katheten DE, wie der Halbmesser oder 1 zum Sinus des Winkels ECD, wie sogleich erhellt, wenn man aus dem Mittelpunkt C mit dem Halbmesser CD einen Kreisbogen schlägt. Ferner ist CD : CE = 1 : cos ECD oder wie 1 zu sin DCF (das Komplement von ECD). Nun ist DCF = CDE, weil auch CDE mit ECD 90° macht: also ist CD : CE = 1 : sin CDE. Es verhält sich demnach in jedem rechtwinklichten Dreyeck die Hypothenuse zu jedem Katheten, wie 1 zum Sinus des dem Katheten gegenüber stehenden Winkels: mithin verhalten sich auch beyde Katheten gegen einander, wie die Sinus der gegenüber stehenden Winkel. Nennt man also die beyden schiefen Winkel, A, B, die ihnen gegenüber stehenden Katheten a, b, und die Hypothenuse c, so ist c : a = 1 : sin A, und c : b = 1 : sin B, woraus folgende Gleichungen entstehen. 1) sin A = $\frac{a}{c}$, 2) sin B = $\frac{b}{c}$,

3) $a = c \cdot \sin A$, 4) $b = c \cdot \sin B$, 5) $c = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$:

aus 1) und 2) folgt $\sin A : \sin B = \frac{a}{c} : \frac{b}{c} = a : b$; alſo

6) $\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\cos A} = \text{tang } A$ (n. 5.).

7) Hieraus folgt, daß in jedem rechtwinklichten Dreyeck die Hypothenuſe größer als jeder Kathete iſt, ferner daß die kürzeſte unter allen Linien, die ſich aus einem Punkt A (2. Fig.) auf eine gerade Linie DE ziehn laſſen, die ſenkrechte AC iſt, weil jede andere AD oder AE die Hypothenuſe wird, und AC der Kathete. Wenn nun (6. Fig.) BA einen Kreis in A berührt, alſo ganz außer dem Kreiſe fällt, ſo iſt der Halbmeſſer CA die kürzeſte aller Linien, die ſich aus C auf BA ziehn laſſen: folglich ſteht die Tangente BA auf dem Halbmeſſer CA im Berührungspunkt A ſenkrecht.

und der ſchiefwinklichten Dreyecke.

8) In jedem Dreyeck ABC, wenn es auch keinen rechten Winkel hat, verhalten ſich die Seiten gegen einander, wie die Sinus der ihnen gegenüber ſtehenden Winkel (7. Fig.). Wenn man das Dreyeck durch die Normallinie CD in zwey rechtwinklichte ADC und BDC theilt, ſo hat man (n. 6. 3)) im erſtern Dreyeck $CD = AC \cdot \sin A$, und im andern $CD = BC \cdot \sin B$. Beyde Werthe von CD gleich geſetzt, geben $AC \cdot \sin A = BC \cdot \sin B$, oder $\sin B = \frac{AC \cdot \sin A}{BC}$: folglich iſt $\sin B$ die vierte Proportional-Größe zu BC, AC, und $\sin A$, d. h. $BC : AC = \sin A : \sin B$, die Seiten verhalten ſich wie die Sinus der gegenüber ſtehenden Winkel. Es folgt daraus, daß auch in den ſchiefwinklichten Dreyecken die größre Seite immer dem größern Winkel gegenüber ſteht. 7. Figur.

Erklärung der Parallaxe.

§. 26. Die Parallaxe eines Planeten iſt der Unterſchied der Stellung, in der er, aus zwey verſchiedenen Standpunkten beobachtet, erſcheint. Je entfernter alſo beyde Standpunkte von einander ſind, deſto merklicher wird ſeine Parallaxe, und deſto genauer wird ſie ſich beſtimmen laſſen. Die gröſte Ent-

fernung, in der sich zwey Beobachter auf der Erde befinden können, ist der Durchmesser der Erde; allein es ist nicht gleichgültig, was für eine Lage die Entfernung zwischen beyden Beobachtungs-Oertern hat. Die vortheilhafteste Lage wird durch die Methode bestimmt, die man zur Beobachtung der Parallaxe anwendet, und die Erklärung dieser Methoden erfodert eine genauere Untersuchung der Parallaxe überhaupt. Um Verwirrung zu vermeiden ist es nothwendig, einen gewissen Standpunkt anzunehmen, auf den alle übrigen zurück geführt werden: und hiezu haben die Astronomen, aus sehr guten Gründen, nicht etwa einen Ort auf der Erde — denn welcher solte dies seyn? — sondern ihren Mittelpunkt angenommen. Sie nennen also den wahren Ort eines Planeten denjenigen Punkt am Himmel, in welchem er, aus dem Mittelpunkt der Erde gesehen, erscheinen würde, und seinen scheinbaren Ort denjenigen, wo er an irgend einem Ort auf der Oberfläche der Erde erscheint: der Unterschied zwischen dem wahren und scheinbaren Ort eines Planeten heist seine Parallaxe. Nun begreift man leicht, daß diese beyden Oerter zusammen fallen, wenn der Planet im Zenit steht, weil die Vertikallinie oder die Linie durch den Mittelpunkt der Erde und den Beobachtungs-Ort zugleich durch den Planeten geht. So bald sich aber der Planet vom Zenit entfernt, fallen die beyden Linien, die aus dem Mittelpunkt der Erde und aus dem Beobachtungs-Ort nach dem Planeten gezogen werden, nicht mehr zusammen: sie entfernen sich desto weiter von einander, je mehr sich der Planet vom Zenit entfernt, und der Winkel den sie einschließen, wird am grösten, wenn der Planet seine gröste Entfernung vom Zenit hat oder im Horizont steht. Mit andern Worten, die Parallaxe verschwindet, wenn der Planet im Zenit steht, und sie wird am grösten im Horizont: diese gröste Parallaxe nennt man die Horizontal-Parallaxe des Planeten. Bis so weit kömmt also die Theorie der Parallaxe mit der Stralenbrechung ganz überein; allein die Gesetze,

nach denen sich beyde in verschiedenen Höhen ändern, sind ganz verschieden.

§. 27. Wenn (8. Fig.) BCT einen Theil der Erde, T einen Ort auf ihrer Oberfläche, C ihren Mittelpunkt vorstellt, also CTZ die Vertikallinie des Orts T ist, die durch sein Zenit Z geht, so wird ein Planet, dessen tägliche Bahn um den Mittelpunkt der Erde RHLA ist, wenn er in A durch das Zenit geht, von C und T aus in dem nämlichen Punkt Z am Himmel erscheinen, seine Parallaxe ist im Zenit = o. Wenn er aber in L steht, so ist sein wahrer Ort am Himmel D, sein scheinbarer M: erstrer wird durch die Linie CL bestimmt, letztrer durch TL, und beyde machen mit einander den Winkel CLT, welches die Parallaxe ist. Wenn der Planet in H im Horizont erscheint, so wird sein wahrer und sein scheinbarer Ort durch die Linien CH, TH bestimmt; und man nennt die Ebne TH die die Erde in T berührt, den scheinbaren Horizont des Orts T, die mit ihr parallele Ebne durch den Mittelpunkt der Erde CR den wahren: der Unterschied zwischen beyden HCR ist also mit der Horizontal-Parallaxe CHT einerley, daher man auf diesen Unterschied nur bey solchen Weltkörpern Rücksicht zu nehmen hat, die eine merkliche Parallaxe haben, nicht aber bey den Fixsternen (Sph. §. 21.). Uebrigens ist es offenbar, daß die Horizontal-Parallaxe CHT größer als jede andre Parallaxe CLT ist. Nennt man nämlich die scheinbare Entfernung eines Planeten vom Zenit LTZ = ζ, seine scheinbare Höhe LTH = α die das Komplement von ζ ist, die Horizontal-Parallaxe CHT = H, und die Parallaxe in der Höhe α oder die Höhen-Parallaxe CLT = h, so ist in dem bey T rechtwinklichten Dreyeck CTH, $\sin H = \frac{CT}{CH}$ (§. 25. n. 6.), und im Δ CLT, $\sin h = \frac{CT \cdot sin\, CTL}{CL}$ (§. 25. n. 8.). Nun ist sin CTL = sin LTZ (§. 25. n. 5.) = sin ζ = cos α, und CL = CH, weil der Planet durch die tägliche Umdrehung der Erde seine Entfernung von ihrem Mit-

Horizontal- und Höhen-Parallaxe. 8. Figur. wahrer und scheinbarer Horizont.

telpunkt nicht ändert: substituirt man also sin ζ oder cos α statt sin CTL, und CH statt CL, d. i. $\frac{CT}{CH}$ oder sin H statt $\frac{CT}{CL}$, so erhält man sin h = sin H . sin ζ = sin H . cos α; oder da bey so kleinen Winkeln, wie die Parallaxen der Planeten sind, die Bogen von ihren Sinus nicht merklich abweichen, h = H . sin ζ oder h = H . cos α. Da nun alle Sinus und Kosinus kleiner als 1 sind (§. 25. n. 5.), so ist jede Höhen-Parallaxe h kleiner als die Horizontal-Parallaxe H, und zwar im Verhältniß des Kosinus der Höhe zu 1.

Wenn also die Horizontal-Parallaxe H gegeben ist, so findet man daraus die Parallaxe h in jeder scheinbaren Höhe α, wenn man in den trigonometrischen Tafeln log cos α aufsucht, und ihn zu log H addirt. Umgekehrt, wenn man in einer gewissen Höhe α durch Beobachtungen h bestimmt hat, so ergiebt sich auch daraus H, wenn man h durch cos α dividirt.

Die Parallaxe wird zur scheinbaren Höhe addirt.

§. 28. Beyde Oerter des Planeten L, der wahre und der scheinbare, werden durch die Linien CL, TL, bestimmt: beyde liegen also in der Ebne CTL, die mit CT durch das Zenit geht. Die Parallaxe bringt folglich den Planeten nicht aus seiner Vertikal-Ebne, sondern ihre ganze Wirkung besteht darin, ihn in dieser Ebne vom Zenit zu entfernen: seine wahre Entfernung vom Zenit ist nämlich ZCL, seine scheinbare ZTL. Nun ist der äußre Winkel ZTL jedes Dreyecks CLT der Summe der beyden innern TCL + CLT gleich (Sph. §. 15. n. 7.), d. h. die scheinbare Entfernung vom Zenit ZTL ist größer als die wahre TCL, und zwar ist ihr Unterschied die Höhen-Parallaxe CLT. Die scheinbare Höhe wird also um eben so viel kleiner seyn als die wahre, und man muß zu jeder beobachteten Höhe die Parallaxe addiren, um die wahre Höhe zu haben.

Lage der beyden Standpunkte.

§. 29. Da die ganze Wirkung der Parallaxe auf die Aendrung der Höhe verwandt und im Scheitelkreise verrichtet

wird, so wird sie sich am sichersten durch die Beobachtung der Höhe, und von zwey Beobachtern die sich in einem Scheitelkreise oder vielmehr Meridian befinden, bestimmen lassen: und zwar müssen, um die scheinbare Höhe mit der wahren vergleichen zu können, beyde Beobachter die Höhe des Planeten in demselben Augenblick beobachten, weil sonst der Planet indessen seinen wahren Ort, womit beyde scheinbaren Oerter verglichen werden sollen, geändert hätte, welches eine weitläuftige Reduktion erfodern würde. Es ist also das natürlichste, daß beyde Beobachter den Planeten in dem Augenblick beobachten, da er durch ihren gemeinschaftlichen Meridian geht, wodurch die Rechnung einfach, und die Beobachtung genauer wird, weil dies der Augenblick ist, da sich die Höhe am langsamsten ändert. Da die Parallaxe desto größer ist, je entfernter die Standpunkte von einander sind, so würde die vortheilhafteste Lage die seyn, wenn beyde Beobachter den Planeten im Horizont oder doch nahe dabey beobachten: beyde Oerter müssen also in demselben Meridian, so weit möglich von einander, folglich an verschiedenen Seiten des Aequators liegen.

Bestimmung der Parallaxe durch Beobachtungen. 9. Figur.

§. 30. Man stelle sich nun vor (9. Fig.), daß Pp die Erd-Axe ist, PAp der Meridian der beyden Oerter M, N, aus denen die Höhe des Planeten beobachtet ist, als er in L durch den gemeinschaftlichen Meridian ging. Die beobachteten Winkel sind also die Entfernungen des Planeten vom Zenit LMZ und LNV, die wir η, θ, nennen wollen: man kennt also auch die Winkel $CML = 180^\circ - \eta$ und $CNL = 180^\circ - \theta$. Ferner muß die Polhöhe beyder Oerter, oder ihre Entfernung vom Aequator $ACM = \alpha$ und $ACN = \beta$ genau bestimmt seyn. Man kennt also im Viereck CMLN drey Winkel, $CML = 180^\circ - \eta$, $CNL = 180^\circ - \theta$ und $MCN = \alpha + \beta$, deren Summe von 360° subtrahirt, den Winkel MLN übrig läst (§. 25. n. 1.), nämlich $MLN = 360^\circ - (180^\circ - \eta + 180^\circ - \theta + \alpha + \beta)$
$= 360^\circ - 180^\circ + \eta - 180^\circ + \theta - \alpha - \beta = \eta + \theta - \alpha - \beta$.
Dieser Winkel MLN ist die Summe zweyer Parallaxen CLM

und CLN, die zu den scheinbaren Entfernungen vom Zenit ZML $= \eta$ und VNL $= \theta$ gehören. Nennt man nun die Horizontal-Parallaxe des Planeten H, so ist (§. 27.) CLM $=$ H.sin η und CLN $=$ H sin θ, folglich CLM + CLN oder MLN $=$ H (sin η + sin θ). Man erhält also die Horizontal-Parallaxe H, wenn man MLN durch sin η + sin θ dividirt.

Anmerkung.

§. 31. Wenn es durchaus nothwendig wäre, daß beyde Oerter genau in einem Meridian lägen, so würde diese Methode schwerlich angewandt werden können; allein es ist hinlänglich, wenn beyde Meridiane nur nicht zu weit von einander entfernt sind. Liegt z. B. der Meridian des Orts N 5° westlich von dem andern, so daß der Planet 20 Minuten später durch diesen Meridian geht, so wird sich seine Abweichung in dieser Zeit geändert haben, so daß der Planet sich z. B. dem Aeqvator um den kleinen Winkel BCb genähert hat, und nicht in der Linie CL sondern Cl stand, als er durch den Meridian des Orts N ging, also auch in N nicht die Entfernung vom Zenit VNL $= \theta$, sondern VNl $= \theta -$ LNl beobachtet ist. Hat man nun auch am vorigen oder folgenden Tage den Planeten im Meridian beobachtet, und daraus gesehn, wie viel sich seine Entfernung vom Zenit in 24 Stunden ändert, so berechnet man daraus, oder auch aus den Tafeln, wie viel sie sich in jenen 20 Minuten ändert, nämlich um den Winkel LNl: und dann gibt VNl + LNl wie oben den Winkel VNL $= \theta$.

Beyspiel.

§. 32. Man wird nicht leicht auf der Erde zwey Oerter finden, die zu diesen Beobachtungen eine bequemere Lage haben, als Stockholm und das Vorgebirge der guten Hofnung. Ihre Polhöhen sind 59° 20′ 31″ Nordl. und 33° 55′ 15″ Südl. also der Winkel MCN oder $\alpha + \beta =$ 93° 15′ 46″. Der Unterschied ihrer Meridiane beträgt aber nur 1 Min. 20 Sek. um welche das Kap östlicher liegt. Aus den am Kap und in Berlin angestellten Beobachtun-

gen ist die Monds-Parallaxe mit großer Genauigkeit bestimmt worden. Man hat sich derselben Methode auch bedient, um die Parallaxe der Planeten, besonders des Mars, zu bestimmen; und es wird nicht überflüssig seyn, dies durch ein Beyspiel zu erläutern.

Mars ward am 5 Oktober 1751 am Kap und in Stockholm, bey seinem Durchgange durch den Meridian beobachtet. Die scheinbare Entfernung vom Zenit war am erstern Ort, $\eta = 25^\circ\ 1'\ 2''$, am letztern $\theta = 68^\circ\ 15'\ 15'',9$. Man hat also $\eta + \theta = 93^\circ\ 16'\ 17'',9$ und $\alpha + \beta = 93^\circ\ 15'\ 46''$, welches von jenem abgezogen gibt $MLN = 31'',9$. Nun findet man in den trigonometrischen Tafeln $\sin \eta = 0{,}42288$; $\sin \theta = 0{,}92884$; also $\sin \eta + \sin \theta = 1{,}35172$: wenn man hiedurch $31'',9$ dividirt, so erhält man die Horizontal-Parallaxe des Mars $= 23'',6$.

Auch die Parallaxe der Venus und der Sonne hat man auf diese Art bestimmt, und dadurch wenigstens gefunden, daß letztre nicht über $10''$ ist, da sie doch Ptolemäus und seine Nachfolger zu $2'\,50''$ bestimmt hatten.

Diese Art von Beobachtungen lassen sich sehr genau vermittelst großer Qvadranten, oder auch Sektoren die nur wenige Grade enthalten, aber auf das schärfste eingetheilt sind, so daß man einzelne Sekunden unterscheiden kann, anstellen. Man beobachtet dann nicht unmittelbar die Höhe des Planeten, sondern vergleicht ihn an beyden Oertern mit demselben Fixstern, der fast die nämliche Abweichung hat als der Planet, so daß beyde innerhalb des eingetheilten Sektors durch den Meridian gehen. Da die Fixsterne keine Parallaxe haben, so müste der Planet an beyden Oertern in gleicher Entfernung vom Stern erscheinen, wenn er gleichfals keine Parallaxe hätte. Findet sich also ein Unterschied, so kann dies nur die Wirkung der Parallaxe seyn, wenn man den Unterschied beyder Refraktionen vorher berechnet hat. So fand man im vorigen Beyspiel, daß am einen Orte Mars um $1'\,25'',8$ höher stand

als der Fixstern, am andern Ort aber um 1′ 57″,7 niedriger als derselbe Stern. Der Unterschied der Entfernungen gibt dieselbe Wirkung der Parallaxe wie oben, nämlich 31″,9.

Bestimmung der Sonnen-Parallaxe.

§. 33. Da die Entfernung der Sonne von der Erde, wie wir in der Folge sehen werden, eigentlich der Maasstab des ganzen Sonnen-Systems ist, und bey allen Rechnungen zum Grunde liegt, so war es einer der wichtigsten Gegenstände der Sternkunde, die Sonnen-Parallaxe, woraus sich jene Entfernung unmittelbar herleiten läst, mit der grösten Genauigkeit zu bestimmen. Man wuste schon, daß sie höchstens 10″ beträgt: da also ein Fehler in den Beobachtungen von nur 5″ die Größe des ganzen Sonnen-Systems verdoppelt, so muste man auf Methoden denken, wodurch sich die Sonnen-Parallaxe bis auf Zehntel von Sekunden bestimmen ließ. Das einzige hiezu brauchbare Mittel entdeckte der Scharfsinn Halley's in den Durchgängen der Venus vor der Sonne. Wenn dieser untre Planet zwischen der Sonne und Erde durchgeht, so erscheint er den Erdbewohnern in der Sonnenscheibe wie ein schwarzer sehr scharf begränzter Fleck, und diese Beobachtung läst sich mit großer Genauigkeit anstellen. Da Venus, gleich allen Planeten, von der rechten nach der linken Seite um die Sonne läuft, so werden wir sie am linken Sonnen-Rande eintreten, und am rechten austreten sehn. Die Astronomen, die um die Zeit des Eintrits auf der linken Seite der Erde wohnen, werden daher den Planeten eintreten sehen, wenn die Bewohner der rechten Seite ihn noch nicht in der Sonne sehen; und umgekehrt, wird er diesen noch in der Sonne erscheinen, wenn jene längst seinen Austrit beobachtet haben. Dieser Unterschied muß natürlich desto beträchtlicher seyn, je näher Venus ist: denn er würde ganz wegfallen, d. h. alle Erdbewohner würden den Durchgang auf gleiche Art beobachten, wenn Venus auf der Oberfläche der Sonne selbst wäre. Es ist also offenbar, daß man aus den verschiedenen Zeiten, da Venus vor der Sonne an verschiedenen Oertern der Erde

beobachtet iſt, die Entfernung der Venus von der Erde herleiten kann. Da nun das Verhältniß der Entfernungen der Planeten von der Sonne und von einander, durch andre Methoden vollkommen bekannt war, ſo führte dies endlich zu einer genauen Beſtimmung der Entfernung der Sonne von der Venus und von der Erde, oder der Sonnen-Parallaxe, die auf dieſe Art = 8″,8 gefunden ward. Alles dies wird unten ausführlich erklärt werden.

Aus der Parallaxe findet man die Entfernung. 10. Figur.

§. 34. Um ſich nun einen deutlichen Begrif zu machen, wie die Entfernung eines Weltkörpers durch ſeine Parallaxe beſtimmt wird, darf man ſich nur vorſtellen, wie der Feldmeſſer die Entfernung eines Gegenſtandes L beſtimmt, von dem ihn ein Fluß trennt (10. Fig.). Er nimt zwey Punkte A, B, wilkührlich an, mißt die Standlinie AB, und beobachtet aus A und B die Lage von L, nämlich die Winkel LAB, LBA. Dies giebt zugleich den dritten Winkel des Dreyecks bey L; und da die Seite AB bekannt iſt, ſo wird daraus durch die Trigonometrie, die Entfernung LA oder LB berechnet. Man ſieht leicht, daß hier der Winkel L das iſt, was in der Aſtronomie Parallaxe heiſt; AB iſt der zwiſchen beyden Beobachtungs-Oertern eingeſchloſſene Bogen der Erdfläche oder des Meridians, LAB und LBA ſind die ſcheinbaren Höhen des Planeten in A und B, aus deren Beobachtung die Parallaxe L gefunden ward. Man findet alſo auf dieſe Art die Entfernung des Planeten LA im Verhältniß gegen AB (§. 25. n. 7.), und kann ſie in jedem Maaße ausdrücken, worin AB bekannt iſt: ſo daß nur noch AB beſtimmt werden muß, ohne daß es gerade nothwendig iſt, AB ſelbſt zu meſſen. So bald die Figur der Erde bekannt iſt, darf man nur eine ihrer Dimenſionen kennen, um daraus die Entfernung zweyer Oerter AB, deren Lage gegen einander gegeben iſt, herzuleiten. Nimt man z. B. an, daß die Erde eine Kugel ſey, ſo darf man nur einen Grad im Meridian wie Ab (9. Fig.) meſſen: dies gibt, vermöge der bekannten Eigenſchaften der Kugel, nicht al-

lein die ganze Peripherie des Meridians und jedes grösten Kreises der Erde, die 360 mal so groß als Ab ist, sondern auch alle übrigen Dimensionen der Erde, ihren Halbmesser CM, CN, ihre Oberfläche, ihren körperlichen Inhalt, ꝛc. Nachdem man nun durch die obigen Methoden die Horizontal-Parallaxe eines Planeten bestimmt hat, die durch CHT

8. Figur. (8. Fig.) vorgestellt wird, so kennt man in diesem Dreyeck alle Winkel, weil bey T ein rechter Winkel, und CHT, also auch der dritte Winkel bekannt ist: man kennt ferner den Halbmesser der Erde CT, woraus CH, die Entfernung des Planeten von der Erde, berechnet wird. Kennt man CT noch nicht, so wird man durch diese Rechnung wenigstens das Verhältniß der Linien CH, CT, finden: daher auch die Entfernungen der Planeten CH in der Astronomie gewöhnlich durch den Erd-Halbmesser CT ausgedrückt werden. Nachdem man z. B. (§. 32.) gefunden hatte, daß die Horizontal-Parallaxe des Mondes CHT zwischen 57′ und 58′ fiel, so gab die Berechnung des Dreyecks CHT, daß CH sich zu CT verhalte wie 1 zu sin 57½′ d. i. wie 1 zu $\frac{1}{60}$ oder wie 60 zu 1, daß also die Entfernung des Mondes von der Erde 60 Erd-Halbmessern gleich sey.

Formeln für die Parallaxe und Entfernung.

§. 35. Die oben (§. 27.) gefundene Gleichung $\sin H = \frac{CT}{CH}$ gibt zugleich $CT = CH . \sin H$ und $CH = \frac{CT}{\sin H}$. Nennt man also überhaupt den Erd-Halbmesser CT = a, die Entfernung eines Planeten von dem Erd-Mittelpunkt CH = r, seine Horizontal-Parallaxe = H, so ist $r = \frac{a}{\sin H}$, welches zeigt, wie die Entfernung aus der Parallaxe gefunden wird. Im obigen Beyspiel (§. 32.) war die Horizontal-Parallaxe des Mars = 23″,6 gefunden, und in den trigonometrischen Tafeln findet man log sin 23″,6 = 6,0583927; wozu in den Logarithmen-Tafeln die Zahl 0,0001144 gehört. Es ist also $r = \frac{a}{0,0001144} = a . 8742$; d. h. die Entfernung des Mars

von der Erde betrug, zur Zeit der Beobachtung, 8742 Erd Halbmesser, war also fast 146 mal so groß als die Entfernung des Monds (§. 34.). — Wenn r′ die Entfernung eines andern Planeten, und H′ seine Horizontal-Parallaxe ist, so hat man auch die Gleichung $r' = \frac{a}{\sin H'}$; folglich $r' . \sin H' = a = r . \sin H$, woraus die Proportion folgt $r' : r = \sin H : \sin H'$; d. h. die Entfernungen zweyer Planeten von der Erde verhalten sich umgekehrt wie ihre Horizontal-Parallaxen. So verhalten sich z. B. die Parallaxen des Mondes und des Mars wie 57′ 30″ zu 23″,6 d. i. wie 3450″ zu 23″,6 oder wie 146 zu 1: Mars ist also 146 mal so weit von der Erde als der Mond, genau wie oben.

Drittes Kapitel.

Gestalt und Größe der Erde.

§. 36. Die letzte Gleichung die wir im vorigen Kapitel fanden, $r = \frac{a}{\sin H}$, oder die darin enthaltene Lehre, daß die Entfernung eines Planeten von der Erde r den Erd-Halbmesser a so oft enthalte, als die Zahl $\frac{1}{\sin H}$ ausdrückt, setzt voraus, daß dieser Halbmesser eine bekannte, oder wenigstens eine bestimmte Größe sey, die an jedem Ort der Erde dieselbe ist, d. h. daß die Erde eine Kugel sey: denn einen Körper, in dem sich ein Mittelpunkt angeben läßt, von dem alle gerade Linien nach seiner Oberfläche, oder alle Halbmesser von gleicher Größe sind, nennen wir eine Kugel. Bey den Fixsternen, die eine so ungeheure Entfernung von uns haben, daß im Verhältniß dagegen die Größe des ganzen Erdkörpers in einen Punkt zusammen sinkt, war es unnötig, die Figur der Erde

Die Erde ist eine Kugel.

zu untersuchen (Sph. §. 18.); so bald wir uns aber mit denjenigen Weltkörpern, gegen deren Entfernung die Größe der Erde ein merkliches Verhältniß hat, mit den Planeten beschäftigen, wird diese Untersuchung durchaus nothwendig. Die seit Jahrtausenden von den Astronomen angenommene Wahrheit, daß der Körper den wir bewohnen, eine Kugel sey, wird jezt nicht leicht von jemandem bezweifelt; doch ist es die Pflicht jedes Lehrbuchs der Astronomie, zu zeigen, in wie fern dieser Satz wahr ist, und worauf sich seine Wahrheit gründet.

Aeltere Beweise dafür.

§. 37. Der unvollkommene Zustand der Physik und selbst der Meßkunst war Ursache, daß den Alten die stärksten Gründe für die Kugel-Gestalt der Erde, die eine Entdeckung der neuern Zeiten sind, gänzlich unbekannt waren. Sie musten sich daher mit solchen Gründen begnügen, als ihnen die astronomischen Beobachtungen ohne Hülfe der Fernröhre darboten. Diese Gründe, die man in Ptolemäi Almagest aufgezählt findet, waren um so mehr hinreichend, sie zu überzeugen, da sie ohnehin die Figur des Kreises und der Kugel für die vollkommenste hielten, für die einzige die der Hand des Schöpfers würdig sey. Daß diese Figur wenigstens die natürlichste sey, die jeder sich selbst überlassene Körper annimt, davon sagte ihre Physik noch nichts. Ihre Gründe bestanden hauptsächlich in folgenden.

Die Mondfinsternisse, die eine wirkliche Verdunklung des Mondes sind, müssen an allen Oertern der Erde auf die nämliche Art, und in demselben Augenblick gesehen werden. Allein die Zeit oder die Stunden, die an jedem Orte durch die östliche oder westliche Entfernung der Sonne vom Meridian bestimmt werden, sind an zwey Oertern, deren der eine nach Osten vom andern entfernt ist, sehr verschieden; und zwar findet sich bey genauerer Vergleichung der Zeiten, da man an zwey solchen Oertern dieselbe Mondfinsterniß beobachtet hat, daß der Unterschied der Stunden, die beyde Oerter zählen, in demselben Verhältniß steht, wie die Entfernung der Oerter von

einander nach Osten oder Westen. An einem Ort A z. B. der um 450 unsrer Meilen östlich von dem Orte B liegt, ging die Sonne am ersten Frühlings-Tage um 6 Uhr auf und unter, um 12 durch den Meridian. Eine an diesem Tage einfallende Mondfinsterniß fing an um 10 Uhr Abends, und endigte um 12 Mitternacht. An dem Orte B geschah Auf-, Untergang und Kulmination der Sonne ebenfalls um 6 und 12; allein dieser Ort zählte beym Anfange der Finsterniß 8 Uhr Abends, und beym Ende 10 Uhr. An einem dritten Ort C, der 225 Meilen westlich von B liegt, geschah der Anfang der Finsterniß um 7, das Ende um 9. Es folgt hieraus, daß in demselben Augenblick (Anfang oder Ende der Finsterniß) A 2 Stunden mehr zählt als B, und B 1 Stunde mehr als C, daß also in A die Sonne 2 Stunden ehr auf-, unter-, und durch den Meridian geht, als in B, und hier 1 Stunde ehr als in C, und daß diese Unterschiede von 2 und 1 Stunde sich genau verhalten, wie die Entfernung der Oerter nach Osten und Westen (450 und 225 Meilen). Wäre die Erde flach wie eine Ebne, so würden alle Oerter diese Ebne zum Horizont haben, und die Sonne würde allen zugleich auf- und unter- auch durch den Meridian gehn, wegen der geringen Größe der Erde. Jener Unterschied beweist also, daß die Erdfläche von Westen nach Osten gekrümmt, und zwar, weil der Unterschied den Entfernungen proportional ist, gleichförmig gekrümmt ist wie eine Kugel, oder wenigstens wie ein Cylinder dessen Axe mit der Erd-Axe überein kömmt. Im letztern Falle würde die Erde nach den Polen hin gar nicht gekrümmt, jeder Meridian würde eine gerade Linie seyn, und alle Oerter in demselben Meridian auch denselben Horizont haben, über dem sich durch die tägliche Umdrehung, nach und nach alle Sterne vom Nord- bis zum Süd-Pol erheben würden, so daß es keine nie auf- und nie untergehenden Sterne geben würde (Sph. §. 29.). Wenn man in demselben Meridian auf den Nord-Pol zu geht, so erheben sich die nordlichen

Sterne immer mehr über dem Horizont, indeß die südlichen sich ihm nähern. Diese sinken endlich ganz unter dem Horizont herab, und gehen gar nicht mehr auf, wenn die Parallele der nordlichen Sterne so hoch über den Horizont treten, daß sie nicht mehr untergehen. Alles dies beweist, daß man nicht in einer geraden Linie fortgegangen ist, sondern seine Lage gegen die Himmels-Sphäre geändert hat, daß also auch die Meridiane krumme Linien sind, oder daß die Erde auch von Pol zu Pol gekrümmt ist, und zwar gleichförmig, weil auch in dieser Richtung die Krümmung, oder der Bogen den die Sterne am Himmel zu beschreiben scheinen, der Entfernung, die man auf der Erde durchwandert, proportional ist. Die Erde hat also nicht die Figur eines Cylinders, sondern einer Kugel. Eben dies beweist die gemeine Erfahrung, die man besonders auf der See machen kann. „Nach welcher Richtung man se„geln mag," sagt Ptolemäus, „so bemerkt man, wie er„habene Gegenstände, denen man sich nähert, nach und nach „an Größe zunehmen, als stiegen sie aus dem Wasser empor, „von dessen konvex gekrümmter Oberfläche sie vorher bedeckt „waren."

Neuere Beweise.

§. 38. Im vorigen Jahrhundert sind diese Beweise durch physische und astronomische Gründe zur völligen Evidenz gebracht, und man hat endlich durch unmittelbare geometrische Messungen die wahre Gestalt der Erde bestimmt. Die neuern Seefahrer haben das Weltmeer nach allen möglichen Richtungen durchkreutzt, und nicht allein nirgends eine Ecke, eine plötzliche Aendrung der Lage der Erdfläche bemerkt, sondern unsre Weltumsegler sind, indem sie immer derselben Richtung nach Osten oder Westen folgten, ohne umzukehren, wieder in den Hafen, aus dem sie ausgesegelt waren, eingelaufen; zwey Schiffe, die die Reise um die Welt aus demselben Hafen antraten, und von denen eins immer westlich, das andre östlich steuerte, sind, obgleich sie sich anfangs von einander entfernten, ohne ihren Kurs geändert zu haben, sich auf halbem

Wege begegnet. Ein geringes Nachdenken zeigt, daß alles dies nur auf einem regelmäßig gekrümmten Körper, wie die Kugel, möglich ist.

Wenn die Oberfläche der Erde eine Ebne oder eckigt wäre, so würde z. B. ein Schif das vom Lande wegsegelt, im ersten Fall uns so lange sichtbar seyn, bis es unserm Auge wegen der großen Entfernung ein ganz unmerklicher Gegenstand wird; wir würden zuerst die kleinsten Theile desselben, die Masten, und zuletzt den größern Bauch des Schifs aus den Augen verlieren: im letztern Falle würde uns das Schif plötzlich verschwinden, wenn es von einer Ecke, über die es hin segelt, bedeckt würde. Allein weder das eine noch das andre ist der Fall. Die Schiffe verschwinden immer allmälig, und zwar entzieht sich unserm Auge zuerst der niedrigste obgleich gröste Theil des Schifs, weil er zuerst von der kugelartig gekrümmten Oberfläche des Wassers bedeckt wird, und zuletzt die feinsten Theile desselben, die Spitzen der Masten.

Jeder undurchsichtige Körper, der von der Sonne erleuchtet wird, wirft hinter sich einen Schatten, dessen Figur von der Oberfläche des Körpers abhängt: die Figur des Schattens der von der Sonne erleuchteten Erde wird also auch auf die Gestalt des Erdkörpers schließen lassen. Es gibt nur einen einzigen Fall, wo uns der Erd-Schatten sichtbar wird, wenn er nämlich auf den vollen Mond fällt und eine Mondfinsterniß verursacht. Wäre nun die Erde flach und eckigt wie ein Haus, so würde auch ihr Schatten aus geraden Linien und Ecken bestehn; wäre sie flach und rund wie ein Teller, so würde ihr Schatten bald mehr bald weniger rund seyn, nachdem die Ebne dieses Tellers mehr oder weniger senkrecht dem Monde und der Sonne zugekehrt wäre, und er würde zu einer geraden Linie werden, wenn die scharfe Kante des Tellers auf beyde Weltkörper gerichtet wäre; wäre die Erde ein Cylinder oder Kegel, so würde ihr Schatten rund seyn, wenn sie der Länge nach, geradlinig aber, wenn sie der Breite nach

zwischen Sonne und Mond läge: in keinem von allen diesen Fällen aber würde sie in jeder Lage einen runden Schatten werfen können. Die unzähligen Mondfinsternisse, die seit Jahrtausenden beobachtet sind, und in denen die Erde alle möglichen Lagen gegen den Mond hatte, ihm bald die neue bald die alte Welt zukehrte, haben augenscheinlich bewiesen, daß die Erde in jeder Lage einen kreisrunden Schatten wirft, welches nur dann möglich ist, wenn die Erde nach allen Seiten und Richtungen rund, d. h. wenn sie ein kugelartiger Körper ist: denn freylich ist es unmöglich, geringe Abweichungen von der Kugel-Gestalt an der Rundung des ohnedem schlecht begränzten Schattens wahrzunehmen.

Bald nach Erfindung der Fernröhre bemerkte man, daß die sphärische Form allen Weltkörpern gemein ist: der Mond, die Sonne, und alle Planeten erscheinen uns beständig wie kreisrunde Scheiben, selbst diejenigen die sich uns nach und nach von allen Seiten zeigen. Ein Körper aber, der von allen Seiten kreisförmig erscheint, kann kein andrer als die Kugel seyn. Es wäre in der That unvernünftig anzunehmen, daß der Weltkörper, den wir bewohnen, allein von dieser Lieblings-Form der Natur abweichen solte.

Physische Gründe für die Abplattung der Erde.

§. 39. Selbst physische Gründe scheinen die sphärische Form der Weltkörper zu einem allgemeinen Naturgesetz zu machen. Vermöge der Anziehung aller Theile eines Körpers auf einander — dieses großen Mobils der ganzen Natur, besonders der Natur im großen, der astronomischen, von dem in der Folge noch so oft die Rede seyn wird — können alle diese Theile nur dann zur Ruhe kommen, oder im Gleichgewicht, in einem dauerhaften Zustande seyn, wenn der Körper die Kugel-Gestalt angenommen hat. Jeder Weltkörper wird also, wenn er nicht durch äußre Kräfte oder den Willen der Allmacht gehindert wird, gleich einem Tropfen Wassers oder Queckſilbers, von selbst die sphärische Form annehmen. Ehr man aber aus diesem Grunde das Urtheil aussprach, daß die

Erde so wie alle Weltkörper vollkommene Kugeln seyn müsten, war es nothwendig zu untersuchen, ob nicht Kräfte auf die Erde wirken, die diese Gestalt ändern müssen: und es zeigte sich bald, daß dies wirklich der Fall ist. Wir werden bald die Beweise anführen, wodurch es außer Zweifel gesetzt ist, daß die tägliche Umwälzung des Himmels nichts anders ist als eine Umdrehung der Erdkugel um ihre Axe. Diese Bewegung muß auf der Erde dieselbe Wirkung hervor bringen, die jeder Körper leidet, der schnell im Kreise herum geschleudert wird. Es ist nämlich eine bekannte Erfahrung, daß alle Theile des Körpers sich vom Mittelpunkt des Kreises zu entfernen suchen, in dem der Körper umgeschwenkt wird. Es war also zu erwarten, daß auch die Erd-Masse in der Gegend des Aequators, wo die tägliche Bewegung am stärksten ist, sich vom Mittelpunkt entfernt oder höher angehäuft haben müsse, als bey den Polen, wo diese Bewegung nicht statt findet: daß folglich die Erde nicht eine vollkommene Kugel, sondern an den Polen eingedrückt und am Aequator erhaben sey; daß also nicht alle Durchmesser der Erde von gleicher Größe sind, wie wir bisher angenommen haben, sondern von den Polen bis zum Aequator zunehmen.

§. 40. Es war daher von der äußersten Wichtigkeit, wirkliche Messungen anzustellen, wodurch nicht allein die Figur der Erde, sondern zugleich ihre Größe bestimmt werden konnte. Schlüsse allein reichen hier nicht zu, weil uns die mancherley Revolutionen die die Erde erlitten hat, und die natürlich auf ihre äußre Form Einfluß gehabt haben müssen, unbekannt sind: nur Messungen konnten diese wichtige Frage mit Gewißheit entscheiden. Man begreift leicht, daß es nicht möglich ist, die Erde nach allen ihren Dimensionen, ihre Durchmesser, ihren Umfang, ꝛc. unmittelbar auszumessen; allein dies ist auch nicht nöthig. Die bisher angeführten Beweise setzen wenigstens das außer Zweifel, daß der Erdkörper nur sehr wenig von der Kugel abweichen kann. Seine Oberfläche wird also

Entscheidung der Frage durch Messungen.

an jedem Orte mit einer Kugelfläche überein kommen, die der Krümmung oder dem Halbmesser an diesem Ort entspricht; aber diese Kugelfläche wird sich nach und nach ändern, so wie sich der Erd-Halbmesser ändert.

Krümmung der Erde.

§. 41. Das eigenthümliche der Kreislinie ist, daß sie durchgängig dieselbe Gestalt, dieselbe Krümmung hat, und daß die Linien aus dem Mittelpunkt oder die Halbmesser, nicht allein alle von gleicher Größe sind, sondern allerwärts auf der Kreislinie senkrecht stehn. Stellt man sich nun aus dem Mittelpunkt nach allen Punkten der Peripherie gerade Linien vor, und zieht einen Durchmesser des Kreises, so werden alle Halbmesser, die über diesem Durchmesser liegen, eine unzählige Menge Winkel machen, die zusammen 2 rechten gleich sind, weil die äußersten Schenkel in gerader Linie (dem Durchmesser) liegen; und eben so verhält es sich mit den Halbmessern, die unterhalb fallen: alle Halbmesser die sich in einem Kreise ziehen lassen, machen also zusammen Winkel, deren Summe 4 rechten oder 360° gleich ist (Sph. §. 15. n. 5.). Zieht man also aus dem Mittelpunkt 360 Halbmesser in gleicher Entfernung oder unter gleichen Winkeln von einander, so daß jede zwey nächste einen Winkel von 1° einschließen, so bringt die Natur des Kreises mit sich, 1) daß alle 360 Linien vom Mittelpunkt bis an die Peripherie gleich groß sind, 2) daß sie alle auf derselben senkrecht stehn, 3) daß die zwischen zwey Halbmessern fallenden Kreisbogen alle von gleicher Größe sind, daher man sie auch Bogen von 1° nennt. Dies letzte ist eine Folge davon, daß die Kreislinie durchgängig gleiche Krümmung hat: fände sich zwischen zwey solchen Halbmessern irgendwo ein kleinrer Bogen, so bewiese dies, daß der Kreis sich an dieser Stelle schon in einer kleineren Strecke um 1° gekrümmt, folglich eine stärkere Krümmung hätte, als an andern Stellen, welches der Natur des Kreises widerspricht. Findet sich also durch wirkliche Messungen, daß die Grade nicht alle von gleicher Größe sind, so kann diese krumme Linie kein Kreis seyn.

Man wird nun leicht die Anwendung hievon machen. Wenn die Erde eine vollkommene Kugel wäre, so müsten nicht allein alle Parallele sondern auch die Meridiane, Kreise d. h. solche Linien seyn, deren Grade alle von gleicher Größe sind. Da aber die Erde durch ihre tägliche Umdrehung an den Polen eingedrückt seyn muß, so war die natürlichste Hypothese, daß zwar der Aequator und alle Parallele Kreise sind — weil die Umdrehung vollkommen gleichförmig geschieht, also auf alle Meridiane mit gleicher Kraft wirkt, mithin die Kugel-Gestalt der Erde nach der Richtung der Parallele nicht ändern kann — daß aber die Meridiane keine Kreise sind, nicht durchgängig gleiche Krümmung haben, sondern nach den Polen hin flach werden oder weniger gekrümmt sind: die Erde hätte nämlich die Gestalt eines auf der Drehbank gearbeiteten Körpers, die durch die Umdrehung irgend einer Linie entsteht, welche den Meridian vorstellt. Es war natürlich zu vermuthen, daß die Meridiane diejenige Gestalt angenommen haben, die sich am wenigsten vom Kreise entfernt, und in die sich der Kreis verwandelt, so bald er eingedrückt wird, nämlich die Figur einer Ellipse, deren gröster Durchmesser im Aequator liegt, der kleinere aber mit der Erd-Axe zusammen fällt: und dies stimmt auch vollkommen mit der Theorie der Schwung-Kräfte überein.

Messung zweyer Breiten-Grade.

§. 42. Dies vorausgesetzt, durfte man nur durch eine wirkliche Messung untersuchen, ob die Grade der Meridiane sich alle gleich sind, oder ob sie sich vom Aequator bis zu den Polen ändern, und nach welchem Gesetze. Um dies zu entscheiden, war es hinlänglich, zwey Grade der Breite zu messen. Sind beyde gleich groß, so sind die Meridiane Kreise, und die Erde eine Kugel: sind sie von verschiedener Größe, so muß man für die Meridiane Ellipsen annehmen, da dann die gemessenen zwey Grade, in Verbindung mit den allgemeinen Eigenschaften der Ellipse, die individuelle Figur des elliptischen Erd-Meridians bestimmen. Denn man begreift leicht,

daß zwey Ellipsen, die beyde vom Kreise dadurch abweichen, daß ihre Durchmesser und ihre Krümmung nicht durchgängig von gleicher Größe sind, von einander selbst wider nur durch das Verhältniß unterschieden seyn können, das zwischen den beyden Haupt-Durchmessern, dem grösten und kleinsten statt findet, wovon zugleich die Krümmung abhängt. Da es indeß doch nicht ganz ausgemacht war, daß die Meridiane Ellipsen sind, da überdem eine einzige Messung Fehlern unterworfen ist, die man nur durch die Vergleichung mehrerer entdecken kann, so war es von großem Nutzen, diese Messungen so sehr als möglich zu vervielfältigen, und dieselben besonders nahe bey dem Aequator und den Polen vorzunehmen, wo der Unterschied am grösten, folglich am leichtsten zu entdecken seyn muste.

Aeltere Grad-Messungen.

§. 43. Schon die Griechen vor mehr als 2000 Jahren, vielleicht auch die noch ältern Chaldäer, hatten mehrere Grad-Messungen angestellt, nicht um die Figur der Erde — die sie für eine vollkommene Kugel hielten — sondern um ihre Größe zu bestimmen. Die berühmtesten unter diesen Messungen sind die von Anaximander, Eratosthenes, Posidonius; aber nur von der zweyten wissen wir etwas bestimmtes: Eratosthenes nämlich maß die Entfernung zwischen Alexandrien und Syena, die er für einen Bogen des Meridians von 7° 12′ annahm. Die Araber in Bagdad, oder die Abassidischen Kalifen ahmten die Griechen auch hierin nach; Almamon, dieser große Beschützer der Wissenschaften, ließ im 9ten Jahrhundert, in den Ebnen Mesopotamiens zwey Breiten-Grade ausmessen. Allein alle diese ältern Messungen sind für uns ohne Nutzen, theils weil es unmöglich ist, die damals gebrauchten Maaße mit den unsrigen zu vergleichen, theils wegen der wenigen Genauigkeit die jene ältern Methoden geben können.

Neuere.

§. 44. Unter den neuern ist der erste, der eine Grad-Messung unternommen hat, der berühmte Arzt und Mathe-

matiker Fernel (1528); seine Methode gibt aber nicht die geringste Genauigkeit. Ihm folgte Snell (im Anfange des 17 Jahrhunderts), derselbe der das Gesetz der Stralenbrechung entdeckte, und der auch hier das Verdienst hat, zuerst die wahre Methode gezeigt zu haben, der man sich in der Folge stets bedient hat, um die Länge des Bogens im Meridian zu messen. Norwood, Riccioli, u. a. stellten ähnliche Messungen an, die aber keine befriedigende Resultate gaben. Die sorgfältigste Messung in diesem Zeitalter ward von Picard (1669. 70) in Frankreich angestellt; allein alle diese Messungen wurden bloß in Rücksicht auf die Größe der Erde, nicht ihre Figur, unternommen, daher man auch noch nicht die gröste Sorgfalt darauf verwandte. So bald man aber Gründe hatte zu glauben, daß die Erde keine Kugel sey, und diese Frage durch den Unterschied der Breiten-Grade entschieden werden solte, der, wie leicht voraus zu sehen war, nur sehr geringe seyn konnte, so waren neue Methoden und vollkommenere Werkzeuge nöthig, um die gröste Genauigkeit zu erhalten; um so mehr, da die bisherigen Messungen ein Resultat zu geben schienen, welches der Theorie gerade entgegen gesetzt war, nämlich daß die Erde nicht an den Polen sondern um den Aequator eingedrückt wäre, daß sie nicht die Gestalt einer Orange sondern einer Zitrone hätte. Die kurz vorher gestifteten Akademien der Wissenschaften machten es sich daher zur Pflicht, die Erde in allen ihren Theilen, besonders aber am Aequator und an den Polen ausmessen zu lassen. Die erste Messung ward unter Cassini's Leitung in Frankreich (1733. 34) nach einer Methode angestellt, die keine große Genauigkeit verspricht, und auch wirklich wider das paradoxe Resultat gab, daß die Erde an den Polen verlängert sey. Man sah also endlich die Nothwendigkeit ein, zwey sehr entfernte Breiten-Grade unter der Linie und dem Polarkreise zu messen. Zu dem Ende reisten 1739 die französischen Akademiker Bouguer, Condamine, ꝛc. nach Peru, und Maupertuis,

Clairaut ꝛc. nach Lappland. Diese Messungen wurden in fünf Jahren geendigt, worauf man noch die Messung eines Bogens vom Meridian in Frankreich damit verband. Bald nachher wurden ähnliche Messungen fast in allen Theilen des Erdbodens angestellt, am Kap, in Italien, Nord-Amerika, Ungarn ꝛc. In den letzten Jahren hat man nicht allein durch Frankreich und Spanien einen Bogen des Meridians von 10° zwischen Dünkerk und Barcellona mit der äußersten Genauigkeit gemessen, sondern auch die Messung in Lappland nochmals vorgenommen. Ehr wir aber die Resultate dieser Messungen vorlegen, wird es nöthig seyn, von den Methoden die man dabey befolgt hat, einen Begrif zu geben.

Astronomischer Theil der Grad-Messung.

§. 45. Alles kömmt darauf an, unter zwey so viel möglich verschiedenen Breiten, die Krümmung eines Bogens vom Meridian in Graden zu bestimmen, und zugleich die Länge dieses Bogens auf der Erdfläche in einem bekannten Maaße (wozu die Pariser Toise gebraucht ist) zu messen. Die ganze Operation zerfällt also in zwey Theile, den astronomischen und den geometrischen oder trigonometrischen. Die Krümmung des Bogens ist nicht der Winkel am Mittelpunkt (wenn die Erde keine Kugel ist), auch würde sich dieser Winkel nicht messen lassen, weil wir nicht im Mittelpunkt selbst beobachten: es ist vielmehr der Winkel, den zwey gerade Linien machen, welche den Bogen in seinen beyden Endpunkten berühren. Diese Tangenten würden nämlich zusammen fallen, wenn der Bogen eine gerade Linie wäre oder gar keine Krümmung hätte; indem sich aber der Bogen krümmt, entfernen sich jene Linien von einander, und der Winkel, unter dem sie sich schneiden, ist mit der Krümmung des Bogens einerley. Er ist aber auch dem Winkel gleich, den zwey gerade Linien mit einander machen, die auf jenen Tangenten, also auch auf dem Bogen des Meridians in seinen zwey Endpunkten senkrecht sind. Wenn nämlich (11. Fig.) A B der Bogen des Meridians ist, so ziehe

11. Figur.

man in B die Tangente BD, man gehe von B auf dieſem Bogen nach A, und denke ſich in jedem Punkt a, b, c, ꝛc. eine Linie die den Bogen berührt: ſo wird dieſe Tangente bey B mit BD zuſammen fallen; je mehr ſich aber der Bogen krümmt, deſto mehr wird ſich die Tangente (wie ce) erheben, oder mit BD einen Winkel machen, und zwar um eben ſo viel, als ſich der Bogen gekrümmt hat. In A fällt die Tangente in ADE, und die Krümmung des Bogens AB iſt dem Winkel der beyden Tangenten AE und BD, d. i. BDE gleich. Dieſer Winkel macht mit ADB 180°, weil DA und DE in gerader Linie liegen; aber ADB macht auch mit ACB 180°, wenn CA, CB, auf den Tangenten oder dem Bogen ſenkrecht ſind, weil alle vier Winkel des Vierecks ACBD zuſammen 360° ausmachen. Man hat alſo ADB = 180° — ACB = 180° — BDE, folglich iſt ACB = BDE, und beyde ſind der Krümmung des Bogens AB gleich. Allein C iſt nur dann der Mittelpunkt der Erde, wenn dieſe eine Kugel iſt; verlängert man aber CA, CB, bis an den Himmel, ſo ſind ZA, VB, Vertikal-Linien, Z, V, die Scheitel der Oerter A und B, und der Bogen an der Sphäre, der zwiſchen beyden Scheitelpunkten eingeſchloſſen iſt, iſt mit der Krümmung des Bogens AB einerley. Jener Bogen aber iſt, weil beyde Oerter in demſelben Meridian liegen, nichts anders als der Unterſchied der Polhöhen beyder Oerter, der ſich am genauſten auf folgende Art beſtimmen läſt.

Es ſey (12. Fig.) S ein Stern der beynahe durch das Zenit des einen Orts A geht, ſo wird man in B denſelben Stern in der Linie Bs, die AS parallel iſt, ſehen, weil die ganze Erde gegen die Entfernung der Fixſterne ein Punkt iſt. In A iſt der Stern vom Zenit um den Winkel ZAS entfernt, in B um den Winkel VBs. Zieht man nun noch Bz mit AZ parallel, ſo iſt sBz = SAZ, weil die Schenkel beyder Winkel parallel ſind oder dieſelbe Lage haben: VBz = VBs — zBs iſt alſo der Unterſchied der Entfernungen deſſelben Sterns S 12. Figur.

vom Zenit Z und V. Es ist aber auch VBz = VCZ, weil die beyden Parallellinien CZ, Bz, jede dritte Linie CV unter gleichen Winkeln schneiden (Sph. §. 15. n. 6.). Folglich ist der Unterschied der Entfernungen eines Sterns vom Zenit beyder Oerter, indem er durch ihren Meridian geht, der Krümmung des Bogens AB gleich. Beobachtet man also an beyden Oertern, mit einem großen und sehr genau eingetheilten Instrument, die Entfernungen eines Sterns vom Zenit im Meridian, und korrigirt beyde Entfernungen durch die Stralenbrechung, so gibt der Unterschied beyder korrigirter Entfernungen die Krümmung des Bogens vom Meridian zwischen beyden Oertern. Zugleich hat man aus der bekannten Abweichung des Sterns die Polhöhe beyder Oerter (Sph. §. 38.). Je näher der Stern dem Zenit beyder Oerter kömmt, desto geringer ist die Refraktion, und desto genauer läst sie sich berechnen.

Geometrischer Theil.

§. 46. Bey der geometrischen Vermessung des Bogens AB scheint die gröste Schwierigkeit darin zu liegen, erstlich zwey Oerter A, B, zu bestimmen, die genau in demselben Meridian liegen, und dann zweytens, bey der Messung des Bogens AB, den wir hier wie eine Horizontallinie auf der Oberfläche ansehen, sich nie aus dem Meridian zu entfernen, da die Gegenstände A, B, zu weit entfernt sind, um von dem einen nach dem andern zu visiren. Diese Schwierigkeit wäre in der That unübersteiglich, wenn man die Linie AB unmittelbar messen wolte: und eben hierin liegt die große Unvollkommenheit der ältesten Messungen, besonders der Griechen und Araber, die wirklich so verfuhren. Allein schon Snell verwarf diese bloß mechanische Methode, und führte dagegen die trigonometrische Rechnung ein, die durch die großen Fortschritte, welche die Trigonometrie sowol, als die Instrumente womit Winkel gemessen werden, in den neuern Zeiten gemacht haben, eine sehr große Genauigkeit gewährt. Diese trigonometrische Methode, der man sich jezt sogar bey Vermessung

eines Landes bedient, beſteht überhaupt in folgendem. Man verbindet ein ganzes Syſtem von Dreyecken, deren Spitzen die Linie **AB** die man eigentlich meſſen will, von beyden Seiten einſchließen, ſo daß **AB** mit dieſen Dreyecken durch irgend eine Linie zuſammen hängt. Von jedem Dreyeck werden bloß die Winkel mit den vollkommenſten Inſtrumenten gemeſſen, woraus das Verhältniß aller Seiten gegen einander trigonometriſch berechnet wird. Am Ende wird irgend eine Linie, als Baſis der ganzen Rechnung, mehrmals mit der ſchärfſten Genauigkeit gemeſſen; und es iſt nicht nöthig, daß dieſe Baſis wirklich die Seite eines der Dreyecke des Syſtems ſey, weil man ſie leicht durch ein neues Dreyeck mit einer von jenen Linien in Verbindung bringt, die daraus trigonometriſch berechnet wird, folglich auch alle übrigen, da ihr Verhältniß ſchon bekannt iſt, alſo auch endlich die eigentlich geſuchte Linie **AB**. Ein Beyſpiel wird dies vollkommen deutlich machen.

Deſſen ausführliche Erklärung. 13. Figur.

§. 47. Wenn (13. Fig.) **A**, **G**, zwey Oerter ſind, die beynahe in demſelben Meridian und etwa um 1 Grad der Breite von einander entfernt liegen, und **Acfg** die Mittagslinie des Orts **A** iſt, auf welche **Gg** ſenkrecht gezogen iſt, ſo daß **Gg** ein Parallel iſt, oder **G**, **g**, unter einer Breite liegen, ſo beſteht die ganze Grad-Meſſung darin, daß erſtlich die Breite der Oerter **A**, **G**, aſtronomiſch beſtimmt wird (§. 45.), welche letztre zugleich die Breite von **g** iſt, und dann zweytens die Länge der Linie **Ag** trigonometriſch vermeſſen wird, welches auf folgende Art geſchieht. Man erwählt in der Gegend des Meridians die Punkte **B**, **C**, **D**, **E**, **F**, die ausgezeichnete oder etwas hoch liegende Gegenſtände, wie Thürme, Berge, aufgerichtete Stangen, ꝛc. und nicht zu entfernt von einander ſeyn müſſen, damit man von jedem Punkt die zwey folgenden ſehen könne. Aus dieſen Punkten bildet man die Kette von Dreyecken **ABC**, **BCD**, **CDE**, **CEF**, **EFG**, ſo daß die zwey Punkte **A**, **G**, die zur Grad-Meſſung dienen, die erſte und letzte Spitze dieſer Dreyecke abgeben. Zuerſt

wird von **A** aus das Azimut des nächsten Punkts **B**, oder der Winkel **B A g** durch astronomische Beobachtungen bestimmt. Nun mißt man in jedem Dreyeck die Winkel mit der grösten Sorgfalt mehrmals, und zwar alle drey, obgleich zwey hinlänglich wären (Sph. §. 15. n. 7.), damit man sieht, ob ihre Summe genau 180° sey, welches zur Prüfung der Messung dient. Ohne nun die Linie **AB** zu messen, sehe man sie als die Basis an, wodurch alle übrigen Linien ausgedrückt werden, und man denke sich aus einigen Spitzen der Dreyecke wie **C, F**, die auf den Meridian senkrechten Linien **Cc, Ff**: so kömmt alles darauf an, die Linien **Ac, cf, fg**, welche zusammen die Länge des Meridian-Bogens **Ag** ausmachen, zu bestimmen.

Aus den in jedem Dreyeck gemessenen Winkeln drückt man, vermittelst des Verhältnisses (§. 25. n. 7.) alle Linien durch **AB** aus, wie folgt. Im ersten Dreyeck **ABC** ist $BC = \frac{AB \cdot sin\, BAC}{sin\, ACB}$, $AC = \frac{AB \cdot sin\, ABC}{sin\, ACB}$: ferner hat man im Dreyeck **ACc**, welches bey **c** einen rechten Winkel hat, **CAc = BAC — BAg**, und **ACc = 90° — CAc**, also (§. 25. n. 6.) 1) $Ac = AC \cdot \sin ACc$.

Die Linie **BC** ist zugleich eine Seite des Dreyecks **BCD**, dient also zur Bestimmung der Linie **CD**, welche zur Berechnung des Dreyecks **CDE** gebraucht wird, ꝛc. Es ist nämlich im zweyten Dreyeck **BCD**, $CD = \frac{BC \cdot sin\, CBD}{sin\, BDC}$, und im dritten Dreyeck **CDE**, $CE = \frac{CD \cdot sin\, CDE}{sin\, CED}$.

Im vierten Dreyeck **CEF** hat man $EF = \frac{CE \cdot sin\, ECF}{sin\, CFE}$, und $CF = \frac{CE \cdot sin\, CEF}{sin\, CFE}$. Man ziehe $C\alpha \parallel Ag$, und verlängre **AC** nach β, so ist **ACF = ACB + BCD + DCE + ECF**, und $FC\beta = 180° - ACF$. Ferner ist $\alpha C\beta = cAC$, weil zwey Parallellinien $C\alpha$ und **Ac** von jeder dritten $AC\beta$ unter gleichen Winkeln geschnitten werden. Es ist also $FC\alpha =$

$\alpha C\beta - FC\beta$, und $CF\alpha = 90° - FC\alpha$, weil Ff auf Ag alſo auch auf $C\alpha$ ſenkrecht iſt. Dies gibt im rechtwinklichten Dreyeck $C\alpha F$, $C\alpha = CF . \sin CF\alpha$, oder da $cf = C\alpha$ iſt, weil $Ccf\alpha$ ein Parallelogramm iſt (§. 25. n. 2.), 2) $cf = CF . \sin CF\alpha$.

Endlich hat man im fünften Dreyeck EFG, $FG = \frac{EF . sin FEG}{sin EGF}$. Ueberdem iſt $CFG = CFE + EFG$, alſo $fFG = CFG - CF\alpha$; und wenn FG den Meridian in γ trift, ſo hat man in den rechtwinklichten Dreyecken $F\gamma f$ und $G\gamma g$, $gG\gamma = fF\gamma = fFG$, weil Ff, Gg, parallel ſind (Sph. §. 15. n. 6.), alſo $f\gamma = F\gamma . \sin fF\gamma$, und $\gamma g = G\gamma . \sin gG\gamma = G\gamma . \sin fF\gamma$: alſo ihre Summe $f\gamma + \gamma g = (F\gamma + G\gamma) \sin fF\gamma$, d. i. 3) $fg = FG . \sin fFG$.

Nun hat man 1), 2), 3), Ac, cf, fg, durch AB ausgedrückt, und ihre Summe gibt die Länge des Meridian-Bogens Ag gleichfals durch AB: es iſt alſo nur noch AB ſelbſt zu beſtimmen. Zu dem Ende wählt man unweit AB, in einer ebenen Gegend, eine Standlinie KL, die mit äußerſter Sorgfalt gemeſſen wird. Man ziehe die Linien KA, KB, LB, ſo hat man zwey Dreyecke ABK und KLB, deren ſechs Winkel wie oben gemeſſen werden. Dies gibt $KB = \frac{KL . sin KLB}{sin KBL}$ und $AB = \frac{KB . sin AKB}{sin KAB}$, wodurch AB beſtimmt iſt, alſo auch alle übrigen Linien, die durch AB ausgedrückt waren. Zu mehrerer Sicherheit, oder zur Prüfung aller bisherigen Meſſungen, kann man nun noch die letzte Seite aller Dreyecke FG, auf eben die Art, wie AB, durch eine Baſis MN beſtimmen, da ſich dann zeigen wird, ob FG eben ſo groß iſt, wie es aus der Kette der Dreyecke durch AB berechnet war.

§. 48. Es wird nicht unnützlich ſeyn, ein wirkliches Exempel nach dieſem Schema durch zu rechnen. Wir wollen aber, zur Verkürzung der Rechnung, mit der Baſis KL anfangen, wenn gleich dieſelbe zuletzt gemeſſen wäre. Es ſey alſo durch zweymalige ſorgfältige Meſſung gefunden KL = 11035 Beyſpiel.

Toisen, und die Winkel LKB = 30° 14′ 31″, KLB = 113° 7′ 15″, KBL = 36° 38′ 14″; AKB = 54° 17′ 25″, KAB = 105° 23′ 30″, ABK = 20° 19′ 5″. Aus den drey ersten Winkeln berechnet man BK, und dann aus den drey letzten Winkeln und BK, die erste Seite der Dreyecke AB, nämlich $BK = \frac{KL \cdot \sin BLK}{\sin KBL}$ und $AB = \frac{BK \cdot \sin AKB}{\sin BAK}$.

log KL = 4,0427723
Addirt log sin BLK = 9,9636362 = log sin (66° 52′ 45″)
/4,0064085
Subtr. log sin KBL = 9,7757897
log BK = 4,2306188
Addirt log sin AKB = 9,9095477
4,1401665
Subtr. log sin BAK = 9,9841374 = log sin (74° 36′ 30″)
log AB = 4,1560291
Also AB = 14322,28 Toisen.

I. Dreyeck ABC. Gemessene Winkel BAC = 38° 3′ 17″, ABC = 105° 37′ 15″, ACB = 36° 19′ 28″; BAg = 24° 41′ 15″: also CAg = 13° 22′ 2″. $BC = \frac{AB \cdot \sin BAC}{\sin ACB}$, $AC = \frac{AB \cdot \sin ABC}{\sin ACB}$, Ac = AC . sin ACc.

log AB = 4,1560291
log sin BAC = 9,7898727
3,9459018
log sin ACB = 9,7725835
log BC = 4,1733183

log AB = 4,1560291
log sin ABC = 9,9836554
4,1396845
log sin ACB = 9,7725835
log AC = 4,3671010
log sin ACc = 9,9880719
log Ac = 4,3551729
Also Ac = 22655,46 Toisen.

90° — CAg = ACc = 76° 37′ 58″.

II. Dreyeck BCD. Gemessene Winkel: CBD = 47° 28′ 45″, BCD = 61° 3′ 17″, BDC = 71° 27′ 58″. $CD = \frac{BC \cdot \sin CBD}{\sin BDC}$.

log BC = 4,1733183
log sin CBD = 9,8674861
4,0408044
log sin BDC = 9,9768706
log CD = 4,0639338

III. Dreyeck CDE. Gemeſſene Winkel: DCE = 36° 1′ 30″, CDE = 91° 3′ 11″, CED = 52° 55′ 19″. $CE = \frac{CD \cdot sin\,CDE}{sin\,CED}$.

log D = 4,0639338
log sin CDE = 9,9999267 = log sin (88° 56′ 49″)
4,0638605
log sin CED = 9,9019021
log CE = 4,1619584.

IV. Dreyeck CEF. Gemeſſene Winkel: ECF = 35° 5′ 17″, CEF = 95° 58′ 13″, CFE = 48° 56′ 30″. $EF = \frac{CE \cdot sin\,ECF}{sin\,CFE}$, $CF = \frac{CE \cdot sin\,CEF}{sin\,CFE}$, cf = CF . sin CFα.

log CE = 4,1619584	log CE = 4,1619584
log sin ECF = 9,7595430	log sin CEF = 9,9976379
3,9215014	4,1595963
log sin CFE = 9,8773951	log sin CFE = 9,8773951
log EF = 4,0441063	log CF = 4,2822012

ACB = 36°. 19′. 28″. log sin CFα = 9,9997712
BCD = 61. 3. 17. log cf = 4,2819724
DCE = 36. 1. 30. Alſo cf = 19141,34 Toiſen.
ECF = 35. 5. 17.
ACF = 168°. 29′. 32″.
180° — ACF = 11°. 30′. 28″. = FCβ.
CAc = 13. 22. 2. = αCβ.
αCβ — FCβ = 1°. 51′. 34″. = FCα.
90° — FCα = 88. 8. 26. = CFα.

V. Dreyeck EFG. Gemessene Winkel: FEG = 74° 11′ 12″, EFG = 54° 57′ 43″, EGF = 50° 51′ 5″. $FG = \frac{EF \cdot sin\,FEG}{sin\,EGF}$, fg = FG . sin fFG.

log EF = 4,0441063 CFE = 48°. 56′. 30″.

log sin FEG = 9,9832449 EFG = 54. 57. 43.

4,0273512 CFG = 103°. 54′. 13″.

log sin EGF = 9,8895880 CFα = 88. 8. 26.

log FG = 4,1377632 fFG = 15°. 45′. 47″

log sin fFG = 9,4340253

log fg = 3,5717885. Also fg = 3730,68 Toisen.

Man hat also Ac = 22655,46

cf = 19141,34

fg = 3730,68

Ag = 45527,48.

Die Länge des gemessenen Meridian: Bogens zwischen A und g ist demnach = 45527½ Toisen.

Nun sey durch astronomische Beobachtungen, die Breite des Orts A = 50° 6′ 37″, und des Orts G = 50° 54′ 28″ gefunden, welche letztre mit der Breite von g einerley ist. Der Bogen des Meridians zwischen A und g enthält also 47′ 51″ und ist 45527½ Toisen lang: die mittlere Breite zwischen A und g ist 50° 30′ 32″ oder 50½ Grad. Man findet also die Länge eines Breiten-Grades unter dieser Polhöhe durch die Proportion, 47′ 51″ : 60′ = 45527,48 : 57087,8. Aus dieser Messung würde also folgen, daß der Grad der Breite von 50° bis 51°, 57088 Toisen lang sey.

Resultate der Grad-Messungen.

§. 49. So wenig nun bey dieser Art von Messungen, wo die vollkommensten Werkzeuge mit der äußersten Genauigkeit in den Beobachtungen verbunden werden müssen, und wo so viele Schwierigkeiten des Lokals und des Klima's zu überwinden sind, die den sorgfältigsten und geübtesten Beobachter

ermüden können, eine vollkommene Uebereinſtimmung zu erwarten iſt, ſo beweiſen doch alle in den neuern Zeiten angeſtellten Meſſungen unwiderſprechlich, daß die Erde an den Polen abgeplattet iſt. Die vornehmſten der gemeſſenen Grade ſind folgende.

Unter der Breite von		Länge eines Breitengrades in Toiſen	In
0°. 0′.	nördlich	56753	Peru
39. 12.		56888	N. Amerika
45. 0.		57012	Frankreich
66. 20.		57419	Lappland
33. 18.	S.	57037	Kap

§. 50. Dieſe Tafel führt zu folgenden Reſultaten. 1) Am Aequator ſind die Breiten-Grade am kleinſten, und nehmen von da bis zu den Polen immer zu: woraus folgt, daß die Erde an den Polen eingedrückt iſt. Man denke ſich die Erde als eine vollkommene Kugel, und drücke ſie an den Polen zuſammen, ſo wird ſie ſich zugleich am Aequator erheben, d. h. ſie wird an den Polen flacher, oder verliert ihre Krümmung, indem ſie ſich am Aequator mehr krümmt: die Meridiane werden nach den Polen hin ſich mehr der geraden Linie nähern, beym Aequator aber mehr davon abweichen. Dieſe geringere Krümmung an den Polen hat zur nothwendigen Folge, daß man daſelbſt durch eine größere Strecke gehen muß, ehr man einen Bogen von 1° beſchrieben hat, als in der Gegend des Aequators: mit andern Worten, die Breiten-Grade ſind bey den Polen am gröſten, und nehmen nach dem Aequator hin ab. Da dies nun, wie man geſehen hat, aus allen Meſſungen folgt, ſo muß man umgekehrt daraus ſchließen, daß die Erde unter den Polen eingedrückt, daß die Axe ihr kleinſter Durchmeſſer, und der Durchmeſſer des Aequators der gröſte iſt.

Die Erde iſt an den Polen eingedrückt.

§. 51. 2) Wenn man voraus ſetzen dürfte, daß die Erd-Meridiane Ellipſen wären, ſo ließe ſich aus zwey gemeſſenen

Abplattung der Erde.

Graden der Unterschied zwischen jenen beyden Durchmessern, den man die Abplattung der Erde nennt, finden. Allein die Resultate fallen sehr verschieden aus, nachdem man diese oder jene zwey Grade vergleicht. So giebt z. B. die Vergleichung der Grade in Peru und in Lappland die Abplattung $= \frac{1}{212}$ vom Durchmesser des Aeqvators, die Grade in Peru und in Frankreich geben $\frac{1}{334}$; andre Messungen geben $\frac{1}{180}$. Die Rechnungen, die Newton bloß aus theoretischen Gründen geführt hatte, geben $\frac{1}{330}$, welches beynahe das Mittel zwischen allen Messungen ist. Die Astronomen nehmen jezt bey ihren Rechnungen gewöhnlich $\frac{1}{334}$ an, weil sich dies auf die besten Messungen gründet: und dies will so viel sagen, daß die Erd-Axe um $\frac{1}{334}$ des Durchmessers vom Aeqvator kleiner als dieser, oder $\frac{333}{334}$ desselben gleich sey.

Die Erd-Meridiane sind nicht elliptisch.

§. 52. 3) Der am Vorgebirge der guten Hofnung gemessene Grad paßt mit keinem von den übrigen. Vergleicht man ihn mit dem Peruanischen, so giebt er eine Abplattung von $\frac{1}{78}$, woraus folgt, daß die südliche Halbkugel der Erde der nordlichen sehr unähnlich, und weit flacher, weit mehr eingedrückt sey als diese. Es scheint also in der That, daß die Erd-Meridiane nicht elliptisch sind.

Größe der Erdkugel.

§. 53. 4) Aus allen diesen verschiedenen Abplattungen erhellt, daß die Gestalt der Erde nur sehr wenig von der Kugel abweicht, und daß man sie selbst in den meisten astronomischen Rechnungen wie eine Kugel betrachten kann. Allein es ist klar, daß man weder den grösten noch den kleinsten Durchmesser der abgeplatteten Erde für den Durchmesser der Kugel annehmen darf, sondern daß man zwischen beyden ein Mittel nehmen muß. Man verfährt hiebey am richtigsten, wenn man die Ellipse der Erd-Meridiane nach obigen Messungen bestimmt, hieraus vermittelst der Natur der Ellipse den körperlichen Inhalt eines Sphäroids berechnet, das aus der Umdrehung einer solchen Ellipse um ihre kleinste Axe entsteht, und nun den Durchmesser einer Kugel sucht, die eben die kör-

perliche Größe hat wie dieses Sphäroid. Auf diese Art findet man den Halbmesser der Erdkugel = 3269511 Toisen, oder $85\frac{2}{7}$ geographische Meilen, deren 15 auf 1° des Aeqvators gehn. Der Umfang des Aeqvators und der Meridiane ist demnach = 5400 Meilen, die Oberfläche dieser Kugel = 9 Millionen und 281916 Qvadrat-Meilen, und der körperliche Inhalt = 2659 Millionen Kubik-Meilen.

Aeqvatorial-Parallaxe des Mondes.

§. 54. Der Mond ist der einzige Weltkörper, der der Erde so nahe ist, daß ihre Abplattung gegen seine Entfernung ein merkliches Verhältniß hat. Wir haben oben (§. 35.) gesehen, daß die Horizontal-Parallaxe eines Planeten dem Qvotienten gleich ist, der entsteht, wenn der Erd-Halbmesser durch des Planeten Entfernung dividirt wird. Nur da also, wo dieser Qvotient oder dieses Verhältniß merklich geändert wird, wenn man die Erd-Axe statt des Durchmessers des Aeqvators braucht, darf man auf die Abplattung der Erde Rücksicht nehmen. Der gröste und kleinste Halbmesser der Erde sind höchstens um $\frac{1}{200}$ verschieden (§. 51.): um eben so viel kann sich also jener Qvotient nur ändern. Nun ist die Horizontal-Parallaxe der Sonne 8″ bis 9″, und die der Planeten etwas weniges gröſser oder kleiner: der 200ste Theil hievon würde also bey allen Planeten weniger als den 20sten Theil einer Sekunde, und nur bey Mars und Venus zuweilen ein Zehntel betragen. Die Monds-Parallaxe aber wird, wenn der Mond uns am nächsten ist, 62′ wovon der 200ste Theil 19″ beträgt. Seine Parallaxe ändert sich also nicht allein nach der Entfernung des Monds, sondern auch nach der Polhöhe des Beobachtungs-Orts, oder dem davon abhängenden Erd-Halbmesser. Setzt man den Halbmesser der Erde an dem Orte wo beobachtet wird = z, des Mondes Entfernung = r, so ist seine Horizontal-Parallaxe $H = \frac{z}{r}$ desto gröſser, je kleiner der Nenner dieses Bruchs r, d. h. je näher uns der Mond ist, und umgekehrt. Auch nimt H in eben dem Verhältniß

ab und zu wie z: mithin hat jeder Ort der Erde, oder vielmehr jeder Parallel, seine eigene Horizontal-Parallaxe, die vom Aequator bis zum Pol abnimt. Die Horizontal-Parallaxe des Mondes ist also am grösten unter dem Aequator; und diese so genannte Aequatorial-Parallaxe findet man für jeden Tag in den astronomischen Ephemeriden berechnet.

Horizontal-Parallaxe unter verschiedenen Breiten.

§. 55. Hievon muß an jedem Ort mehr oder weniger, nachdem die Polhöhe des Orts größer oder kleiner ist, subtrahirt werden, um die Horizontal-Parallaxe unter dieser Polhöhe zu haben. Man findet unter den astronomischen Tafeln eine, die für verschiedene Hypothesen der Abplattung, den Erd-Halbmesser z unter jeder Polhöhe, als einen Bruch vom Halbmesser des Aequators enthält: daher unter dem Aequator $z = 1$ und $H = \frac{1}{r}$ ist. Man darf also nur die Aequatorial-Parallaxe, die bloß von der Entfernung des Monds r abhängt, mit diesem Bruch z multipliziren, um die Horizontal-Parallaxe in jeder Breite zu finden. Nimt man z. B. die Abplattung $= \frac{1}{330}$ an, so findet man unter den Polhöhen von Petersburg und Paris, nämlich 59° 56′ und 48° 50′, $z = 0{,}997734$ und $z = 0{,}998288$, d. i. $z = 1 - 0{,}002266 = 1 - \frac{1}{441}$ und $z = 1 - 0{,}001712 = 1 - \frac{1}{584}$. Man muß also in Petersburg von der Aequatorial-Parallaxe $\frac{1}{441}$, und in Paris $\frac{1}{584}$ subtrahiren. Ist z. B. die Aequatorial-Parallaxe $= 60'$, so ist die Horizontal-Parallaxe in Petersburg nur 59′ 52″, und in Paris 59′ 54″. Mit dieser Horizontal-Parallaxe H verfährt man dann, wie oben gelehrt ist (§. 27.): man multiplizirt H mit dem Kosinus der scheinbaren Höhe, um die Parallaxe h in dieser Höhe zu haben.

Unbedeutende Höhe der Berge.

§. 56. Da die Abplattung der Erde so geringe ist, daß man selbst in der Astronomie nur bey den feinsten Beobachtungen, die den Mond betreffen, darauf Rücksicht nehmen darf, so wird dies noch weit mehr mit den Unebenheiten des Lokals der Fall seyn, die wir Berge und Thäler nennen. Der

Durchmeſſer des Aeqvators beträgt 1719 geographiſche Meilen (§. 53.): die Abplattung ($\frac{1}{334}$) beläuft ſich alſo nur auf 5 Meilen, ſo daß die Erd-Axe 1714 Meilen lang iſt. Da nun der höchſte Berg der Erde, der Chimboraßo in Süd-Amerika, nicht völlig 1 Meile hoch iſt, die aſtronomiſchen Beobachtungen aber gewöhnlich in den Ebnen gemacht werden, ſo ſieht man, daß die gröſten Unebenheiten des Erdbodens, ſo fern ſie von Lokal-Umſtänden abhängen, in der Aſtronomie nicht in Betracht kommen.

Zweyter Abschnitt.

Von den Welt-Systemen.

Erstes Kapitel.

Tägliche Bewegung der Erde.

Einleitung.

§. 57. Die Geschichte unsrer Kenntnisse oder vielmehr unsrer Meinungen über die Bewegung der Erde oder der Sonne, die Schicksale die die Lehre vom wahren Welt-System Jahrtausende hindurch erlitten, ihre Unterdrückung und Vergrabung in gänzlicher Vergessenheit, ihre Auferstehung aus dem Grabe, Verfolgung und endlicher Triumph, ist zugleich gewissermaßen die Geschichte der Fortschritte und Verirrungen des menschlichen Verstandes überhaupt. Unsre erste Ansicht der Dinge ist natürlich so, wie die Sinne sie uns unmittelbar darstellen, und dabey ist der Verstand noch ganz unthätig. Es ist nichts als Uebersetzung aus der Sprache des Auges in die des Ohrs: durch Worte wird diesem Sinn das Bild abgedrückt, welches das Licht dem Auge gemalt hatte; es ist der rohe Marmorblock, aus dem die Hand des Künstlers einen Apoll bilden oder Sphinxe schnitzen kann. Das erste sinnliche Bild der Erde, als einer Platteform, deren äußerste Gränzen vom Gewölbe des gestirnten Himmels umgeben sind, entwickelt sich in dem philosophischen Kopfe des europäischen Astronomen zu einer Kugel, die die ihr vorgeschriebene Bahn nach den ewigen Gesetzen der Schwere durchläuft, und wird in dem fieberhaften

Gehirne des Sehers am Ganges zu einem goldenen Berge in Seen von Milch und Nektar, unterstützt von einem ungeheuren Elephanten, verzerrt. Um jene erste sinnliche Vorstellung von ihren Schlacken zu läutern, und daraus das reine Gold zu ziehen, das endlich aus dem Tiegel Kopernik's, Kepler's und Newton's hervor kam, muste das Menschen-Geschlecht einen hohen Grad von Bildung erhalten; der menschliche Verstand muste ungeheure Fortschritte machen und die Fesseln verjährter Vorurtheile abwerfen; die Wissenschaften, besonders die mathematischen, so wie die Künste, musten zu einem fast unglaublichen Grade der Vollkommenheit gebracht werden. Um sich hievon zu überzeugen, darf man nur bedenken, daß große Aufklärung allein dazu gehört, das Bedürfniß zu fühlen und den Muth zu fassen, in die innern Geheimnisse der Natur zu dringen; man darf sich nur erinnern, daß an der Tiber wie am Ganges religiöse Formeln den profanen Untersuchungen des Verstandes schwere und nicht ohne Gefahr zu brechende Fesseln anlegten, und daß die grösten Erfindungen in den Wissenschaften und in den mechanischen Künsten entweder von den Astronomen selbst, oder zum Behuf der Sternkunde gemacht sind. Die Entwicklung der Beobachtungen und Schlüsse, worauf sich unsre Kenntniß von den himmlischen Bewegungen gründet, wird dies am deutlichsten zeigen.

Doppelte Erklärung der täglichen Bewegung.

§. 58. Die tägliche Bewegung oder Umdrehung der Sphäre ist im ersten Theile dieses Werks (§. 12. 13. 14.) so umständlich beschrieben, daß sich nichts dazu setzen läst, um die Sache deutlicher zu machen. Allein jetzt entsteht die Frage, was die eigentliche Ursache dieses Phänomens sey, durch was für eine wahre Bewegung diese scheinbare Umwälzung der Sphäre hervorgebracht werde. Es ist offenbar, daß es nur zwey Erklärungen giebt, die jedem Umstande vollkommen Genüge thun. Entweder muß man annehmen, daß das, was wir sehen, die wahre Bewegung selbst sey, daß die ganze Himmels-Sphäre mit allen auf ihr befestigten Sternen sich von

der linken nach der rechten Seite um eine gerade Linie oder Axe wälze, die durch den Erd-Mittelpunkt geht (Sph. §. 16.), oder daß die Erdkugel sich nach der entgegen gesetzten Richtung um eben diese Axe drehe. Daß in beyden Fällen genau dieselben Erscheinungen erfolgen müssen, ist so evident, daß es kaum nöthig ist, länger dabey zu verweilen. Wenn ich in einer freyen Gegend mich von der rechten nach der linken Seite umdrehe, so habe ich dieselbe Empfindung, als wenn nicht allein alle Gegenstände im Horizont, ohne denselben zu verlassen, sondern auch alle über dem Horizont erhabene Sterne ꝛc. ohne ihre Höhe zu ändern, nach der entgegen gesetzten Richtung von der linken nach der rechten einen Umlauf um mich machen. Jeder dieser Umläufe ist ein Kreis, der mit dem Horizont einerley oder parallel ist, weil sich die Höhe der Gegenstände nicht ändert. Alle diese Kreise sind also einander parallel, und haben eine gemeinschaftliche Axe, die durch meinen Körper als den Mittelpunkt der Bewegung geht, und vertikal ist, weil sie auf allen horizontalen Ebnen senkrecht steht. Diese Linie ist aber nichts anders als die Axe um die ich mich selbst gedreht habe, und die einzige um die ich mich drehen kann, ohne umzufallen (Sph. §. 19.). Wenn also der Beobachter sich um eine Axe dreht, so hat er dieselbe Empfindung, als wenn alle ihn umgebenden Gegenstände, die Sphäre und alle Himmels-Körper, nach entgegen gesetzter Richtung um eben diese Axe einen Umlauf machten, und jeder Stern einen Kreis beschriebe, der auf dieser Axe senkrecht ist.

Beyde gleich befriedigend.

§. 59. Gerade so verhält es sich mit der täglichen Bewegung, die so erfolgt, als wenn der ganze Himmel sich um eine Axe von der linken nach der rechten Seite drehte, alle irdische Gegenstände aber in Ruhe wären. Sie läst sich also vollkommen erklären, wenn man annimt, daß nicht allein unser Auge, sondern alles was zu ruhen scheint, also die ganze Erde, um diese Axe von der rechten nach der linken sich umdrehe. Man denke sich eine gerade Linie durch den Mittelpunkt der

Erde und einen Punkt ihrer Oberfläche z. B. Petersburg, die also durch das Zenit dieses Orts geht; man denke sich ferner eine Ebne, die die Erdfläche an diesem Orte berührt, also den Horizont von Petersburg vorstellt: man nehme endlich an, daß die Erde ruht, und die Sphäre sich umwälzt. Die bisher unsichtbaren Sterne werden an der linken Seite über den Horizont hervor treten, sich immer mehr über ihm erheben und dem Zenit nähern, sich dann rechts wieder vom Zenit entfernen, dem Horizont nähern, und endlich unter ihn herab sinken. Ueberhaupt also besteht die tägliche Bewegung der Sterne darin, daß sie sich allmälig dem Zenit nähern, auch wol durch das Zenit selbst gehn, und sich dann wieder von ihm entfernen. Alle diese Erscheinungen werden auf eben die Art erfolgen, wenn man die Sphäre ruhen läst, und annimt, daß sich die Erdkugel mit jener Horizontal-Ebne und Vertikal-Linie von der rechten nach der linken Seite umdrehe. Indem sich der Horizont nach dieser Richtung wendet, wird seine linke Seite sinken, und die rechte steigen. Jene Seite wird immer mehr unter die Sterne herab sinken, über denen sie vorher erhaben war, indeß diese sich über die Sterne erheben wird, die vorher über ihr standen; d. h. die Sterne werden über der östlichen Hälfte des Horizonts empor steigen, und unter der westlichen herab sinken. Zugleich wird die Vertikal-Linie sich den östlichen Sternen, die an der linken Seite stehn, nähern, und von den westlichen entfernen; sie wird auf einige Sterne treffen, bey andern mehr oder weniger nahe vorbey gehn: und man sieht leicht, daß es vollkommen gleichgültig ist, ob das Zenit von der rechten nach der linken Seite auf die Sterne zu gehe, oder ob diese ihr von der linken zur rechten entgegen kommen. So ist es z. B. 1 Uhr nach Mittage, wenn die Sonne, nachdem sie durch den Meridian gegangen ist, sich von demselben um 15° nach Westen gewandt hat, oder wenn der Meridian, nachdem er gerade auf die Sonne traf, sich von derselben nach Osten um 15° gedreht hat. Erstres ist

die Ptolemäische, letztres die Kopernikanische Art, dieselbe Erscheinung auszudrücken.

Verschiedene Arten von Beweisen.

§. 60. Dies beweist, daß beyde Hypothesen die tägliche Bewegung auf gleich befriedigende Art erklären. Auch ist hierüber nie der geringste Zweifel gewesen, und die eifrigsten Gegner der Bewegung der Erde haben nie den Einwurf gemacht, daß dadurch alle Erscheinungen nicht vollkommen erklärt würden. In so fern also hat keine Hypothese vor der andern Vorzüge, und man ist vollkommen berechtigt oder vielmehr verbunden, diejenige anzunehmen, die an sich, ohne Rücksicht auf die leichtre Erklärung der Phänomene, die gröste Wahrscheinlichkeit hat, mit den geringsten Schwierigkeiten verbunden ist, und mit den bekannten Gesetzen der Natur am besten überein stimmt; wenn sich gleich keine Thatsachen entdecken ließen, die mit mathematischer Gewißheit zwischen beyden Hypothesen entscheiden. Wenn zwey Erklärungen eines Phänomens gleich befriedigend sind, so muß der geringste Ausschlag von Wahrscheinlichkeit auf einer Seite jeden vernünftigen Menschen bestimmen, diese Hypothese so lange für die einzige wahre zu halten, bis neue Gründe, neue Entdeckungen die Wage wieder in das Gleichgewicht bringen, oder gar der andern Seite den Ausschlag geben; allein aller Zweifel muß ein Ende haben, und die Sache als abgemacht angesehen werden, so bald das unverwerfliche Zeugniß auch nur eines Faktums für diese oder jene Seite aussagt, d. h. so bald ein Natur-Phänomen entdeckt wird, das nur die Wirkung der einen oder andern Hypothese seyn kann. Man sieht hieraus, daß die Gründe für die tägliche Bewegung in zwey Gattungen zerfallen, in solche die im strengen Sinn diese Bewegung nur wahrscheinlich machen, sie aber, wie wir sehen werden, zu einem so hohen Grade der Wahrscheinlichkeit bringen, der einer moralischen Gewißheit gleich ist; und andre die aus physischen Wirkungen das wirkliche Daseyn dieser Bewegung beweisen, und

ihr dadurch mathematische Gewißheit geben: erstre kann man die Beweise a priori, letztre a posteriori nennen.

Erste Unwahrscheinlichkeit der Umwälzung der Sphäre.

§. 61. Um die an das Unglaubliche gränzende Unwahrscheinlichkeit der Umwälzung der Sphäre in ihrer ganzen Stärke zu fühlen, muß man eine richtige Vorstellung von der Unermeßlichkeit des Universums, und der ungeheuren Entfernung der leuchtenden Punkte am Himmel haben, gegen welche selbst die Entfernung des Sirius nichts ist: und vielleicht waren eben die eingeschränkten und unvollkommenen Begriffe, die die alten Astronomen hievon hatten, Ursache, daß sie das Bedürfniß nicht fühlten, die Umwälzung des Universums durch eine Umdrehung der Erde zu ersetzen. Es ist hier nicht etwa die Rede vom Sonnen-System, oder von den unzähligen Fixsternen die eine heitre Nacht unserm Auge zeigt; sondern von der Umwälzung des ganzen Weltgebäudes, von einer Bewegung die sich bis an die äußersten Gränzen des Tempels erstreckt, den die Allmacht erbaut hat. Mit jeder neuen Vollkommenheit die unsre Fernröhre erhalten, dringt unser Auge in neue Regionen, und entdeckt nicht mehr Sterne sondern Welten, Massen von Sonnen die durch die ungeheure Entfernung in einen Punkt zusammen gedrückt sind: und jeder solcher Nebelfleck nimt an der täglichen Bewegung nicht mehr und nicht weniger Theil, als der nahe Mond dessen Berge und Thäler wir deutlich erkennen. Noch ist kein Punkt am Himmel, selbst in der fernsten Tiefe des Firmaments entdeckt, der sich nicht mit eben der Geschwindigkeit, und nach eben der Richtung, wie alle übrigen umwälzte: und diese Allgemeinheit der Bewegung so vieler an Größe, Entfernung und andern Eigenschaften ganz verschiedener Weltkörper, muß allein uns überzeugen, daß die Bewegung nur scheinbar seyn kann.

Und nun vollends, wenn man die Entfernungen dieser Weltkörper genauer betrachtet. Vermittelst der Parallaxe, deren Theorie oben erklärt ist, hat man gefunden, daß die Sonne über 20 Millionen geographischer Meilen von uns entfernt

ist, daß es Planeten unsers Sonnen-Systems gibt, deren Entfernung 400 Millionen Meilen beträgt, daß der nächste Fixstern wenigstens 4 Billionen Meilen von uns entfernt ist, und daß es Licht-Massen am Himmel giebt, deren Entfernung wahrscheinlich noch 300000 mal größer ist, also Trillionen Meilen beträgt. Nun denke man sich, wenn man kann, die Geschwindigkeit die dazu gehört, daß eine solche Masse sich täglich um die Erde wälze, d. h. daß sie in 24 Stunden einen Kreis von mehr als 6 Trillionen Meilen durchlaufe. Sie müste in einer Sekunde, in einem Augenblick, mehr als 11 Billionen Meilen durchlaufen, welches fast 600000 mal die Entfernung der Sonne von der Erde begreift, also eine Geschwindigkeit haben, welche die des Lichts, die gröste die wir kennen, und die schon so ungeheuer ist, daß wir sie uns kaum denken können, fast 300 Millionen mal übertrift. Wenn man das Unbegreifliche dieser Bewegung nicht in seiner ganzen Stärke fühlt, so liegt es bloß daran, daß man sich keinen deutlichen Begrif mehr davon machen kann. Die Zahlen die hier vorkommen, sind so groß, daß wir nur die Ziffern sehen, wodurch sie ausgedrückt werden: von den Zahlen selbst können wir uns keine Vorstellung machen, weil alle Vergleichungen hier aufhören, weil nichts in der Natur ist, was hier zum Maasstabe dienen könnte. Es ist freylich leicht gesagt, daß nichts an sich groß oder klein, geschwind oder langsam sey, und daß alles dies nur relative Begriffe sind; man muß aber nicht vergessen, was oben (§. 60.) erinnert ist, daß zwischen den beyden Hypothesen, unter denen man hier die Wahl hat, der geringste Ausschlag entscheiden muß: und wie unendlich hier der Ausschlag sey, wird die Betrachtung der andern Hypothese zeigen. Diese erfodert weiter nichts, als daß die Erde sich um ihre Axe drehe, daß jeder Punkt der Erde in 24 Stunden einen Kreis beschreibe, der desto größer ist, je näher er dem Aequator liegt. Da nun der Umfang des Aequators 5400 Meilen beträgt (§. 53.), so ist die gröste Geschwindig-

keit die hiebey statt findet, 5400 Meilen in 24 Stunden, also in 1 Sekunde den 16ten Theil einer Meile, eine Geschwindigkeit welche nicht grösser ist, als die einer Kanonen-Kugel, welche die des Schalls nur wenig übertrifft, und 6 bis 700000 mal kleiner ist als die des Lichts. Hier ist also von einer Seite nichts unwahrscheinliches, nicht einmal etwas ungewöhnliches, von der andern aber eine Unwahrscheinlichkeit, die selbst die lebhafteste Phantasie nicht zu glauben, nicht einmal zu begreifen vermag.

Zweyte Unwahrscheinlichkeit.

§. 62. Wir haben bloß auf die verschiedene Geschwindigkeit Rücksicht genommen, nicht aber auf die Anzahl und Größe der Körper, zwischen deren Bewegungen wir wählen sollen. Nach der einen Hypothese dreht sich, ohne sich fort zu bewegen, um sich selbst herum, mit mäßiger Geschwindigkeit, ein Körper der unter allen uns bekannten Weltkörpern einer der kleinsten ist: nach der andern werden mit unbegreiflicher Schnelligkeit Körper fortgerissen, die jenen an Größe unendlich übertreffen. Dort ist es ein einziger Körper der sich langsam dreht; hier laufen Körper, deren Menge sich durch keine Zahl ausdrücken läst (Sph. §. 82.), alle die unzähligen Sonnen des Firmaments, deren jede Millionen Planeten mit sich schleppt, alle die Systeme von Sonnen, die unzähligen Milchstraßen und Nebelflecke, kurz, das ganze Weltall wird um einen Punkt geschleudert, dessen Existenz den Bewohnern jener Sonnen nicht einmal bekannt seyn kann: und dies alles, um diesem Punkt eine sehr mäßige Bewegung zu ersparen. Kann man, wenn man alles dies überlegt, noch zwischen beyden Hypothesen unschlüssig seyn? Und doch ist dies nicht die einzige Bewegung, die man nach jener Hypothese dem ganzen Firmament geben müste, um alle Umstände der täglichen Bewegung zu erklären. Diese Bewegung geschieht nicht in einer festen unbeweglichen Ebne, sondern der Aequator hat, außer der oben (Sph. §. 65. 66.) erklärten fortrückenden Bewegung, noch eine hin und her schwankende, die wir unter dem Namen der

Nutation werden kennen lernen (§. 89.). Nach der Ptolemäischen Hypothese müste man also annehmen, daß alle Sterne, außer der täglichen Umwälzung, noch unaufhörlich, alle auf gleiche Art, aus ihrer Lage verschoben würden; nach der Kopernikanischen aber wird dieses sonst unbegreifliche Räthsel vollkommen dadurch erklärt, daß die Erd-Axe keine unveränderliche Lage hat, sondern sich fast unmerklich dreht. Eben diese Bewegung muß dem auf der Axe senkrechten Aequator mitgetheilt werden, wodurch die Sterne selbst, deren Ort an der Sphäre durch ihre Lage gegen den Aequator bestimmt wird, eine scheinbare Bewegung erhalten.

und völlige Unbegreiflichkeit.

§. 63. So viele Schwierigkeiten giebt es auf der einen Seite, und so begreiflich ist alles auf der andern, wenn man die Sache, wie wir bisher gethan haben, nur im allgemeinen betrachtet. So bald man sich aber in eine genaue Untersuchung dieser Bewegung einläst, und die Gesetze der Natur darauf anwendet, so erscheint die Umwälzung des Himmels ganz unbegreiflich, oder vielmehr physisch unmöglich. Aus dem metaphysischen Grundsatze, daß keine Wirkung ohne hinlängliche Ursache denkbar ist, folgt das Gesetz der Mechanik, „es giebt „keine Bewegung ohne hinlängliche Kräfte:" und die Untersuchung, wie die Kräfte beschaffen seyn müssen, um jede gegebene Bewegung hervorbringen zu können, macht die ganze Mechanik aus. Sie wird uns zeigen, daß nicht allein die Kraft stark genug seyn müsse, um eine so große Masse mit solcher Geschwindigkeit zu bewegen, sondern daß ihre Richtung auch mit der Bewegung überein kommen müsse; daß um eine kreisförmige Bewegung hervor zu bringen, eine Kraft den Körper unaufhörlich nach dem Mittelpunkt treiben müsse, indeß eine andre ihn nach der Tangente fort stößt, also eine Central- und eine Tangential-Kraft. Vermittelst dieser wenigen evidenten Sätze wird es sich leicht zeigen, was für Kräfte erfodert werden, um die Umwälzung des ganzen Himmels oder die Rotation der Erde zu bewirken. Jeder Weltkörper be-

schreibt täglich von der linken nach der rechten Seite einen Kreis, der senkrecht auf der Weltaxe steht. Für jeden Weltkörper sind also zwey Kräfte nöthig, wovon die eine ihn nach der rechten Seite, die andere nach dem Mittelpunkt des Kreises treibt, und die letztre muß ununterbrochen wirken. Wenn zur Rotation der Erde ein einziger Stoß hinlänglich ist, so ist die Menge der Kräfte, die zur Umwälzung der Sphäre erfodert werden, eben so unzählig, oder vielmehr doppelt so groß als die der Sterne. Es ist freylich wahr, daß die Tangential-Kraft nicht immer fort wirken darf. Aber wie höchst unwahrscheinlich ist es, daß alle diese unzähligen Stöße dieselbe Richtung von der linken zur rechten, und daß jeder Stoß genau die Stärke gehabt habe, die nöthig war, um jedem Weltkörper gerade die Geschwindigkeit mitzutheilen, wodurch er, im Verhältniß seiner Entfernung von der Erde, bald einen größern bald einen kleinern Kreis in 24 Stunden durchläuft! — Doch alle diese Schwierigkeiten, so groß sie sind, scheinen unbedeutend, wenn man die Central-Kräfte betrachtet. Die Mittelpunkte aller Parallele die die Sterne täglich beschreiben, liegen zwar in der Axe, aber in verschiednen Punkten derselben. Nur der Stern der genau im Aequator liegt, hat den Mittelpunkt seines Parallels im Erd-Mittelpunkt selbst: aller übrigen Parallele Mittelpunkte fallen in ungeheuren Entfernungen von der Erde nach dem Nord- oder Süd-Pol der Sphäre hin. Jeder Weltkörper erfodert eine eigene Central-Kraft, die ihren Sitz nicht in einem Körper hat, dessen Masse einer so ungeheuren Kraft angemessen ist, sondern in einem geometrischen Punkt der Axe, einer bloß eingebildeten Linie, in einem wahren Nichts. Allein nicht bloß in Ansehung der Richtung, sondern auch der Stärke, müsten alle diese Kräfte von einander verschieden seyn, weil die Parallele nach den verschiednen Entfernungen der Sterne größer oder kleiner sind; und doch müste wider die Stärke jeder Kraft so genau abgemessen seyn, daß alle Kreise in derselben Zeit durchlaufen werden. Und nun

die ungeheure Stärke, die diese Kräfte haben müsten! Man erinnere sich der Geschwindigkeit, womit die Sterne umgeschleudert werden (§. 61.); man bedenke, welche ungeheure Massen es sind, die mit dieser unbegreiflichen Schnelligkeit dahin fliegen: und man wird sich überzeugen, daß es keine Kraft in der Natur giebt, die stark genug wäre, jene so schnell fortgeschleuderten Massen zurück zu halten, und zu zwingen im Kreise um die Erde zu laufen. — Doch es giebt andre Umstände, die die Sache noch unbegreiflicher machen. Alle Kräfte die wir kennen, erstrecken sich nur bis auf eine gewisse Entfernung: sie wirken in grösern Entfernungen schwächer, und hören endlich ganz auf. Diese Kräfte hingegen müsten nicht allein sich ins Unendliche erstrecken, sondern gegen alle bekannten Gesetze der Natur in grösern Entfernungen stärker als in der Nähe wirken: denn je weiter der Stern entfernt ist, desto grösser ist der Kreis den er täglich durchläuft, desto grösser muß also die Kraft seyn, die ihn in diesem Kreise hält. Diese Kräfte müsten ferner bloß in einer Richtung wirken, die dem Aequator parallel ist, und nach der Richtung der Axe gar keine Wirkung äußern, weil die Polar-Sterne keine Bewegung haben. Und die Quelle aller dieser unzähligen Kräfte müste ein geometrischer Punkt seyn, da hingegen die Sterne, trotz ihrer ungeheuren Massen, auf die Erde in derselben Entfernung keine Wirkung äußern.

Krystallene Sphären der alten Astronomen.

§. 64. Die physische Unmöglichkeit des täglichen Umlaufs der Sterne, die wir jetzt bewiesen haben, ward selbst von den alten Astronomen gefühlt, die sich nicht anders zu helfen wusten, als dadurch daß sie sich das Firmament wie eine solide Sphäre dachten, an der die Sterne befestigt wären. Hiedurch fällt freylich die physische Unmöglichkeit grösstentheils weg: denn die tägliche Bewegung ist nun nicht mehr aus den unzähligen Kreisbahnen der einzelnen Sterne zusammen gesetzt, keine progressive Bewegung, sondern eine bloße Rotation dieser Kugelschale um ihre Axe. Es ist in der Natur der Sache

gegründet, daß alle Sterne in derselben Zeit Kreise um die Axe beschreiben müssen, weil sie sich mit der Sphäre, an der sie befestigt sind, umdrehen. Es würde freylich noch immer unendlich mehr Wahrscheinlichkeit haben, daß die kleine Erdkugel sich auf diese Art dreht, als die unermeßliche Sphäre mit allen den ungeheuren Massen von Sonnen, wenn sich auch sonst nichts gegen die Sache einwenden ließe. Allein wer kann diese krystallene Sphäre begreifen, an der die Sterne gleich Nägeln angeheftet sind! welche neue noch unbegreiflichere Kraft wäre nöthig, um jeden Stern an seiner Stelle unverrückt zu halten! Ueberdem reicht ja eine Sphäre nicht zu. Der Mond, die Sonne, die Planeten, haben nicht allein sehr verschiedene Entfernungen von uns, sondern außer der gemeinschaftlichen täglichen Bewegung noch jeder seine eigenthümliche. Die Alten sahen sich daher genöthigt, für jeden Planeten eine besondre, und dann für alle Fixsterne eine gemeinschaftliche Sphäre anzunehmen. Sie setzten also voraus, daß alle Fixsterne gleiche Entfernung von der Erde haben, welches aller Wahrscheinlichkeit und den neusten Beobachtungen gerade widerspricht. Wir würden also genöthigt seyn, so viele Kugelschalen anzunehmen, als es Sterne gibt; wir müsten annehmen, daß alle diese unzählige soliden Sphären, durch ein unsichtbares aber allmächtiges Band so fest in einander geschmiegt sind, daß keine Ewigkeit sie von einander reißen oder nur verschieben kann: unsre Phantasie müste neue verborgene Kräfte, noch unbegreiflicher als jene, erschaffen; und doch würde das ganze Gebäude nur so lange stehen, als die unvollkommenen Kentnisse der alten Astronomen. Daß die Planeten ihre Entfernung von der Erde unaufhörlich ändern, also nicht an einer Sphäre deren Mittelpunkt die Erde ist, befestigt seyn können, war ihnen schon bekannt, und sie halfen sich dadurch, daß sie jede krystallene Sphäre durchbrachen, um einen Ring einzuhenken, auf dem der Planet lief. Sie kannten aber nicht die Bahnen der Kometen, die sich bald bis fast in die Sonne herab senken, bald

weit über alle Planeten-Bahnen hinaus entfernen, also alle diese krystallenen Sphären nach jeder Richtung durchbrechen und zersprengen. Bey dem jetzigen Zustande der Physik ist es genug, diese Träumereyen zu erzählen: eine Widerlegung wäre überflüssig.

Wahrscheinlichkeit der Rotation der Erde.

§. 65. Es ist Zeit, daß wir nun auch einen Blick auf die andre Hypothese werfen, um zu sehn, wie durch sie alle Schwierigkeiten verschwinden, und alle jene unbegreiflichen Räthsel durch die einfachsten physischen Gesetze erklärt werden. Daß die Rotation der Erde um ihre Axe in 24 Stunden keine außerordentliche Bewegung sey, ist schon oben (§. 61.) gezeigt. Die Kraft die hiezu erfodert wird, ist keine fortwirkende, sondern ein augenblicklicher Stoß, durch den die Erde ihre tägliche Bewegung um eine Axe, und ihre jährliche um die Sonne zugleich erhielt. Wenn dieser Stoß nicht genau durch den Mittelpunkt ging, so muß die Erde dadurch gleich einem Kreisel eine Rotation erhalten haben, die nach den ewigen Gesetzen der Natur mit gleichförmiger Geschwindigkeit ungestört in Ewigkeit fortdauern muß. Durch diesen einen Stoß sind also alle Erscheinungen der täglichen Bewegung vollkommen, und auf eine so natürliche Art erklärt, daß ein unbefangener Leser, statt an der Rotation der Erde zu zweifeln, von selbst einen Schritt weiter gehn, und schließen wird, daß aus demselben Grunde auch alle übrigen Planeten sich um ihre Axe drehen müssen, weil es nicht wahrscheinlich ist, daß der Stoß der ihnen ihre erste Bewegung mittheilte, genau durch den Mittelpunkt gegangen sey. Die Fernröhre haben diese Vermuthung zur Gewißheit gebracht, und dadurch der Rotation der Erde eine neue Wahrscheinlichkeit gegeben. Wir werden in der Folge sehn, daß Sonne, Mond, und alle Planeten denen wir nahe genug sind, um solche Beobachtungen anstellen zu können, sich um eine Axe drehen, einige darunter fast in der nämlichen Zeit von 24 Stunden, andre trotz ihrer größeren Masse in weit kürzerer Zeit. Diese Analogie, die ein all-

gemeines Natur-Geſetz zu ſeyn ſcheint, von dem wir eben den Grund geſehen haben, läſt uns nicht daran zweifeln, daß die Rotation der Erde die wahre Urſache der ſcheinbaren Umwälzung der Sphäre ſey. Die Bewohner des Jupiters würden mit eben dem Recht wie wir glauben, daß der Himmel ſich in 10 Stunden um ihn drehe; und die Bewohner der übrigen würden in verſchiedenen Perioden die Umwälzung des Himmels um ihren Planeten zu ſehen glauben. Hieraus würden ſo viele verſchiedene Bewegungen der Sphäre folgen, die ſich einander widerſprechen, und nur dadurch vereinigen laſſen, daß man alle für einen optiſchen Betrug erklärt, der aus der Rotation jedes Planeten entſteht.

Unmerklichkeit dieſer Bewegung.

§. 66. Die bisher angeführten Gründe ſind ſo einleuchtend, daß man ganz von Vorurtheilen eingenommen ſeyn muß, um nicht dadurch überzeugt zu werden. Der einzige Einwurf, der ſich vernünftiger Weiſe dagegen machen ließ, war nicht allein leicht zu widerlegen, ſondern veranlaſte ſogar die Entdeckung der zweyten Gattung von Beweiſen, nämlich ſolcher phyſiſchen Wirkungen, deren Urſache allein die Rotation der Erde ſeyn kann. „Iſt es möglich,“ ſagte man, „daß die „ganze Erdkugel ſich mit einer ſo beträchtlichen Geſchwindigkeit „umdrehe, ohne daß wir das geringſte davon empfinden oder „bemerken?“ Die Antwort iſt leicht: bemerken thun wir dieſe Bewegung allerdings, aber fühlen können wir ſie aus einem ſehr begreiflichen Grunde nicht. Wenn wir die Erfahrung befragen, woraus wir eigentlich ſchließen, daß wir in Bewegung ſind, ſo wird ſie uns ſagen, daß es nur zweyerley Kennzeichen gebe, optiſche und phyſiſche. Wir ſehen an den uns umgebenden Gegenſtänden eine Verändrung der Lage, die, wenn wir aus andern Gründen von der Ruhe dieſer Gegenſtände überzeugt ſind, unſre eigene Bewegung beweiſt; oder wir fühlen eine gewiſſe Erſchütterung, die Folge beſonders unſanfter und abgebrochener oder ungleichförmiger Bewegung. Das erſtre iſt bey der täglichen Bewegung unſtreitig der Fall:

die Umwälzung der Sterne zeigt uns unsre eigne Bewegung um eine Axe eben so deutlich, als die vorüber fliegenden Bäume des Ufers uns von der Schnelligkeit unsers Schifs überzeugen (*). Die Sterne, von deren Ruhe wir aus den bisher entwickelten Gründen überzeugt seyn müssen, sind die einzigen Gegenstände, an denen wir die Bewegung der Erde sehen können; und an ihnen sehen wir sie auch wirklich. Alle irdischen Gegenstände bewegen sich mit der Erde, sie sind Theile des Schifs auf dem wir den Weltraum durchsegeln: es ist daher unmöglich, daß wir diese Bewegung an ihnen wahrnehmen. — Was das andre Kennzeichen betrifft, so lehrt uns die tägliche Erfahrung, daß wir eine Bewegung desto weniger fühlen, je gleichförmiger sie ist. Wenn wir uns auf einem vollkommen ruhigen Wasser den Strom hinab treiben lassen, so empfinden wir nichts von der Bewegung; so bald aber das Wasser unruhig wird, so bald irgend eine Ursache die Bewegung plötzlich schneller oder langsamer macht, so wird sie uns fühlbar. Wie solten wir nun die Rotation der Erde fühlen können, die einzige Bewegung vielleicht in der Natur, die vollkommen gleichförmig ist? — Eine sehr schnelle Bewegung fühlt sich auch an dem Stoße der Luft die wir durchschneiden, oder andrer Gegenstände auf die wir treffen; allein bey der täglichen Bewegung werden wir selbst mit derselben Geschwindigkeit umgeschleudert, wie der Fleck der Erde, auf dem wir stehen: die Luft, und alles irdische was uns umgiebt, alle Gegenstände auf die wir stoßen könnten, nehmen an derselben Bewegung Theil, und nichts kann uns dieselbe fühlbar machen. Unstreitig würden wir die Rotation der Erde gefühlt haben, wenn

---

(*) *Copern. de revol. orb. coel.* Lib. I. cap. 8. ed. Basil. 1566. pag. 6. „Provehimur portu, terraeque urbesque recedunt. — Fluitante „sub tranquillitate navigio, cuncta quae extrinsecus sunt, ad motus illius imaginem moveri cernuntur a navigantibus, ac vicissim se quiescere putant cum omnibus quae secum sunt.“

wir Zeugen von dem ersten Stoße gewesen wären, der die Erde aus ihrer Ruhe in diese Bewegung versetzte; so bald aber einmal die ganze Maschine im Gange ist, ist es unmöglich die Bewegung zu fühlen, so lange ihre Gleichförmigkeit nicht durch irgend eine Ursache gestört wird.

Schwungkraft.

§. 67. Jener Einwurf der so leicht zu heben war, veranlaste nicht allein eine genauere Untersuchung der Rotation der Erde, sondern auch den Gedanken, daß es doch vielleicht möglich sey, Spuren dieser Bewegung zu entdecken. Man wandte alle Hülfsmittel der neuerlich verbesserten Physik und Analyse an, um zu untersuchen, ob die Umdrehung der Erde außer den optischen nicht auch physische Wirkungen haben könne, und fand bald, daß in der That jede umdrehende Bewegung eines Körpers auf diesem Körper selbst Wirkungen hervorbringen müsse, durch die sich also das Daseyn jener Rotation dem Beobachter unmittelbar zeigt. Die erste und stärkste dieser Wirkungen ist die an den Polen eingedrückte Figur der Erde, von der schon (§. 39.) die Rede gewesen ist. Von unsrer frühesten Kindheit an haben wir die Erfahrung gemacht, daß wenn ein Körper im Kreise umgedreht wird, alle Theile desselben einen Drang erhalten, sich vom Mittelpunkt dieses Kreises zu entfernen, und sich auch wirklich von ihm entfernen, wenn sie nicht zurück gehalten werden; daß also durch die Rotation eine Kraft entsteht, die jeden Theil des Körpers vom Mittelpunkt der Bewegung oder der Axe wegtreibt: und diese Kraft nennt man, weil sie aus dem Umschwingen des Körpers entsteht, Schwungkraft. Sie ist es die den Stein in der umgeschwenkten Schleuder zurück hält, die keinen Tropfen aus einem im vertikalen Kreise schnell bewegten Eimer voll Wassers fallen läst, die den Faden dehnt, an dem eine Kugel auf dem Tische im Kreise herum geworfen wird, und die die Kugel fortschleudert, wenn der Faden der sie zurück hielt, zerreißt. Auch das lehrt die Erfahrung, daß die Schwungkraft desto größer ist, je schneller die Umdrehung ist, und je größer der Kreis in dem sie geschieht.

Wenn der Eimer langsam umgeschwenkt wird, so läuft das Wasser aus, in dem Augenblick da der Eimer seine höchste Stelle erreicht, weil nun die Schwungkraft so geringe ist, daß sie von der Schwere des Wassers überwogen wird; von der andern Seite kann ein Stein so schnell umgeschleudert werden, daß die Schwungkraft endlich die Festigkeit des Fadens übersteigt und ihn zerreißt.

I. physischer Beweis. Abplattung der Erde.

§. 68. Die Anwendung hievon auf die tägliche Umdrehung der Erde macht sich von selbst. Jeder Punkt der Erde durchläuft täglich einen Kreis, der desto größer ist, je näher er dem Aeqvator liegt, und dessen Mittelpunkt sich in der Axe befindet. Er wird also durch die Schwungkraft von dem Punkt der Axe, der der Mittelpunkt seines Parallels ist, weg getrieben; und diese Kraft ist desto größer, je größer der Parallel ist: sie nimt also vom Pol bis zum Aeqvator zu, ist im Aeqvator am stärksten, nahe bey den Polen unmerklich, und verschwindet völlig unter den Polen selbst, die allein bey der Rotation der Erde in Ruhe bleiben. Wenn also die Erde einmal in einem flüssigen Zustande war, oder wenn auch nur ihre Theile weich genug waren, um der Schwere und Schwungkraft nachzugeben, so muste vermöge der erstern Kraft die Erde von selbst die Gestalt einer Kugel annehmen, weil alle ihre Theile mit gleicher Stärke nach dem Mittelpunkt getrieben wurden, also nur dann in Gleichgewicht oder in Ruhe kommen konnten, wenn alle Punkte der Oberfläche gleiche Entfernung vom Mittelpunkt hatten. Zugleich aber erhob sich, vermöge der Schwungkraft, jeder Parallel desto mehr über der Axe, je weiter er vom Pol entfernt war, und die ganze Erde nahm eine Gestalt an, die vom Pol bis zum Aeqvator mehr erhoben oder an den Polen eingedrückt war. Man kann sich hievon durch einen leichten Versuch überzeugen. Wenn ein elastischer Ring auf einen Stift gesteckt wird, der durch seinen Mittelpunkt geht, und nun um diesen Stift wie um eine Axe gedreht wird, so sieht man deutlich, wie aus dem kreisrunden

Ringe eine Ellipse wird, wie seine Mitte (der Aeqvator der Umdrehung) sich erhebt, und beyde Punkte durch die der Stift geht (die Pole) sich einander nähern, und zwar desto stärker je schneller die Umdrehung ist. Das nämliche muste der Erde widerfahren. Es ist wahr, daß bey diesen Schlüssen ein flüssiger Zustand der Erde voraus gesetzt wird. Allein die Untersuchungen der Geologen haben es längst außer Zweifel gesetzt, daß die Erde sich wirklich einmal in diesem Zustande befunden hat. Die Menge versteinerter Seethiere auf den höchsten Gebirgen, die Lage der verschiedenen Schichten aus denen die Erde besteht, 2c. sind eben so viele Urkunden, auf denen die Natur mit unvergänglichen Karakteren geschrieben hat, daß wenigstens die ganze Oberfläche der Erde einst vom Wasser durchwühlter Schlamm war. In dieser Epoche muste sie jene an den Polen eingedrückte Form annehmen, und sie behalten, als später hin ihre Theile sich verhärteten. Selbst dann, wenn die Erde auch nie weich genug gewesen wäre, um dem Druck der Schwere und der Schwungkraft nachzugeben, ist es doch höchst wahrscheinlich, daß die Natur selbst ihr vielmehr diese abgeplattete Kugel-Gestalt gegeben haben werde, bey der allein völliges Gleichgewicht statt findet, als irgend eine andre Figur, bey der sie endlich unter'm Aeqvator zerspringen und an den Polen einstürzen müste.

Nach diesen Grundsätzen stellte man die mühsamen Messungen an, die oben (§. 40 — 50.) weitläuftig beschrieben sind, und fand, daß die Erde nicht allein eine an den Polen eingedrückte Kugel sey, sondern auch fast genau diejenige Abplattung habe, die man aus ihrer Größe, und der Geschwindigkeit womit sie sich in 24 St. umdreht, durch Rechnung hergeleitet hatte (§. 51.). Man hatte hiedurch also einen strengen physischen Beweis für die tägliche Bewegung der Erde, der noch eine neue Stärke durch die Entdeckung erhielt, die man vermittelst der Fernröhre an den übrigen Planeten machte. Jupiter z. B. der die Erde an Größe weit übertrifft, und

sich in 10 Stunden umwälzt, dessen Rotation also weit schneller ist und in einem viel größern Kreise geschieht, muß weit merklicher abgeplattet seyn als die Erde: auch fällt seine Abplattung so deutlich in die Augen, daß man das Verhältniß seines grösten und kleinsten Durchmessers genau gemessen und so befunden hat, wie es seine Rotation erfodert. Dieser Planet giebt uns also ein sinnliches Bild von dem, was wir auf der Erde nur durch weitläuftige Schlüsse und mühsame Messungen entdecken konnten. Selbst die unter'm Aequator, besonders in Amerika, angehäuften ungeheuren Gebirge mit ihren soliden Metall-Massen sind offenbar eine Folge der Umwälzung der Erde, und der Schwungkraft die sie dorthin schleuderte.

Verminderung der Schwere durch die Schwungkraft.

§. 69. Bey der Untersuchung der Theorie der Schwungkräfte fand man bald, daß die Rotation der Erde noch eine andre Wirkung äußern müsse, die sich durch feinere aber weniger mühsame Messungen bestimmen läst. Die Schwere ist jene allmächtige Kraft, die alles was zur Erde gehört, oder sich auch nur ihrem Wirkungskreise nähert, nach dem Mittelpunkt der Erde treibt, da hingegen die Schwungkraft jeden Körper vom Mittelpunkt, nicht der Erde, sondern desjenigen Parallels, in dem er von der täglichen Bewegung fort gerissen wird, zu entfernen strebt. Sie ist also nur im Aequator der Schwere gerade entgegen gesetzt. Unter jedem andern Parallel werden zwar die Körper von der Erde fort getrieben, aber in einer Richtung die nicht in gerader Linie mit dem Mittelpunkt der Erde liegt, sondern senkrecht auf der Axe ist, also mit dem Erd-Halbmesser einen Winkel macht: es geht daher ein Theil der Schwungkraft nach der Seite hin verloren, und nur der übrige Theil ist der Schwere gerade entgegen gesetzt. Ueberdem ist die Schwungkraft im Aequator an sich größer als unter jedem andern Parallel (§. 68.). Aus dieser doppelten Ursache folgt also, daß die Schwere durch die Schwungkraft zwar auf dem ganzen Erdboden vermindert wird, daß

aber diese Verminderung desto geringer ist, je näher ein Ort dem Pole liegt, und an den Polen ganz verschwindet. Nennt man z. B. P die ursprüngliche Schwere auf der Erde, welche statt haben würde, wenn die Erde sich nicht um ihre Axe drehte, und welche an den Polen wirklich statt findet, und A die Schwungkraft im Aequator, so ist daselbst die wirkliche Schwere die man durch die Erfahrung findet, P — A, weil sich beyde Kräfte gerade entgegen gesetzt sind. In Petersburg aber, und an jedem andern Orte unter der Polhöhe von 60°, ist die Schwungkraft nur halb so groß wie unter dem Aequator, weil der Halbmesser dieses Parallels die Hälfte vom Halbmesser des Aequators ist: überdem wird von dieser Kraft ($\frac{1}{2}$ A) nur die Hälfte darauf verwandt, die Körper vom Erd-Mittelpunkt zu entfernen, indeß die andre Hälfte in einer Richtung wirkt, die auf dem Erd-Halbmesser senkrecht ist, folglich die Schwere weder vermehren noch vermindern kann. Der Theil der Schwungkraft, welcher der Schwere gerade entgegen gesetzt ist, beträgt also $\frac{1}{4}$ A, und da die ursprüngliche Schwere P auf dem ganzen Erdboden die nämliche ist, so wird die durch die Rotation verminderte Schwere unter 60° Breite $= P - \frac{1}{4} A$. Unter den Polen giebt es keine Schwungkraft, also bleibt die wirkliche Schwere auch bey der Rotation der Erde $= P$. Wenn sich also die Erde um eine Axe dreht, so muß die Schwere von den Polen bis zum Aequator abnehmen, und es läst sich aus der Größe der Erde und der bekannten Rotations-Geschwindigkeit von 24 St. leicht berechnen, daß die Schwere im Aequator durch die Rotation um ihren 289sten Theil vermindert wird, so daß z. B. 288 Pfund, wenn die Erde sich nicht drehte, eben so stark drücken würden, als jetzt 289 Pfund. Diese Schlüsse gelten auch umgekehrt. Kann man sich von dieser Abnahme der Schwere durch die Erfahrung überzeugen, so hat man einen neuen physischen Beweis für die Rotation der Erde. Es kam also nur darauf an, die Schwere unter verschiedenen Polhöhen auf das ge-

naueste zu beobachten. Allein dies ist nicht so leicht, als es beym ersten Anblick scheint: denn man begreift leicht, daß hier an kein wirkliches Abwägen zu denken ist, weil die Gewichte und Gegengewichte ihre Schwere in demselben Verhältniß ändern. Man muste also andre Wirkungen der Schwere aufsuchen, die sich ohne Wage messen lassen: und diese fand man in der Bewegung des Pendels.

II. physischer Beweis. Länge des Sekunden-Pendels.

§. 70. Ein Gewicht an einem Faden oder einer Stange aufgehängt bleibt in der vertikalen Lage ruhig hängen, weil diese Lage mit der Richtung der Schwere nach dem Mittelpunkt der Erde überein kömmt. So bald es aber aus dieser Lage gebracht, folglich weil es nicht anders als im Kreise um den Aufhänge-Punkt bewegt werden kann, erhöht wird, so wird es von der Schwere in die vertikale Lage zurück gedrückt. Indem es aber bis in diese Lage gesunken ist, hat es durch den Fall eine Geschwindigkeit nach der entgegen gesetzten Seite erhalten, die es nicht plötzlich verlieren kann: es wird also über die vertikale Lage hinaus eben so hoch wieder steigen, als es zuerst gehoben war, dann wider sinken, und aus eben dem Grunde abermals nach der ersten Seite hin steigen. Diese Schwingungen würden ewig fortdauern, wenn das Gewicht nicht in jedem Augenblick, durch den Widerstand der Luft und die Reibung am Aufhänge-Punkt, etwas von seiner Bewegung verlöre, und dadurch endlich zur Ruhe gebracht würde. Das Eigenthümliche dieser Bewegung besteht darin, daß die Schwingungen immer in gleichen Zeiten geschehen, so lange der Bogen, durch den das Gewicht steigt und fällt, nicht beträchtlich geändert wird: und zwar hängt die Zeit eines Schwunges allein von der Entfernung des Gewichts vom Aufhänge-Punkt oder von der Länge des Pendels ab. Unter diesem Namen versteht man nämlich jeden schweren Körper, der so aufgehängt ist, daß er sich um den Aufhänge-Punkt frey im vertikalen Kreise bewegen, oder hin und her schwanken kann: ist die Zeit jedes Schwunges genau der 60ste Theil einer

Minute, so nennt man ihn Sekunden-Pendel. So bald man die Gleichförmigkeit dieser Schwingungen entdeckt hatte, verband man sie als Regulator mit den Uhren, die dadurch einen gleichförmigen Gang erhielten, und den Astronomen unsäglichen Nutzen geleistet haben. Theorie und Erfahrung zeigten bald, daß der Pendel seine Schwingungen in desto kürzerer Zeit macht, daß seine Bewegung desto schneller ist, je kürzer er ist, und umgekehrt: daher man das Gewicht am Pendel nur höher schrauben oder dem Aufhänge-Punkt näher bringen darf, wenn die Uhr zu langsam geht, und umgekehrt.

Da der Pendel in jeder Lage ruhig hängen würde, wenn die Schwere ihn nicht herab triebe, da also seine Schwingungen eine Wirkung der Schwere sind, so begreift man leicht, daß die Bewegung desto schneller seyn muß, je grösser die Schwere ist, und umgekehrt, weil die Wirkung der Ursache angemessen seyn muß. Aus dem vorigen §. folgt demnach, daß die Schwingungen eines und desselben Pendels an den Polen am schnellsten seyn, und immer langsamer werden müssen, je näher man ihn dem Aequator bringt; daß also ein Pendel, der in Petersburg oder Paris in jeder Sekunde eine Schwingung machte, unter'm Aequator mehr Zeit dazu brauchen wird, folglich verkürzt werden muß, um hier gleichfals Sekunden zu schlagen. Man sieht leicht, wie sich diese Messungen auf die sicherste Art anstellen lassen. Ein nach Stern-Zeit regulirter Sekunden-Pendel macht 86400 Schwingungen von der Kulmination eines Sterns bis zur nächsten (Sph. §. 105.): näher am Pol wird derselbe Pendel in derselben Zeit eines Stern-Tages mehr Schwingungen, und näher am Aequator weniger machen. Man darf also nur unter verschiednen Polhöhen einen Stern mehrere Täge nach einander kulminiren lassen, und die Schwingungen des Pendels zählen, um jene Frage zu entscheiden. In der That war die Entdeckung schon, wiewol ohne diese Absicht, gemacht: das Faktum

lag da, und ward sogleich zu jenen wichtigen Schlußfolgen benutzt.

Im Jahr 1672 ward Richer, wegen andrer astronomischen Beobachtungen, von Paris nach Cayenne, einer amerikanischen Insel die kaum 5° vom Aequator liegt, geschickt. Hier entdeckte er zu seinem Erstaunen, daß der Pendel welcher in Paris genau Sekunden geschlagen hatte, täglich 150 Schwingungen weniger machte, oder um 2½ Minute zurück blieb, so daß er ihn um mehr als 1 Linie verkürzen muste, damit er auch dort Sekunden schlug. Dieser so verkürzte Pendel ging, als er nach Paris zurück gebracht ward, zu geschwind, und muste um eben so viel wider verlängert werden. Man ließ nun mehr Reisen in andre Weltgegenden anstellen, und erhielt immer dasselbe Resultat, selbst wenn die Beobachtungen auf den Schneegipfeln der südamerikanischen Berge angestellt wurden, daher es nicht die Wirkung der verschiedenen Temperatur seyn konnte. Seitdem sind an unzähligen Oertern solche Beobachtungen angestellt, und es hat sich gezeigt, daß der Pendel der unter'm Aequator Sekunden schlug, in der Breite von 20° schon um 1 Linie verlängert werden muß, um Sekunden-Schwingungen zu machen, in der Breite von 52° um 2 Linien, in St. Petersburg um 2½ Linien, ꝛc. So bald diese Entdeckung gemacht war, zeigten Huyghens und Newton, daß dies nur die Wirkung der von der Rotation der Erde herrührenden Schwungkraft seyn kann: und so war die tägliche Bewegung der Erde durch ein zweytes physisches Faktum unumstößlich bewiesen.

III. physischer Beweis. Fall schwerer Körper.

§. 71. Als Kopernik die schon von mehreren der alten Griechen anerkannte Bewegung der Erde durch neue Gründe bestätigte und öffentlich als eine mathematische Wahrheit lehrte, da waren, wie es gewöhnlich der Fall ist, alle kleinlichen Leidenschaften, Neid, Trägheit, Aberglauben, ꝛc. thätig, um sich dieser neuen Lehre zu widersetzen, und der menschliche Geist zeigte sich nicht von seiner glänzenden Seite. Nur we-

nige denkende und von Vorurtheilen freye Köpfe öffneten ihre Augen dem Licht der Wahrheit, und gaben dem Kopernikanischen System gleich anfangs Beyfall, indeß ganze Scharen Gelehrter und Ungelehrter, selbst solcher die sich nie um Astronomie bekümmert hatten, und die hier eigentlich gar keine Stimme hätten haben sollen, mit dem ganzen Eifer der Intoleranz dagegen schrieen, und sogar den weltlichen Arm zu Hülfe riefen. Aus allen Wissenschaften, selbst der Moral und Theologie, wurden Gründe gegen die neue Lehre hervor gesucht; nur die einzigen die hier entscheiden konnten, Physik und Geometrie, wurden nicht befragt oder nicht gehört; und aus der unschuldigsten Spekulation ward eine Gewissens-Sache gemacht. Viele Jahre vergingen, ehr das Licht der Wahrheit allgemein durchdringen konnte, aber dann auch den Triumph genoß, nicht allein die irrigen Vorstellungen von einem so wichtigen Gegenstand berichtigt, sondern zugleich eine Menge anderer Vorurtheile, die im Wege lagen, ausgerottet, und die Menschheit in der Aufklärung überhaupt um einen großen Schrit weiter gebracht zu haben. Unter den unzähligen größtentheils abgeschmackten Einwürfen die Kopernik anhören muste, gab es indessen einen, der Aufmerksamkeit und sogar Dank verdient, weil er die Astronomen zu Untersuchungen veranlaste, die endlich vor wenigen Jahren ein befriedigendes Resultat gegeben haben, welches zu einem neuen physischen Beweise für die Umdrehung der Erde dient.

„Wenn die Erde sich wirklich von Westen nach Osten „dreht," sagte sogar Tycho, „so kann ein Stein der von „einem hohen Thurm herab fällt, nicht an der Stelle die sich „senkrecht unter ihm befand, nicht am Fuße des Thurms die „Erde erreichen, sondern an der westlichen Seite desselben, „weil sich der Thurm mit der Erde während des Falls nach „Osten entfernt hat." Dieser Schluß ist offenbar falsch, und die Antwort darauf sehr leicht: „Freylich hat sich mit der „Erde zugleich der Thurm nach Osten bewegt, aber nicht er

„allein, sondern die ganze Atmosphäre, alles was zur Erde „gehört, auch der Stein der aus meiner Hand fällt; die Rich„tung seines Falls kann also durch die Bewegung der Erde „nicht geändert werden, weil er daran Theil nimt" (*). Man kann sich hievon sehr leicht überzeugen, wenn man oben vom Mast eines schnell segelnden Schifs einen Stein herab fallen läst, welcher nicht anders als wenn das Schif still läge, am Fuße des Mastes nieder fällt: denn da der Stein, so lange er in der Hand gehalten wird, nicht zurück bleibt, sondern dem Schiffe folgt, so ist auch ihm die Bewegung des Schiffes mitgetheilt, die er durch den Fall nicht verlieren kann. Ein Beobachter am Ufer sieht, daß der Stein nicht vertikal herab fällt, sondern eine gegen den Horizont schiefe Linie durchläuft, so daß der Fuß des Masts, weil das Schif nach eben der Richtung fort gesegelt ist, mit dem Stein zusammen trifft. Diese Antwort war vollkommen den Grundsätzen gemäß, worauf unsre ganze Mechanik gebaut ist. Allein die Fortschritte die man nun in der Mathematik machte, zeigten bald nachher, daß man hiebey einen Umstand übersehen hatte, und daß bey genauer Untersuchung gerade das Gegentheil von dem, was die Anti-Kopernikaner geglaubt hatten, daraus folgt, daß der Stein nicht an der westlichen Seite, aber auch nicht am Fuße selbst, sondern an der östlichen Seite nieder fallen muß. Nicht bloß die Körper auf der Oberfläche der Erde, jeder Punkt der Erde, es sey in ihrem Innern oder auf der Spitze der Berge, beschreibt mit ihr von Westen nach Osten einen Kreis; aber alle diese Kreise, die in derselben Zeit von 24 St. durchlaufen werden, sind von so verschiedener Größe wie ihre Halbmesser,

---

(*) *Copern. de revol. orb. coelest.* I. 8. „Cadentium duplicem esse „motum fateamur oportet, compositum ex recto et circulari. „Quandoquidem quae pondere suo deprimuntur, cum sint maxime terrea, non dubium, quin eandem servent partes naturam, „quam suum totum.

und je kleiner der Kreis ist, den ein Körper durch die tägliche Bewegung beschreibt, desto langsamer ist seine Bewegung. So bewegt sich offenbar ein Punkt im Innern der Erde, da er dem Mittelpunkt näher ist, langsamer als die Oberfläche, indeß die Gipfel der Berge sich schneller bewegen müssen, um ihre größere Bahn in eben der Zeit zu vollenden: so hat die Spitze eines Thurms eine schnellere tägliche Bewegung als der Fuß. Ein Stein der auf der Spitze des Thurms gehalten wird, dreht sich mit dieser Spitze um die Erd-Axe, und hat mit ihr dieselbe Bewegung gemein, die er während des Falls beybehält. Der Stein hat also eine schnellere Bewegung als der Fuß des Thurms, und wird während seines Falls einen grö-ßern Bogen nach Osten durchlaufen haben, als dieser: er wird also die Erdfläche auf der östlichen Seite vom Fuße des Thurms erreichen. Da sich gegen diese Theorie nichts einwenden läst, so kam es nur drauf an, durch Versuche die Natur selbst über die Rotation der Erde zu befragen. Schon Newton ließ solche Versuche anstellen, die aber nicht gelangen: denn man begreift leicht, mit welchen Schwierigkeiten diese Beobachtun-gen verbunden sind, und mit welcher Sorgfalt sie angestellt werden müssen. Der Fall der Körper ist so schnell, und die ganze Abweichung nach Osten so geringe, daß sie nur in sehr großen Höhen merklich werden kann. Der geringste Stoß den man dem Stein, indem man ihn fallen läst, nach einer Seite hin gibt, der kleinste Luftzug kann machen, daß er sogar an der westlichen Seite nieder fällt. Indeß hat man sich keine Mühe verdrießen lassen, alle diese Schwierigkeiten zu überwinden, und in den neuesten Zeiten sind diese Beobach-tungen mit so viel Sorgfalt und Genauigkeit widerholt, daß sie unwidersprechlich die östliche Abweichung fallender Kör-per, und dadurch die wirkliche Rotation der Erde beweisen.

Zweytes Kapitel.

Jährliche Bewegung der Erde.

Schicksale der Lehre von der Bewegung der Erde.

§. 72. Wenn man bedenkt, wie evident und natürlich die Gründe scheinen, durch welche im vorigen Kapitel die tägliche Bewegung der Erde bewiesen ist, so wird man es kaum begreifen können, daß die Menschen sich Jahrtausende mit der Sternkunde beschäftigen musten, ehr sie zur Erkenntniß dieser einleuchtenden Wahrheit gelangen konnten. Es ist freylich wahr, daß die stärksten dieser Gründe, die eigentlich physischen oder mathematischen, viele andre Kenntnisse voraus setzen, daß folglich eine gründliche oder mathematische Ueberzeugung nicht möglich war, ehr die Physik, Mechanik, und andre Wissenschaften zu der Vollkommenheit gebracht waren, die eine Frucht des 17ten Jahrhunderts ist; aber dennoch würde es unbegreiflich seyn, wenn die übrigen Gründe, die so allgemein verständlich, und wenn man so sagen darf, handgreiflich sind, nicht wenigstens diese Meinung als eine wahrscheinliche Hypothese in Umlauf gebracht hätten; und in der That ward der eigentliche Stifter oder Erneuerer dieses Systems, Kopernik, nur durch solche Gründe überzeugt, ohne einen der physischen Beweise zu kennen, die alle erst nach seiner Zeit entdeckt wurden. Der gröste Reitz dieser Lehre, der ihr auch bey solchen Eingang verschaffen muß, die ihre übrigen Vorzüge zu würdigen nicht im Stande sind, ist unstreitig das Einfache derselben, und die großen Wirkungen die durch so geringe Mittel hervor gebracht werden. Liebe zum Einfachen ist der Karakter der edelsten Menschen und der besten Köpfe. In keinem Zeitalter fehlte es sicher an Männern, die ihr Genius das schöne und einfache dieser Hypothese fühlen ließ, wenn ihre Kenntnisse gleich nicht zureichten, sie zu beweisen. Die griechischen Philosophen aus der Pythagoräischen oder Italiensch
Schule behaupteten mit deutlichen Worten die Bewegung der

Erde, die ihr großer Stifter nur in Bildern gelehrt hatte (*). Diese Schule theilte sich sogar in zwey Klassen, wovon die eine nur die tägliche Bewegung der Erde, die andre auch die jährliche annahm: von der erstern ist besonders Nicetas, von der andern Philolaus berühmt (Sph. S. 75. 76.). Beyde Meinungen werden von Ptolemäus umständlich widerlegt (**). Daß die alexandrinschen Griechen, daß Hipparch und Ptolemäus diese Pythagorische Lehre nicht verwarfen, sondern mit Stillschweigen übergehn, davon ist oben (Sph. S. 93.) der wahrscheinliche Grund angeführt. Ihre Nachfolger, die Araber, waren unerachtet ihres großen Fleißes, der unsern ganzen Dank verdient, bloße Nachbeter von Ptolemäus. Das Almagest stand bey ihnen in nicht geringerem Ansehen als der Koran, und eine Lehre die nicht aus dieser lautern Quelle floß, muste ihnen wie Ketzerey vorkommen. Auf die schöne Zeit der Araber folgte eine dunkle Barbarey, die fast den ganzen Erdkreis bedeckte. Aber bald nach der Widerherstellung der Wissenschaften brachte Kopernik (im Anfange des 16ten Jahrhunderts) diese Lehre aus den Schriften der Alten, in denen sie so viele Jahrhunderte wie in einem Brunnen verborgen gelegen hatte, von neuem an das Licht: und trotz der Hindernisse mit denen sie anfangs zu kämpfen hatte, ist ihr jetzt ein Thron errichtet, der nur mit der allgemeinen Kultur des Menschen-Geschlechts, und mit den Wissenschaften selbst, auf die er gegründet ist, fallen kann.

(*) Die älteste und deutlichste Stelle ist die wenig bemerkte, *Aristot. de Caelo* L. II. C. 8. „Die Philosophen in Italien, welche Pythagoräer genannt werden, behaupten, daß im Mittelpunkt „sich das Feuer" (die Sonne) „befinde, die Erde aber einer „der Sterne sey, und im Kreise um diesen Mittelpunkt umlaufe."

(**) *Almag.* I. 7.

Erklärung der Sonnenbahn durch eine Bewegung der Erde.

§. 73. So bald man durch die im vorigen Kapitel vorgetragenen Gründe von der Rotation der Erde überzeugt ist, wird man kein Bedenken tragen, auch die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne anzunehmen, vorausgesetzt, daß sich dadurch die scheinbare Bewegung der Sonne vollkommen erklären lasse: und hievon wird man sich leicht überzeugen. Die scheinbare jährliche Bahn der Sonne ist ein Kreis um die Erde, dessen Ebne (die Ekliptik) gegen die Ebne des Aequators unter einem gewissen Winkel geneigt ist, den man die Schiefe der Ekliptik nennt (Sph. §. 50. 51. 53. 54. 55.). Es ist offenbar, daß die Sonne eben diesen Kreis an der Sphäre zu durchlaufen scheinen wird, wenn die Erde in der Ebne der Ekliptik nach eben der Richtung um die ruhende Sonne läuft. Wenn in der Mitte eines großen Saals, an dessen Wänden die Sterne gezeichnet sind, ein Licht steht, und ich um dasselbe herum gehe, so werde ich es an der Wand von einem Sterne zum andern fort rücken sehen, eben so als wenn das Licht wirklich an der Wand herum getragen würde, und ich in der Mitte still stände. Man stelle sich eine feste gerade Linie vor, die beständig durch die Mittelpunkte der Sonne und der Erde geht, und an beyden Seiten bis an die Sphäre verlängert ist; man nenne die Mittelpunkte der Sonne und der Erde **S**, **T**, und die beyden Endpunkte der geraden Linie, wo sie die Sphäre oder die Gegend der Fixsterne trifft, **A** und **B**, wovon der erste auf der Seite der Sonne, der andre auf der Seite der Erde liegt, so daß die Lage und Größe der ganzen Linie durch die vier Punkte **ASTB** bestimmt wird. Nun mag diese Linie sich drehen wie man will, so ist offenbar, daß in jeder Lage ein Beobachter in **S** die Erde in der Richtung **STB**, einer in **T** aber die Sonne in der Richtung **TSA** sehen wird: der erstre wird also die Erde in den Punkt der Sphäre versetzen, auf den **B** trifft, der letztre aber die Sonne dahin, wo **A** die Sphäre trifft. Es ist eben so einleuchtend, daß die Bewegung der Linie, oder

vielmehr ihrer beyden Punkte A, B, an der Sphäre, worauf es hier eigentlich nur ankömmt, ganz die nämliche ist, die Linie mag sich um S oder um T drehen, Kopernik oder Ptolemäus mag Recht haben: in beyden Fällen sind also auch die geozentrischen Oerter der Sonne, die durch A bestimmt werden, einerley; um so mehr, da, wie wir bald sehen werden, die Entfernung der Sonne von der Erde ST gegen die Entfernung der Fixsterne gar kein merkliches Verhältniß hat, so daß hier in der That die beyden Punkte S, T, als in einen Punkt zusammen fallend angesehen werden können. Uebrigens mag sich die Linie drehn wie man will, so bleiben die Punkte A, B, oder die scheinbaren Oerter der Sonne und der Erde, immer in einer geraden Linie, sie sind sich also gerade entgegen gesetzt, oder an der Sphäre um 180° von einander entfernt. Wenn die Sonne durch den Aequator geht, so liegt die ganze Linie ST im Aequator, und die Erde erscheint der Sonne im entgegen gesetzten Aequinoktialpunkt. Je mehr sich aber die Linie STB über den Aequator nordlich erhebt, desto mehr sinkt das andre Ende SA südlich herab, und umgekehrt: die Erde scheint einem Beobachter in der Sonne eine eben so große nordliche Abweichung zu haben, als die geozentrische südliche Abweichung der Sonne beträgt; und umgekehrt.

Beweise a priori für die jährliche Bewegung der Erde.

§. 74. Da es nun ausgemacht ist, daß die tägliche Bewegung des Himmels nichts anders als eine Umdrehung der Erde ist, und daß alle Erscheinungen der jährlichen Bewegung der Sonne sich durch einen ähnlichen Umlauf der Erde um die Sonne vollständig erklären lassen, so ergeben sich für diese jährliche Bewegung der Erde von selbst mehrere Beweise, und zwar wie bey der täglichen sowol a priori als a posteriori. Von der letztern Klasse giebt es hier eigentlich nur einen, von der erstern aber desto mehr, die wir zur bessern Uebersicht unter Nummern bringen wollen. Diese Gründe bringen, wie man bemerken wird, an sich nur einen sehr hohen Grad von

Wahrscheinlichkeit hervor, geben aber völlige mathematische Gewißheit, so bald man die von Newton entdeckten Gesetze der Bewegung in Betracht zieht.

1) Wir werden in der Folge sehen, daß die Sonne fast anderthalb Millionen mal so groß ist als die Erde, und daß ihre Masse den Stoff, aus dem alle Planeten gebildet sind, beynahe tausendmal übertrifft. Kann hier noch eine Frage seyn, welcher von beyden Körpern um den andern laufe, der kleinere um den größern, oder umgekehrt, da beyde Hypothesen, wie eben bewiesen ist, den Beobachtungen Genüge thun? Die Wahrscheinlichkeit der Bewegung der Erde ist hier wie anderthalb Millionen zu Eins, und sie wird durch die Lehren der Mechanik, die sich auf die ewigen Gesetze der Natur gründen, zur Gewißheit. Ein Körper **B** der um einen andern **A** läuft, muß von ihm angezogen werden, weil er sonst nach der Tangente seiner krummen Bahn davon fliegen würde. Die Wirkung von **A** läßt sich aber nicht ohne eine Gegenwirkung des Körpers **B** denken, woraus ein ähnlicher Umlauf des Körpers **A** um **B** entsteht. Die wahre Bewegung ist also zusammen gesetzt aus den Umläufen beyder Körper um einen zwischen ihnen liegenden Punkt, den man ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt nennt; und dieser Punkt liegt so viel näher an **A** als an **B**, als die Masse des erstern die des letztern übertrifft: um eben so viel wird also auch die Bewegung des erstern Körpers geringer seyn als des letztern. In der That also ist es physisch eben so unmöglich, daß die Erde um die ruhende Sonne, als daß diese um jene laufe. So bald man überhaupt vom Umlaufe der einen oder der andern überzeugt ist — und davon überzeugt uns die jährliche Bewegung der Sonne — so folgt nothwendig, daß nicht einer, sondern beyde um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt laufen. Dieser Punkt fällt aber, wegen des ungeheuren Unterschieds beyder Massen, in den Sonnenkörper, und zwar ganz nahe bey seinem Mittelpunkt, so daß die jährliche Bewegung der Sonne eigentlich

nur eine Rotation um einen Punkt iſt, der von ihrem Mittelpunkt unmerklich abweicht, indeß die Erde einen wahren Umlauf um einen Punkt macht, der mit dem Mittelpunkt der Sonne faſt zuſammen fällt.

2) Da die tägliche Bewegung beweiſt, daß die Erde einen Stoß erhalten hat, der ihr die Rotation um eine Axe mittheilte (§. 65.), ſo iſt es mehr als wahrſcheinlich, daß ihr derſelbe Stoß auch die jährliche Bewegung mitgetheilt hat. Die Erfahrung zeigt, wie ſchwer es uns iſt, uns ſelbſt oder irgend einen Körper um eine Axe zu drehen, ohne ihn zugleich aus ſeiner Stelle zu verrücken; und die Geſetze der Mechanik beweiſen die völlige Unmöglichkeit, wofern der Körper nicht feſt gehalten wird. Es iſt nicht unmöglich, daß ein Körper einen Stoß erhalte, der ihm bloß eine fortſchreitende Bewegung mittheilt, ohne ihn umzudrehen, wiewol es höchſt unwahrſcheinlich iſt, weil die Richtung des Stoßes genau durch den Mittelpunkt gehen müſte; allein es iſt ganz unmöglich, daß das letztre ohne das erſtre ſtatt finde. Derſelbe Stoß der die Erde um ihre Axe drehte, ſtieß ſie zugleich nach dieſer Richtung fort, und gab ihr eine progreſſive Bewegung, die ſie ewig beybehält, und die durch die Anziehung der Sonne in einen Kreislauf verwandelt wird. Die jährliche Bewegung der Erde iſt alſo eine nothwendige Folge der täglichen.

3) Nicht allein die ungeheure Größe der Sonne, ſondern auch die weſentlichen Eigenſchaften, wodurch ſie ſich von allen übrigen Körpern dieſes Syſtems unterſcheidet, machen es höchſt wahrſcheinlich, daß ſie der Mittelpunkt der Bahnen der Erde und aller Planeten ſey. Sie iſt die Urqvelle, aus der Licht und Wärme ausſtrömt und ſich über alle Planeten verbreitet. Iſt es nun nicht natürlicher anzunehmen, daß alle Planeten um dieſen Zentral-Körper laufen, um ſich an ſeinen Stralen gleichförmig zu erwärmen und zu erleuchten, als daß die Qvelle der Wärme und des Lichts, nebſt dem gröſten Theil der dunklen Körper, um einen dieſer dunklen Körper laufe, der noch dazu

einer der kleinsten ist? Ist es nicht vernünftig, die Quelle, aus der Millionen Weltkörper von denen wir die wenigsten kennen, Wärme und Licht, Leben und Empfindung schöpfen, im Mittelpunkt des von ihr belebten Systems anzunehmen?

4) Daß die Sonne, und nicht die Erde, der Mittelpunkt von den Bahnen aller übrigen Planeten sey, ist durch die Beobachtungen unmittelbar und so unwidersprechlich bewiesen, daß nicht allein Tycho, dieser große Gegner des Kopernikanischen Systems, es einräumen muste, sondern daß diese Wahrheit zum Theil schon den Alten unter dem Namen des Egyptischen Systems bekannt war. Welchen Grund haben wir nun, die wir einen der kleinsten aller Planeten bewohnen, ihn von der Bewegung aller übrigen auszunehmen, das ganze Sonnen-System um uns laufen zu lassen, und uns einen Vorzug anzumaßen, auf den fast alle andern Planeten größere Ansprüche haben, Jupiter, Saturn, Uranus, wegen ihrer größern Masse, Venus und Merkur wegen ihrer geringern Entfernung vom Mittelpunkt des Systems!

5) Eines der berühmten drey Keplerschen Gesetze, die Newton nachher aus den Grundsätzen der Mechanik als eine nothwendige Folge herleitete, ist dieses. Zwischen den Entfernungen der Planeten von der Sonne und ihren Umlaufs-Zeiten findet ein allgemeines Verhältniß statt, das wir unten lernen werden. Berechnet man nun nach diesem Verhältniß, für die bekannte Entfernung der Erde von der Sonne, ihre Umlaufs-Zeit, so findet man genau die Länge des Jahres. Dies beweist offenbar, daß die Erde mit in die Reihe der um die Sonne laufenden Planeten gehört, und ein nothwendiges Glied dieser Kette ist; oder man müste gegen alle Vernunft annehmen, daß dieses allgemeine physische Gesetz, welches sich von der Sonne disseits und jenseits der Erde bis an die äußersten Gränzen des Sonnen-Systems ausdehnt, in der Entfernung der Erde plötzlich aufhörte, um durch ein neues unbekanntes Gesetz, ein Werk unsrer Phantasie ersetzt zu werden,

dem zufolge Sonne und Mond um die Erde laufen, daß es aber in größerer Entfernung eben so plötzlich wider in seiner ganzen Kraft wirksam wäre: man müste annehmen, daß ein Natur-Gesetz zugleich allgemein und nicht allgemein sey.

6) Nachdem Newton aus den astronomischen Beobachtungen und den Entdeckungen Keplers bewiesen hatte, daß die Sonne der Sitz oder Mittelpunkt einer anziehenden Kraft sey, die zwar nach einem bestimmten Gesetz in größrer Ferne abnimt, aber doch noch in ungeheuren Entfernungen, womit die der Erde von der Sonne nicht zu vergleichen ist, so stark wirkt, daß sie die fernsten Planeten und Kometen in ihren Bahnen hält; so folgte nothwendig, daß auch die Erde, die mitten in diesem Wirkungskreise liegt, dieser allmächtigen Kraft gehorchen müsse, und daß sie mit unaufhaltsamer Gewalt in die Sonne, von der sie gleich allen Planeten angezogen wird, stürzen würde, wenn sie nicht gleich jenen, einen Kreis um die Sonne beschriebe, woraus eine Schwungkraft entsteht (§. 67.), die jener Anziehung das Gleichgewicht hält.

Unmerklichkeit der jährlichen Bewegung der Erde.

§. 75. Diese Beweise sind so stark und einleuchtend, daß es nicht nöthig wäre, sich auf die zum Theil lächerlichen Einwürfe dagegen einzulassen, wenn nicht einer derselben zu einem der stärksten Beweise für die jährliche Bewegung der Erde, und zugleich zu einer der wichtigsten und schönsten Entdeckungen, die je in der Sternkunde gemacht sind, Anlaß gegeben hätte. Dieser Einwurf war der nämliche, der schon gegen die tägliche Bewegung gemacht ward (§. 66.), daß diese Bewegung bloß in unsrer Einbildung existire, weil keiner unsrer Sinne, weder Auge noch Gefühl etwas davon empfinde; und er läst sich fast mit eben den Worten widerlegen. Dem Gefühl kann eine Bewegung nur durch den Widerstand fremder Körper, wie die Luft, oder durch die unsanfte Art womit sie geschieht, merklich werden; beydes aber fällt hier weg, da die Luft selbst sich mit uns bewegt, da die Bewegung im leeren Raum, und nicht ruck- oder stoßweise geschieht. Selbst

der Aeronaut fühlt die sanfte Bewegung des Luftballs kaum, trotz des Widerstands der Luft. Was das Auge betrifft, so muß man bedenken, daß wegen der großen Entfernung der Gegenstände, an denen wir unsre eigne Bewegung bemerken könnten, ein wesentlicher Unterschied zwischen der täglichen und der jährlichen Bewegung statt findet. Wenn ich mich in der Mitte einer weit ausgedehnten Ebne befinde, auf der sich nur am äußersten Horizont merkliche Gegenstände zeigen, so darf ich mich nur umdrehen, um jene Körper im Kreise um mich laufen zu sehn, wie es bey der täglichen Bewegung der Erde der Fall ist; allein ich kann meinen Standpunkt um viele Schritte ändern, ohne daß ich an jenen Gegenständen eine Bewegung oder Verrückung bemerke: die jährliche Bahn um die Sonne kann einen sehr großen Durchmesser haben, und doch an den viel weiter entfernten Fixsternen nicht bemerkt werden. Freylich wird man erstaunen, wenn man hört, daß dieser Durchmesser nicht weniger als 40 Millionen Meilen beträgt; aber was ist dies gegen die Kometen-Bahnen, was wird es also gegen die Entfernung der Sterne seyn? Ein Schritt in das Universum, ein Tropfen im Ozean, ein Punkt in der Peripherie eines unermeßlichen Kreises. So widerlegte schon Aristarch diesen Einwurf, so beantwortete ihn 2000 Jahre später Kopernik (*), und so antworten nach 300 Jahren die genauesten Beobachtungen unsrer Zeit. Daß endlich die jährliche Bewegung der Erde nicht solche physische Wirkungen haben könne, wie die Abplattung der Erde, die Aenderung der Schwere, &c. die man an der täglichen Bewegung wahrgenommen hat, davon wird man sich leicht überzeugen,

---

(*) *Copern. de revol. orb. coelest.* I. 10. pag. 10. „Quod autem ni-
„hil eorum apparet in fixis, immensam illarum arguit celsitudi-
„dinem, quae faciat etiam annui motus orbem sive ejus imagi-
„nem ab oculis evanescere. Quoniam omne visibile longitudinem
„distantiae habet aliquam, ultra quam non amplius spectatur.“

wenn man den wesentlichen Unterschied bedenkt, der zwischen beyden Bewegungen statt findet. Bey der täglichen hat jeder Punkt auf der Oberfläche und im Innern der Erde eine eigene Bewegung, die von der der übrigen verschieden ist; und es ist begreiflich, daß hieraus ein Druck der Theile auf einander, eine Art von Zerrüttung entstehen muß. Die jährliche Bewegung aber besteht in einem parallelen Fortrücken aller Theile des Erdkörpers mit gleicher Geschwindigkeit, wobey kein Theil dem andern hinderlich ist, woraus also auch keine physische Wirkungen auf der Erde entstehn können.

Jährliche Parallaxe der Fixsterne.

§. 76. Man muß gestehn, daß jene Antwort, so richtig sie ist, von Aristarch und Kopernik nur auf's gerade wol gegeben ward: es war ein Gedanke der ihrem Genie Ehre macht, zu dem sie aber durch keine Beobachtungen berechtigt waren. Allein es würde unter der Würde einer mathematischen Wissenschaft, und ganz wider den Geist, womit die Sternkunde von je her behandelt war, gewesen seyn, wenn man sich mit dieser Vermuthung befriedigt hätte, ohne sie durch Beobachtungen bestätigt zu haben. Freylich war es offenbar, daß hieraus in keinem Fall etwas gegen die Bewegung der Erde geschlossen werden konnte: bemerkt man nämlich diese Bewegung an den Sternen nicht, so ist dies bloß ein Beweis von ihrer großen Entfernung; ist sie aber merklich, so giebt sie einen direkten Beweis für die Bewegung der Erde. Dieser letztre Umstand war also ein Grund mehr, daß die Astronomen die sorgfältigsten Beobachtungen hierüber anstellten, um daraus vielleicht einen solchen direkten Beweis herzuleiten. Es leidet keinen Zweifel, daß, wenn die Erde um die Sonne läuft, die Gesichtslinien, die aus den verschiedenen Punkten ihrer Bahn nach irgend einem Stern gezogen werden, immer auf andre Punkte der Sphäre treffen müssen. Wenn man durch einen Stern eine nach beyden Seiten ins unendliche verlängerte gerade Linie zieht, die sich um den Stern als einen festen Punkt so dreht, daß ihr eines Ende beständig der

Erde auf ihrer Bahn folgt, mithin einen Kreis um die Sonne beschreibt, so ist offenbar, daß das entgegen gesetzte Ende einen ähnlichen Kreis an der Sphäre beschreiben muß: und da unser Auge den Stern immer in der Richtung dieser Linie sieht, oder ihn an den Ort der Sphäre versetzt, wo jene Linie hin trifft, so wird uns der Stern einen Kreis an der Sphäre zu beschreiben scheinen, der uns unter eben dem Winkel wie die Erdbahn einem Auge im Stern erscheint, folglich desto kleiner, je entfernter der Stern von uns ist. Diese scheinbare Bewegung oder Verrückung der Sterne, die aus der jährlichen Aendrung des Standpunkts entsteht, aus dem sie auf der Erde gesehen werden, heist ihre jährliche Parallaxe (§. 26.).

Beweis für die Bewegung der Erde a posteriori.

§. 77. Gegen die Mitte des 18ten Jahrhunderts beschäftigte sich Bradley besonders mit diesen Beobachtungen, die er an einem Stern anstellte, der durch das Zenit seines Ortes ging. Ein sehr großer vertikal befestigter Sektor zeigte die geringste Aendrung in der Lage des Sterns, oder in seiner Entfernung vom Zenit, indem er durch den Meridian ging. Bradley fand bald, daß der Stern seinen Ort änderte: er setzte seine Beobachtungen viele Jahre fort, und überzeugte sich vollkommen, daß der Stern sich während 6 Monate vom Zenit entfernte, und während der andern Hälfte des Jahrs wider näherte, daß der scheinbare Ort des Sterns einen Kreis von 40″ im Durchmesser beschrieb, und daß diese ganze Bewegung sich genau nach den Jahrszeiten richtete, so daß der Stern in jedem Jahr an demselben Tage dieselbe Stelle wider einnahm. Diese Beobachtungen sind seitdem an unzähligen Sternen gemacht worden, und alle haben dasselbe Resultat gegeben: jeder Stern beschreibt genau in der Zeit eines Jahrs an der Sphäre einen Kreis, oder vielmehr eine krumme Linie, deren gröster Durchmesser 40″ beträgt, und die vom Kreise desto mehr abweicht, je schiefer des Sterns Lage gegen die Erdbahn ist, genau nach den Gesetzen der Perspektive. Bradley bemerkte freylich bald, daß diese Bewegung nicht der

Theorie der Parallaxen gemäß erfolgte, woraus er mit Recht schloß, daß die Fixsterne eine so ungeheure Entfernung von uns haben, daß ihre jährliche Parallaxe unmerklich ist, und daß irgend eine andre noch unbekannte physische Wirkung die Ursache dieser Bewegung seyn müsse. Was aber auch ihre Ursache seyn mag, so ist die Bewegung offenbar nur scheinbar, also Folge einer Bewegung des Auges: denn sie ist allen Sternen ohne Unterschied gemein, und doch wider bey jedem Stern, nach seiner Lage gegen die Erdbahn verschieden. Sie beweist ferner eine jährliche Bewegung des Auges oder der Erde, weil sie sich bey jedem Stern genau nach der Jahrszeit richtet. — Diese Entdeckung Bradley's ist also, ohne daß wir ihre physische Ursache zu erforschen brauchen, ein direkter Beweis für die jährliche Bewegung der Erde, oder sie enthält vielmehr so unzählige Beweise, als es Sterne am Himmel gibt. Jeder Stern beschreibt an der Sphäre einen Kreis, der nichts anders ist, als eine perspektivische Miniatur-Zeichnung unsrer Bahn um die Sonne. — Aber was kann dann die Ursache dieser jährlichen Bewegung der Fixsterne seyn, wenn es nicht die Parallaxe ist? Die Auflösung dieses Räthsels gehört in das Kapitel von den Fixsternen, wo zugleich gezeigt werden wird, daß diese Bewegung eine unmittelbare, nicht bloß optische sondern physische Folge von der jährlichen Bewegung der Erde ist.

§. 78. Wahrscheinlich hat sich bey dieser Gelegenheit mehreren unsrer Leser noch ein andrer Einwurf aufgedrungen. Was wir von der großen Entfernung der Fixsterne gesagt haben, läst sich nicht auf die Planeten anwenden, und man kann natürlich erwarten, daß sich wenigstens an ihnen die jährliche Bewegung der Erde zeigen müsse. In der That thut sie dies auch auf eine sehr auffallende Art. Die sonderbaren scheinbaren Bewegungen der Planeten, die aus der Bewegung der Erde entstehen, ihr Stillstand, ihr Zurückgehn, ꝛc. zeigen uns unsre eigene Bewegung auf das deutlichste, und waren es eigentlich Andre Beweise.

allein, woraus Kopernik sie bewies. Alle jene Erscheinungen lassen sich freylich auch durch eine Bewegung der Sonne um die Erde erklären, aber bey weitem nicht so natürlich, wie wir unten sehen werden. Ueberhaupt hat diese Erklärung an sich so etwas schönes und einfaches (§. 72.), daß dies allein jeden, der Gefühl für das Schöne hat, von ihrer Wahrheit überzeugen muß. In der That, was kann der weisen Sparsamkeit der Natur, die durch die einfachsten Mittel die grösten Absichten erreicht, angemessener seyn, als diese Erklärung? Unsre Erdkugel erhielt einst einen Stoß, der sie nach irgend einer Seite schleuderte, und da sie durch die Anziehung der Sonne zurück gehalten ward, sie nöthigte, ewig eine Kreisbahn um diesen Zentral-Körper zu beschreiben. Da der Stoß nicht genau durch den Mittelpunkt der Erde ging, so muste er ihr zugleich eine Rotation um eine Axe mittheilen. Dieser einzige Stoß erklärt also die tägliche und die jährliche Bewegung der Erde. Alle die malerischen Szenen der Tages- und Jahres-Zeiten, der mannigfaltige Wechsel von Licht, Farben und Schatten, von Wärme und Kälte, der unendliche Reichthum, den die Tiefen des Meers und die Klüfte der Erde, oder lachende Felder und blühende Bäume uns darbieten, alles dies ist die einfache und nothwendige Folge jenes Stoßes.

Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn.

§. 79. Den meisten Lesern dieses Werks wird es ohne Zweifel angenehm seyn, wenn wir, ehr wir diese Materie ganz verlassen, noch einige allgemeine Bemerkungen über die Bewegung der Erde machen, die besonders die Frage betreffen, wie groß die Bahn sey, die wir jährlich um die Sonne beschreiben, und die Geschwindigkeit womit wir sie durchlaufen. Beyde mögen noch so groß seyn, so ist offenbar, daß daraus kein Einwurf gegen die Bewegung der Erde gemacht werden kann: denn wolte man die Erde in Ruhe lassen, so müste dieselbe Bewegung der ohne Vergleich größern Sonne beygelegt werden. Es ist oben bereits vorläufig gesagt (§. 33.), daß die Sonnen-Parallaxe 8″,8 beträgt. Hieraus folgt, wie

wir unten sehen werden, daß die Sonne um mehr als 23464 Erd-Halbmesser, deren jeder 859⅔ geographische Meilen enthält (§. 53.), also um mehr als 20 Millionen Meilen von der Erde entfernt ist. Dies ist also der Halbmesser eines Kreises, dessen Peripherie die Erde in einem Jahr oder in 365¼ Tagen durchläuft, und diese Peripherie beträgt nach der Natur des Kreises 127 Millionen Meilen, von welchen die Erde an jedem Tage 346886, in jeder Stunde 14454, in jeder Minute 241, und in jeder Sekunde 4 Meilen oder 92166 Fuß zurücklegt. Diese Geschwindigkeit ist 28 mal so groß als die des Monds, und nur etwas über halb so groß als die des Merkurs. Die Kraft des Pulvers, eine der stärksten die wir kennen, würde mehr als 60 Jahre brauchen, um eine Kanonen-Kugel durch diesen Weg zu treiben; das schnellste Schif würde ihn kaum in 4000 Jahren durchsegeln: indeß die anziehende Kraft der Sonne, und der Stoß den die Erde einst erhalten hat, hinlänglich ist, den Erdboden mit allen darauf befindlichen Armeen und ihrer Artillerie, mit allen Meeren und ihren Flotten, mit allen Städten und ihren Pallästen, mit allen Ländern und ihren Bewohnern, in einem Jahr durch diesen Raum zu schleudern.

Drittes Kapitel.

Bewegung der Fixsterne.

Uebergang vom Sonnen-System zu den Fixsternen.

§. 80. Die Kenntniß die wir jetzt von der doppelten Bewegung der Erde, der täglichen um ihre Axe und der jährlichen um die Sonne, erlangt haben, ist hinlänglich, eine Menge von kleinen Bewegungen die man an den Sternen bemerkt, und die einen so wichtigen Theil besonders der neuern Sternkunde ausmachen, vollständig zu erklären. Es wird daher hier

der beste Ort dazu seyn, worauf wir dann zur vollständigen Betrachtung des wahren Weltsystems zurück kehren werden. Ehr wir aber den großen Schritt vom Sonnen-System zum Stern-Himmel, diesen Sprung in das Unermeßliche thun, ist es natürlich, die Größe dieses Schritts, so genau wie es in unsern Kräften steht, zu untersuchen, und uns nicht mit geschlossenen Augen in die Unendlichkeit zu stürzen. Als Kopernik den Einwurf, daß die Bewegung der Erde an den Sternen nicht bemerkt werde, dadurch beantwortete, daß sie gegen die Entfernung der Sterne gar kein merkliches Verhältniß habe (§. 75.), hätte er mit eben dem Recht antworten können, die aus der Bewegung der Erde entstehende Verrückung der Sterne könne sehr beträchtlich, und doch bey dem damaligen unvollkommenen Zustande der astronomischen Werkzeuge, unmerklich seyn; und er würde dadurch einem andern Einwurf ausgewichen seyn, den besonders Tycho aus der unnützen Verschwendung des ungeheuren leeren Raums zwischen den Gränzen unsers Sonnen-Systems und den nächsten Fixsternen her nahm. Schon in der sphärischen Astronomie, und besonders bey der Lehre von der Parallaxe, ist bemerkt, wie vortheilhaft es für die Sternkunde sey, daß die Sterne so entfernt sind, daß die ganze Erde wie ein Punkt angesehn werden kann, so daß sie bey der Aufnahme des Plans von den planetarischen Bewegungen zu unbeweglichen Gränzsteinen dienen können. Aber werden sie das auch noch können, wenn von der jährlichen Bewegung der Erde die Rede ist? Ist ihre Entfernung wirklich so ungeheuer, daß eine Linie von 40 Millionen Meilen dagegen in einen Punkt zusammen schrumpft? Sieht der Stern-Himmel von einem Endpunkt dieser Linie genau so aus, wie vom andern? Gibt es wirklich bis zum nächsten Fixstern einen so unermeßlichen leeren Raum, und was kann der Zweck davon seyn? Alle diese Fragen lassen sich, wie man sich erinnern wird, nur durch die Untersuchung über die jährliche Parallaxe der Fixsterne beantworten, die uns also zuerst beschäftigen muß.

Verrückung der Sterne durch die Parallaxe.

§. 81. Um diese Untersuchung so einfach und leicht als möglich zu machen, wollen wir nur eins von den Elementen betrachten, wodurch die Lage der Sterne bestimmt wird, und zwar ihre senkrechte Entfernung oder Erhebung über der Ekliptik, ihre Breite (Sph. §. 56.): wir wollen ferner ganz von der täglichen Bewegung der Erde abstrahiren, weil die hiezu dienenden Beobachtungen nur im Meridian gemacht werden, folglich die Erde jedes mal dieselbe Lage hat, als wenn sie sich gar nicht um eine Axe drehte. Nun muß man sich erinnern, daß die Lage der Sterne gegen den Pol durch ihre Höhe oder Entfernung vom Zenit bestimmt wird (Sph. §. 42.), woraus dann durch trigonometrische Rechnung auch ihre Breite hergeleitet wird (Sph. §. 58.). Es sey nun (14. Fig.) TAEB die jährliche Bahn der Erde um die Sonne S, und F ein Stern nordlich über dieser Ebne die die Ekliptik heist, von dem man sich FG senkrecht auf die Ekliptik denke; so ist der Winkel FTG die Breite des Sterns, wie sie der Erde in T erscheint, FEG aber die scheinbare Breite, wenn die Erde in E ist. Letztre ist offenbar grösser als die erste, und zwar um den Winkel TFE, welcher eben die jährliche Parallaxe des Sterns F heist: denn da der Durchmesser TE so angenommen wird, daß EG seine Verlängrung ist, so ist im Dreyeck TFE der äußere Winkel FEG der Summe der beyden Winkel FTE + TFE gleich, welches eine allgemeine Eigenschaft aller Dreyecke ist (Sph. §. 15. n. 7.). Man sieht auch leicht, daß in jedem andern Punkt der Erdbahn A oder B, die scheinbare Breite des Sterns zwischen jene beyden Gränzen fällt, so daß FEG die gröste, und FTG die kleinste Breite ist, die der Stern im Laufe des Jahrs zu haben scheint, daß folglich die scheinbare Breite von T durch A bis E zu, und von E durch B, T, wider abnimt. Damit man in dieser wichtigen Sache vollkommen klar sehe, wollen wir noch mit wenigen Worten zeigen, wie dies mit der gewöhnlichen Art die Sterne zu beobachten zu-

14. Figur.

sammen hängt. Wenn die kleinen Kreise um T, E, die Erdkugel, und Pp, Qq, die Lage der Axe vorstellen, die sich nach allen Beobachtungen immer parallel bleibt; wenn ferner z der Beobachtungs-Ort ist, durch dessen Zenit oder Vertikal-Linie TzF der Stern in T ging: so wird auch in E die Lage des Zenits EZ mit TzF parallel seyn, weil sich die Polhöhe des Orts, oder die Winkel PTz, QEZ, nicht ändern. Man sieht also, daß der Stern der in T durch das Zenit ging, sich von T bis E dem Pol nähert, und zwischen dem Zenit Z und dem Pol Q in EF durch den Meridian geht, so daß seine nordliche Abweichung und Breite zunimt. Als die Erde in T stand, schien der Ort des Sterns F oder G in der Ekliptik mit der Sonne S nach derselben Gegend TSG zu liegen, oder die Längen des Sterns und der Sonne waren gleich; in E aber waren ihre Längen EG und ES gerade entgegen gesetzt oder um 180° verschieden: erstres nennt man die Konjunktion des Sterns mit der Sonne (☌), letztres seine Opposition (☍). In A und B ist der Unterschied zwischen den Längen des Sterns und der Sonne = 90°: man nennt es die Qvadraturen, und zwar diejenige A die auf die ☌ folgt, die erste, die andre B die auf die ☍ folgt, die letzte Qvadratur. Aus der Theorie der Parallaxen folgt also, daß die scheinbare Breite des Sterns in der ☌ am kleinsten, in der ☍ am grösten ist, und in den Qvadraturen einen mittleren Werth hat, daß sie von der ☌ bis zur ☍ zu, im andern halben Jahr aber abnimt. Man wählt zu diesen Beobachtungen am besten solche Sterne, die durch das Zenit gehn, weil dann die Stralenbrechung keinen Einfluß darauf hat.

Entfernung der Fixsterne.

§. 82. Bradley stellte zuerst diese Beobachtungen mit dem Stern γ im Drachen an, der fast genau durch das Zenit von London geht. Nachher wurden sie an vielen Sternen gemacht, und alle gaben ohne Ausnahme das Resultat, daß zwar jeder Stern eine jährliche Bewegung hat, die aber

ganz andern Gesetzen folgt, als die Parallaxe; daß zwar auch der scheinbare Ort der Sterne sich nach den vier Qvadranten seiner Lage gegen die Sonne ändert, aber in einer andern Ordnung; daß die kleinste Breite nicht in die ☌ sondern in die erste Qvadratur, und die grösste nicht in die ☍ sondern die letzte Qvadratur fällt; daß endlich in der ☌ und ☍ die Sterne eine mittlere Breite haben: so daß alle Erscheinungen sich um einen Qvadranten oder 3 Monate später ereignen, als es durch die Parallaxe geschehen müste. Bradley bemerkte ferner, daß die Länge der Sterne ähnlichen Aendrungen unterworfen war, und zwar daß sie in der ☌ am meisten ab, in der ☍ am meisten zugenommen hatte; daß also vermöge dieser Aendrung in Länge und Breite, jeder Stern am Himmel jährlich eine Ellipse zu beschreiben scheint, die desto mehr vom Kreise abweicht oder desto länglichter ist, je kleiner die Breite des Sterns ist, daß aber der gröste Durchmesser dieser Ellipse bey allen Sternen = 40″ ist.

Diese mit der grösten Sorgfalt viele Jahre durch fortgesetzten Beobachtungen beweisen unwidersprechlich, daß die jährliche Parallaxe der Fixsterne, wo nicht ganz, doch wenigstens für die Bradleyschen Beobachtungen unmerklich ist; und dieser große Astronom schloß daraus, daß sie kleiner als 1″ sey, weil er sie sonst bemerkt haben würde. Es ist wahr, daß diese Beobachtungen mit der äußersten Sorgfalt und den vollkommensten Instrumenten gemacht sind, und daß Bradley die übrigen kleinen Bewegungen der Sterne wirklich mit einer Genauigkeit von 1″ beobachtet hat. Wollte man gleich annehmen, daß doch wol ein größrer Fehler begangen seyn könne, daß vielleicht gerade die beobachteten Sterne nicht die nächsten sind, ꝛc. so werden diese Einwendungen doch durch die große Menge der beobachteten Sterne gehoben, und man kann wenigstens mit vollkommener Sicherheit annehmen, daß die jährliche Parallaxe der nächsten Sterne kleiner als 2″ sey, woraus zugleich ihre Entfernung von der Erde folgt. Wir haben oben

gesehn (§. 35.), daß die Entfernung eines Weltkörpers (r) dem Qvotienten gleich ist, der heraus kömmt, wenn die Linie (a) die zur Basis der Parallaxe dient (welches hier der Durchmesser der Erdbahn ist), durch den Sinus der Parallaxe (sin H) dividirt wird $\left(r = \frac{a}{sin\,H}\right)$. Nun ist $\frac{1}{sin\,2''} = 103132$, folglich der nächste Fixstern mehr als 100000 Durchmesser der Erdbahn von uns entfernt, d. i. mehr als 4 Billionen Meilen, nach Bradley sogar das doppelte. Da der fernste aller bisher bekannten Planeten kaum 10 solcher Durchmesser von der Sonne entfernt ist, die gegen jene 100000 ganz verschwinden, so scheint hier wirklich eine ungeheure Kluft ohne Ursache verschwendet zu seyn. Zwar laufen Millionen Kometen um unsre Sonne, und zwar in so großen Kreisen, daß die Planeten-Bahnen nicht damit verglichen werden können: man hat schon Kometen berechnet, die der Sonne sehr nahe kamen, und sich doch um 160 Halbmesser der Erdbahn von ihr entfernten; und vielleicht läst sich die Entfernung derjenigen, die der Sonne nie nahe genug kommen, um uns sichtbar zu werden, mehr als zweymal so groß annehmen. Allein was sind diese 400 Halbmesser gegen jene Entfernung! es bleibt immer ein leerer Raum von wenigstens 200000 Halbmessern der Erdbahn. Daß dies keine unnütze Verschwendung sey, läst die weise Sparsamkeit der Natur im großen wie im kleinen vermuthen, und es waren allerdings Ursachen von der grösten Wichtigkeit, die diesen großen Zwischenraum nöthig machten, von dessen Größe man sich indeß richtige Begriffe machen muß. Es fällt in die Augen, daß hier wo von einem Sonnen-System zum andern gemessen wird, nicht die Erdbahn, sondern die Größe des ganzen Sonnen-Systems, die vielleicht 400 Halbmesser der Erdbahn beträgt, zum Maasstabe dienen muß. Wenn man also 100000 durch 400 dividirt, so findet man, daß der leere Raum, der jede Sonne umgibt und von der andern trennt, nur 250 solche Einheiten enthält. Wir werden in der Folge

sehn, daß die Attraktion eine algemeine Eigenschaft aller Materie ist, und daß dadurch die fernsten Planeten merkliche Störungen in der Erdbahn anrichten. Hier also, wo nicht ein Planet auf den andern, wo die Massen ganzer Sonnen-Systeme mit ihren Millionen Planeten und Kometen auf einander wirken, begreift man wol, daß ein in eben dem Verhältniß größerer Zwischenraum, als zwischen Planeten und Kometen, nöthig war, wenn jedes System noch ein für sich bestehendes Ganze ausmachen, und seine Bewegung ohne gänzliche Zerrüttung verrichten sollte.

Ihre Größe.

§. 83. Wenn man die Entfernung eines Weltkörpers kennt, so darf man nur seine scheinbare Größe (den Winkel unter dem er dem Auge erscheint) messen, um seine wahre Größe zu bestimmen. Wenn (15. Fig.) S T der Durchmesser eines Sterns ist, der dem Auge in C unter dem Winkel S C T = ω erscheint, so hat man in diesem Dreyeck, durch die bekannte Entfernung C S = C T = r, drey Stücke, woraus sich der Durchmesser S T = a berechnen läst. Bey so kleinen Winkeln, wie die scheinbaren Größen der Weltkörper sind, kann man S T wie einen Kreisbogen ansehn, der mit dem Halbmesser r beschrieben ist: man findet also a in Theilen von r oder im Verhältniß zu r, wenn man den Winkel ω in Theilen des Halbmessers ausgedrückt, in den mathematischen Tafeln aufsucht. Allein die Messung der scheinbaren Größe der Fixsterne, oder des Winkels ω, hat unüberwindliche Schwierigkeiten. Das funkelnde Licht das unser Auge sieht, ist nicht der Kern, nicht der Körper selbst des Sterns, sondern der nach allen Seiten überfließende Schimmer, welcher alle stark leuchtenden Punkte umgibt. Je stärkere Vergrößungen man anwendet, desto kleiner erscheinen die Sterne, und es ist wahrscheinlich, daß kein Fernrohr die gehörige Vollkommenheit hat, um uns den Kern selbst ohne den ihn umgebenden Nimbus deutlich zu zeigen. Dies wird durch die häufigen Bedeckungen der Sterne vom Monde vollkommen bestätigt. Da der Mond

15. Figur.

in 1 Sekunde ungefähr $\frac{1}{2}''$ im Raum durchläuft, so müste er 2 Sekunden anwenden, um den Durchmesser des Sterns, wenn er auch nur 1″ betrüge, zu bedecken; allein der Ein- und Austrit der Sterne dauert nicht eine, nicht eine halbe Sekunde, sondern ist die Sache eines Augenblicks, so daß ihr Durchmesser ganz unmerklich ist (Sph. §. 79.). Zwar will H. Herschel den Durchmesser des hellen Sterns in der Leyer gemessen und $= \frac{1}{3}''$ gefunden haben, andre Sterne sogar noch größer; allein man sieht leicht, wie unzuverlässig solche Messungen sind. Wolte man indessen $\omega = \frac{1}{3}''$ annehmen, welches in Theilen des Halbmessers $= 0{,}000001616$ oder $\frac{1}{618812}$ beträgt, so würde der wahre Durchmesser des Sterns der 618812 ste Theil seiner Entfernung, also wenn man diese zu 200000 annimt, $\frac{1}{3}$ vom Halbmesser der Erdbahn betragen. Der scheinbare Durchmesser der Sonne ist ungefähr 32′ oder $\frac{1}{107{,}4}$ vom Halbmesser, welcher hier der Halbmesser der Erdbahn selbst ist. Der Stern in der Leyer würde sich also zur Sonne wie $\frac{1}{3}$ zu $\frac{1}{107{,}4}$ verhalten, d. i. sein Durchmesser würde den der Sonne 36 mal übertreffen, welches nicht unglaublich ist. Hienach würde die körperliche Größe oder der kubische Inhalt des Sterns 46656 mal so groß seyn als die der Sonne. — So unsicher alle diese Bestimmungen sind, so folgt doch wenigstens daraus, daß man die Sterne nicht wol kleiner als die Sonne annehmen darf, daß man völlig berechtigt ist, nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit zu schließen, daß die Sterne im Durchschnitt unsrer Sonne an Größe gleich sind, und daß es unter ihnen eben so viele gebe, die größer, als die kleiner sind. Denn daß die Fixsterne wahre Sonnen oder selbst leuchtende Körper sind, daran läst ihre große Entfernung die hier bewiesen ist, gar nicht zweifeln. Wo müste der unermeßliche Feuerkörper, von dem sie ihr Licht borgten, sich befinden, um uns unsichtbar zu seyn; und wie müste er beschaffen seyn, daß wir das von ihm erborgte, aber nicht sein eigenes Licht sähen? Das bloße Auge empfindet den wesentlichen Unterschied, zwi-

schen dem ruhigen Licht der Planeten und dem flimmernden Glanz der Fixsterne. Die Sterne erster Größe, die gar keinen scheinbaren Durchmesser haben, glänzen fast eben so stark wie Jupiter, der einen Durchmesser von 38″ hat. Den äußersten unsrer Planeten erkennen wir, in einer Entfernung von nur 19 Halbmessern der Erdbahn, kaum noch mit bloßen Augen, da uns die unendlich weiter entfernten Fixsterne wie Sonnen glänzen.

Geschwindigkeit des Lichts.

§. 84. Wir kommen nun zur Beantwortung der Frage, was für eine Ursache die jährliche Bewegung der Sterne haben könne, da es nicht die Parallaxe ist (§. 77. 82.). Das natürlichste, worauf man verfallen konnte, war folgendes. Bey den zu diesem Zweck angestellten Beobachtungen (§. 81.) ist angenommen, daß die Axe der Erde sich immer parallel bleibe; allein da dies nicht strenge bewiesen war, so konnte man darauf fallen, den Grund jener Bewegung der Sterne in einem jährlichen Schwanken der Axe zu suchen. So natürlich diese Erklärung scheint, so fällt sie doch weg, so bald man die Sache genauer überlegt. Es läst sich keine Bewegung der Axe denken, die auf alle Sterne auf gleiche Art wirkt: indem sie sich von einem Stern entfernt, wird sie sich andern nähern. Jene Bewegung aber ist bey allen Sternen die nämliche, und von einer Drehung der Axe so wesentlich verschieden, daß Bradley wirklich beyde Bewegungen zugleich entdeckte, und sehr wohl im Stande war, eine von der andern zu unterscheiden. Da hieran also nicht zu denken war, so suchte Bradley die Auflösung dieses Räthsels anderwärts, und fand sie bald in einer ungefähr 50 Jahre früher von Römer oder vielmehr von Cassini gemachten Entdeckung über die Geschwindigkeit des Lichts.

Der gröste Planet unsers Sonnen-Systems, Jupiter, ist von vier Monden umgeben, die in seinem Gefolge eine Bahn um die Sonne beschreiben, welche die Erdbahn einschliest: wie schon daraus folgt, daß wir ihn alle Jahre, einmal bey oder vielmehr hinter der Sonne, und einmal ihr gerade gegen über sehen, d. h. einmal in Konjunktion mit der Sonne, einmal in Op-

position (§. 81.). Im erstern Fall ist Jupiter offenbar um den ganzen Durchmesser der Erdbahn weiter von uns entfernt, als im letztern: welches auch seine verschiedene Größe beweist. Die Bahnen seiner Trabanten haben eine solche Lage, daß sie bey jedem Umlauf in seinen Schatten treten, so daß dort kein Tag ohne Mondfinsternisse hingeht, an denen auch wir Theil nehmen. Nachdem man nun durch vieljährige Beobachtungen im Stande war, jede solche Finsterniß genau vorher zu berechnen, so fand sich, daß die Beobachtungen zwar mit der Rechnung sehr gut überein stimmten, wenn Jupiter in einer der Quadraturen 90° von der Sonne war, aber desto mehr davon abwichen, je näher er der ☌ oder der ☍ kam; und zwar, daß zwischen den Quadraturen und der ☍ die Finsternisse immer ehr, zwischen den Quadraturen und der ☌ aber später beobachtet wurden, als es nach der Rechnung seyn solte. Diese Abweichung von der Rechnung stieg sogar in der ☍ bis zu 8 Min. $13\frac{1}{3}$ Sek. und eben so hoch in der ☌, so daß der ganze Unterschied zwischen der Voreilung der Beobachtungen in der ☍, und der Verspätung in der ☌, sich auf 16 Min. 27 Sek. belief. Nicht bloß in diesen zwey äußersten Punkten, sondern auch in den dazwischen liegenden, war die Acceleration oder Retardation immer verhältnismäßig, die Finsternisse erschienen desto früher oder später, je näher oder je entfernter Jupiter von der Erde war, und zwar genau im Verhältniß dieser Entfernungen: so daß die Korrektions-Tafeln, die man nach diesem Verhältniß berechnet hat, jedesmal aufs genaueste mit den Beobachtungen harmoniren. Die Erklärung die Cassini und Römer hievon gaben, ist so natürlich, daß man sie nur kennen darf, um von ihrer Richtigkeit überzeugt zu seyn. Wir sehen einen Körper, wenn Licht von ihm in unser Auge trit: der Jupiters-Trabant verschwindet uns, wenn der letzte Strahl der von ihm ausging, unser Auge trifft, und wir sehen ihn wider aus dem Schatten treten, wenn sein erster Strahl unser Auge erreicht. Das Licht muß, wie jeder bewegte Kör-

per, eine gewisse Zeit anwenden, um jeden Raum zu durchlaufen, die desto grösser seyn wird, je grösser der Raum ist. Das Licht von dem Jupiter und seinen Trabanten wird also, um in unser Auge zu gelangen, bald mehr bald weniger Zeit gebrauchen, je nachdem Jupiter mehr oder weniger von uns entfernt ist: es wird in der ♂ so viel mehr Zeit als in der ☽ brauchen, als es nöthig hat, den Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen. Die Erfahrung lehrt uns also, daß das Licht den Durchmesser der Erdbahn in 16 Min. 27 Sek. oder den Halbmesser in 8 M. $13\frac{1}{3}$ S. durchläuft. Hiedurch war die große Entdeckung von der Geschwindigkeit des Lichts gemacht. Dieser feine, in seinen Wirkungen so mächtige, in seinen Eigenschaften so wunderbare Körper, durchläuft 20 Millionen Meilen in 8 Min. $13\frac{1}{3}$ Sek. also in 1 Sek. 40540 geogr. Meilen, oder 7 bis 8 mal den Umfang des Erd-Aequators. In eben der Zeit von 8 M. 13 S. da das Licht den Halbmesser der Erdbahn durchläuft, beschreibt die Erde in dieser Bahn einen Bogen oder Winkel von $20\frac{1}{2}''$, der in Theilen des Halbmessers $0{,}000098175 = \frac{1}{10186}$ beträgt. Die Geschwindigkeit des Lichts verhält sich demnach zur Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn wie 10186 zu 1.

Zusammengesetzte Bewegung des Lichts und des Auges.

§. 85. Da nun unser Auge mit der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne in beständiger Bewegung ist, so findet eigentlich, wenn wir einen Stern sehen, der Fall statt, daß zwey Körper, das Auge oder die Erde, und das Licht des Sterns, beyde mit sehr schneller aber sehr ungleicher Bewegung, und vielleicht nach sehr verschiedenen Richtungen auf einander stoßen. Bradley sah also mit Recht die nähere Untersuchung dieser Empfindung unsers Auges wie ein mechanisches Problem an, dessen Auflösung auf der bekannten Zusammensetzung der Kräfte beruht. Wenn zwey Körper nach bekannten Richtungen und mit bekannten Geschwindigkeiten auf einander stoßen, wie wird der Total-Eindruck beschaffen seyn, den einer von beyden dadurch leidet? Die Antwort auf diese

Frage macht einen der ersten Grundsätze der Mechanik aus. Wenn ein Körper A auf einen andern B mit einer Bewegung stößt, die aus zwey andern Bewegungen von verschiedener Richtung und Geschwindigkeit besteht, so darf man nur zwey gerade Linien zeichnen, die sich wie diese beyden Geschwindigkeiten verhalten und dieselbe Richtung haben, um die Stärke und Richtung der Total-Wirkung zu finden, die B leidet: sie wird nämlich durch die dritte Seite des Dreyecks vorgestellt.

15. Figur. Wenn nämlich (15. Fig.) der Körper C zwey Bewegungen zugleich hat, deren eine nach CS, und die andre parallel mit ST gerichtet ist, und beyder Geschwindigkeiten sich wie CS und ST verhalten, so würde er in der Zeit da er durch CS geht, zugleich ST durchlaufen: es wird also derselbe Fall seyn, als wenn er unmittelbar von C nach T liefe, und der Körper T wird denselben Eindruck leiden, als wenn C nur die eine Bewegung nach der dritten Seite CT hätte. Eine eben so bekannte tägliche Erfahrung lehrt uns, daß wir dieselbe Empfindung haben, wenn wir auf einen Körper stoßen, oder wenn der Körper nach der entgegen gesetzten Richtung auf uns stößt; daß es einerley ist, ob wir mit dem Kopf gegen einen Balken laufen, oder der Balken uns an den Kopf schlägt, ob wir gegen den Wind rennen, oder der Wind uns ins Gesicht bläst, ꝛc. Wenn also zwey Körper, A und B, beyde in Bewegung auf einander stoßen, so ist das einfache und in der ganzen Mechanik gebräuchliche Mittel, die Wirkung zu finden, die B leidet, dieses, daß man B in Ruhe läst, dem Körper A außer seiner eignen Bewegung, noch die Bewegung von B, aber in entgegen gesetzter Richtung beylegt, und dann nach der eben erklärten Zusammensetzung der Kräfte, aus diesen zwey Bewegungen die dritte oder mittlere sucht. Um also den Eindruck zu bestimmen, den unser Auge leidet, wenn es einen Stern sieht, muß man dem Lichte daß vom Stern in unser Auge fließt, außer seiner eigenthümlichen Bewegung auch noch die entgegen gesetzte Bewegung des Auges oder der Erde beylegen:

und dies hat keine Schwierigkeit, da beyde Richtungen und Geschwindigkeiten bekannt sind.

§. 86. Wenn (16. Fig.) TAEB die Bahn der Erde um die Sonne S vorstellt, und F den Ort eines Sterns, der also mit der Sonne in ♂ ist, wenn sich die Erde in T befindet, in ♌ wenn sie in E, in der ersten und letzten Quadratur wenn sie in A und B ist, so sey FT ein Lichtstrahl der in dem Augenblick das Auge trifft, da die Erde in T ankömmt, folglich nach der Tangente Tt fort läuft. Verlängert man also die Tangente nach der entgegen gesetzten Seite, und macht Tτ so groß, daß es sich zu TF verhält, wie die Geschwindigkeit der Erde zu der des Lichts, d. i. wie 1 zu 10186 (§. 84.), so wird das Auge so affizirt, als wenn der Lichtstrahl die beyden Bewegungen FT, Tτ, zugleich, oder statt ihrer die Bewegung Fτ hätte (§. 85.). Das Auge sieht also den Stern in der mit τF parallelen Richtung Tf, welche von der wahren Richtung TF, worin der Stern sich befindet, nach der Seite hin abweicht, wohin die Erde läuft (Tt), und zwar um den Winkel FTf oder den ihm gleichen TFτ, weil Tf, τF parallel sind. Nun kann man die kleine Linie Tτ wie einen Kreisbogen ansehn, der mit dem Halbmesser FT geschlagen ist, und dieser Bogen verhält sich zu seinem Halbmesser wie 1 zu 10186, oder ist in Theilen des Halbmessers $= \frac{1}{10186}$, welches einen Winkel TFτ von $20\frac{1}{4}''$ giebt (§. 84.). Jeder Stern erscheint uns also immer von seiner wahren Stelle nach der Seite, wohin die Erde läuft, um 20'' vorgerückt: und diese Abweichung des scheinbaren Orts der Sterne von ihrem wahren, die aus der zusammen gesetzten Bewegung des Lichts und der Erde entsteht, heist die Aberration (Abirrung), die also bey jedem Weltkörper 20'' beträgt. Man sieht leicht, daß in der ♂T die Breite des Sterns dadurch gar nicht geändert wird, sondern bloß die Länge, weil Tf nach der Richtung Tt hin fällt, die auf TG und TF senkrecht ist. Eben das ist der Fall in der ♌E,

Aberration

16. Figur.

wo die ſcheinbare Richtung des Sterns nach Ee hin fällt, alſo nach der entgegen geſetzten Seite. Im erſten Fall erſchien der Stern übr dem Punkt g der Ekliptik ſenkrecht, im andern über γ: im erſten alſo nahm die Länge um Gg ab (weil die Längen von G nach γ gezählt werden), im andern um eben ſo viel, Gγ, zu. Jedes iſt ein Winkel von 20″: alſo beträgt die ganze Verrückung des Sterns, die mit der Ekliptik parallel iſt, von der ♂ bis zur ♃ 40″. In der erſten Qvadratur A liegt der wahre Ort des Sterns in der Richtung AH, die wegen der großen Entfernung der Sterne mit TF parallel iſt; weil aber die Erde nach Aa läuft, ſo fällt, wie vorhin, die ſcheinbare Richtung des Sterns unterhalb zwiſchen AH und Aa in Ah: die ſcheinbare Breite hAa iſt alſo um HAh kleiner als die wahre HAa. In der zweyten Qvadratur B iſt es umgekehrt: der ſcheinbare Ort weicht von dem wahren nach der Seite Bb ab, wohin die Erde läuft, folglich erhebt ſich der Stern über der Ekliptik, oder die Breite nimt zu um eben ſo viel, ſo daß der ganze Unterſchied in der Breite dem doppelten Winkel HAh gleich iſt, der hier aber (weil AH nicht auf Aa ſenkrecht iſt, wie TF auf Tt) kleiner als 20″ iſt, und deſto kleiner wird, je kleiner der Winkel HAa oder die Breite des Sterns iſt.

iſt eine Wirkung der jährlichen Bewegung der Erde.

§. 87. Es folgt hieraus, 1) daß die ſcheinbare Breite des Sterns in der erſten Qvadratur am kleinſten, in der letzten am gröſten iſt, in der ♂ und ♃ aber einen mittlern Werth hat; 2) daß die Länge in der ♂ am kleinſten, in der ♃ am gröſten iſt; 3) daß alle Sterne ohne Ausnahme in einer mit der Ekliptik parallelen Richtung um 40″ verrückt werden, in einer darauf ſenkrechten Richtung aber, oder nach der Breite, um deſto weniger, je geringer ihre Breite iſt, ſo daß in der That jeder Stern jährlich eine Ellipſe zu beſchreiben ſcheint, deren gröſter Durchmeſſer der Ekliptik parallel liegt und 40″ beträgt: ſie heiſt die Aberrations-Ellipſe. Die Uebereinſtimmung aller dieſer aus der Theorie

der Aberration hergeleiteten Schlüsse, mit dem was Bradley beobachtet hatte (§. 82.), ist so vollkommen, daß es nicht möglich ist, an der Richtigkeit dieser Erklärung zu zweifeln: und so geben diese Beobachtungen den stärksten direkten Beweis für die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne. Es ist dies einer von den Fällen, die so oft in der Geschichte der Entdeckungen besonders der physischen vorkommen, daß man ganz etwas anders und etwas viel wichtigeres fand, als man suchte. Bradley suchte die Parallaxe der Fixsterne, um daraus die jährliche Bewegung der Erde zu beweisen, und fand sie nicht. Er zog eine Niete, aber zugleich mit ihr zwey oder drey weit größere Gewinne, als jener gehofte war. Er überzeugte sich erstlich, daß die Fixsterne keine Parallaxe haben, wodurch wir zuerst würdige Begriffe von der unermeßlichen Größe des Universums erhalten haben. Er fand ferner die Bestätigung einer der grösten Entdeckungen, die der menschliche Geist je gemacht hat, die Messung der Geschwindigkeit des Lichts, die wir jetzt wirklich genauer kennen, als die Geschwindigkeit der Kanonen-Kugel die wir selbst abschießen. Er erhielt endlich hiedurch den stärksten Beweis für die Bewegung der Erde, wiewol einen ganz andern als er gesucht hatte: welches zugleich seinen Beobachtungen die gröste Glaubwürdigkeit gab, die noch täglich durch die Beobachtung jedes Sterns, dessen Ort nach dieser Theorie berechnet ist, bestätigt wird.

Aberrations-Gleichung der Sterne.

§. 88. Die Aendrung die der Ort eines Sterns hiedurch leidet, macht daß man seinen wahren Ort (d. i. denjenigen den er einnehmen würde, wenn die Aberration nicht statt fände, der also mit dem Mittelpunkt der Aberrations-Ellipse überein kömmt) korrigiren muß, um den scheinbaren Ort zu finden. Diese Korrektion oder Gleichung heist auch die Aberration des Sterns; sie besteht in einer Anzahl Sekunden, die man zu seiner Länge und Breite addiren oder davon subtrahiren muß, die Aberration in der Länge und Breite. Aus dem vorigen ist klar, 1) daß die Aberration bey

jedem Stern von seiner Lage gegen die Sonne, oder dem Unterschiede beyder Längen abhängt, die eine jährliche Periode hat, 2) daß sie aber bey jedem Stern nach seiner Breite verschieden ist. Die allgemeinen Aberrations-Tafeln müssen also zwey Argumente haben, die Breite des Sterns und den Unterschied seiner Länge von der der Sonne; die speziellen Tafeln für einzelne Sterne haben nur ein Argument, nämlich die Länge der Sonne oder die Jahrszeit. Die Aberration in der Breite ist desto geringer, je näher der Stern der Ekliptik ist (§. 86.), und sie muß ganz verschwinden, wenn der Stern gar keine Breite hat. Die Aberration der Sonne hat noch etwas besonders. Da sie sich immer in der Ekliptik befindet, so hat bey ihr keine Aberration der Breite sondern bloß der
16. Fig. Länge statt. Da sie überdem den Mittelpunkt S der Erdbahn einnimt, so muß die Aberration beständig 20″ seyn. In jedem Punkt der Erdbahn T fällt der scheinbare Ort der Sonne zwischen dem Halbmesser TS und der Tangente Tt in Ts, und es ist STs = 20″ (§. 86.): um so viel ist die scheinbare Länge der Sonne s immer kleiner als die wahre S, weil die Längen von E nach e, der Richtung der jährlichen Bewegung, gezählt werden. Man hat daher in den Sonnen-Tafeln alle Längen der Sonne um 20″ vermindert, so daß die Tafeln unmittelbar die scheinbare Länge der Sonne geben, zu der man 20″ addiren muß, wenn man die wahre haben will.

Bey den Beobachtungen der Sterne gebraucht man immer ihre Lage gegen den Aequator, nicht die gegen die Ekliptik. Die Aberrations-Tafeln der Sterne enthalten daher nicht die Aberration der Länge und Breite, sondern der Rektaszension und Abweichung; und man sieht leicht, wie diese aus jenen auf die nämliche Art berechnet werden, wie die Lage der Sterne gegen den Aequator aus ihrer Lage gegen die Ekliptik hergeleitet wird (Sph. §. 58.).

Nutation der Erd-Axe.

§. 89. Zugleich mit dieser großen Entdeckung machte Bradley noch eine andre, die ebenfals für die Sternkunde

von der grösten Wichtigkeit ist, nämlich eine neue Bewegung der Sterne, die weit kleiner als jene ist, und die Genauigkeit seiner Beobachtungen beweist. Als dieser große Astronom die Beobachtungen über die Aberration viele Jahre fortgesetzt hatte, fand er, daß zwar diese Aendrungen immer genau den Jahrszeiten folgten, so daß z. B. jeder Stern in jedem Jahr an demselben Tage seine gröste oder kleinste Entfernung vom Pol hatte, daß aber diese gröste und kleinste Entfernung selbst, folglich auch die mittlere Entfernung vom Pol, sich mit jedem Jahre fast unmerklich änderte. Er überzeugte sich auf diese Art, daß die Sterne außer ihrer jährlichen periodischen Bewegung (der Aberration) noch eine fortdauernde Bewegung hätten, so wie man an jedem Ort der Erde, unerachtet des Wechsels der Jahrszeiten, doch in einer Reihe von Jahren bemerkt, daß das Klima überhaupt milder oder rauher wird. Bradley verfolgte nun diesen Gegenstand mit der äußersten Sorgfalt, und fand, daß alle Sterne ohne Ausnahme sich 9 Jahre dem Pol in allem um 18″ näherten, und 9 Jahre von ihm um eben so viel wider entfernten, so daß die Periode dieser Bewegung von 18 Jahren war; und zwar, daß wenn die Sterne auf einer Seite des Pols sich ihm näherten, die auf der andern Seite sich von ihm entfernten, ohne doch ihre Lage gegen einander oder gegen den Pol der Ekliptik im geringsten zu ändern. Dies bewies offenbar eine hin und her gehende Bewegung der Welt-Pole durch einen Bogen von 18″. Bradley fand ferner, daß nicht bloß die Entfernung der Sterne vom Pol oder ihre Abweichung, sondern auch ihre Rektaszension 18 jährige Aendrungen litt, und daß selbst das jährliche Zurückweichen der Aeqvinoktialpunkte von 50″ (Sph. §. 65.) in dieser Periode bald vermehrt bald vermindert ward. Die Aendrung der Abweichung der Sterne oder ihrer Entfernung vom Pol ließ sich vollkommen durch eine Bewegung der Pole erklären, die in gerader Linie auf die Pole der Ekliptik zu und wider zurück geschieht: und hieraus folgte zugleich eine

Aendrung der Schiefe der Ekliptik von 18″, da sie mit der Entfernung der Pole des Aeqvators und der Ekliptik einerley ist. Die bloß durch die beständig fort währende Vermindrung (Sph. §. 67.) berechnete Schiefe der Ekliptik heist die mittlere, so wie die durch die Nutation korrigirte die scheinbare genannt wird: sie ist alle Jahre in den Ephemeriden angezeigt. Allein durch eine solche Bewegung konnten die Durchschnittspunkte des Aeqvators und der Ekliptik nicht verrückt werden, der Aeqvator konnte sich bloß um diese Punkte drehen. Die Verrückung der Aeqvinoktialpunkte bewies also, daß diese Bewegung der Pole nicht in gerader Linie, sondern im Kreise, oder wenigstens in einer krummen Linie geschieht. Unzählige Beobachtungen haben endlich bewiesen, daß alles vollkommen erklärt wird, wenn man annimt, daß die Erd-Axe sich zwar im ganzen immer parallel bleibt, daß sie sich aber zugleich in einer Kegelfläche dreht, so daß die Pole in 18 Jahren gegen die Ordnung der Zeichen eine Ellipse beschreiben, deren gröster Durchmesser von 19″,3 in dem gröstен Kreise zwischen den Polen der Ekliptik und des Aeqvators, dem Solstitial-Kolur (Sph. §. 57.) liegt, der kleinste auf jenen senkrecht ist und 14″,4 beträgt.

Verbindet man dies mit der oben gegebenen Erklärung des Zurückweichens der Aeqvinoktialpunkte (Sph. §. 66.), so erhellt, daß die ganze Bewegung der Erd-Axe, außer ihrem jährlichen Umlauf um die Sonne, wobey sie sich immer parallel bleibt, in folgendem besteht. Die Welt-Pole beschreiben um die Pole der Ekliptik, von denen sie 23° 28′ entfernt sind, gegen die Ordnung der Zeichen einen Kreis dessen Halbmesser an der Sphäre 23° 28′ ist, und davon jährlich einen Bogen von $50\frac{1}{4}$″, so daß der ganze Kreis in 25791 Jahren vollendet wird. Was aber diesen Kreis durchläuft, ist nicht eigentlich der Pol selbst, sondern das was man den mittleren Ort des Pols nennt, ein Punkt der zugleich der Mittelpunkt einer kleinen Ellipse ist, deren Haupt-Durchmesser 19″ und 14″ sind, und deren Peripherie der wahre Pol in 18 Jah-

ren gleichfals gegen die Ordnung der Zeichen durchläuft. Dieſe letztre Bewegung, welche in der That eine Art von Digreſſion, die der Pol auf ſeiner großen Reiſe um den Pol der Ekliptik macht, oder ein hin und her Schwanken iſt, nannte Bradley daher das Schwanken oder die Nutation der Erd-Axe.

§. 90. Die Periode von 18 Jahren trifft ſo genau mit einer Bewegung der Mondbahn überein, daß man um ſo weniger anſtehen konnte, dieſe als die Urſache von jener anzuſehn, da ſchon ſo viele andre Wirkungen bekannt waren, die der Mond auf die Erde äußert. Dieſe Bewegung beſteht darin, daß die Durchſchnittspunkte der Mondbahn mit der Ebne der Erdbahn oder der Ekliptik, die man Monds-Knoten nennt, jährlich um etwa $19\frac{1}{3}°$ zurück weichen, ſo daß ſie in 18 Jahren und 7 Monaten, gleich den Welt-Polen, einen ganzen Umlauf gegen die Ordnung der Zeichen machen. Die Beobachtungen zeigten auch, daß dies in der That die genaue Periode der Nutation iſt, daß die Bewegung des Pols in jener kleinen Ellipſe mit der Bewegung der Monds-Knoten längs der Ekliptik genau überein ſtimmt, nämlich ſo daß ſich der wahre Pol im Solſtitial-Kolur befindet, wenn die Knoten mit den Aequinoktial-Punkten zuſammen fallen, und zwar, daß er zwiſchen dem Mittelpunkt der Ellipſe und dem Pol der Ekliptik liegt, wenn derjenige Knoten wo ſich die Mondbahn nordlich über der Ekliptik erhebt, und der der aufſteigende Knoten (☊) genannt wird, mit dem Herbſt-Punkt zuſammen fällt, und ſo immer fort der wahre Pol um 90° weiter vorgerückt iſt als der ☊. Hieraus iſt alſo der Ort des wahren Pols durch den Ort des ☊ immer unmittelbar beſtimmt. Da nun jene Bewegung der Sterne von dem Orte des wahren Pols abhängt, ſo wird auch die Korrektion, die man die Nutation der Sterne in Rektaſzenſion und Deklination nennt, vom Ort des ☊ abhängen. Durch die Bewegung des Pols aber wird der Ort der Sterne nach ihrer verſchiedenen Lage, auch auf ganz verſchiedene Art geändert. Wenn

Nutations-Tafeln.

z. B. der Pol auf den Pol der Ekliptik zu geht, so entfernt er sich von den Sternen die im Kolur des Krebses d. i. zwischen dem Pol und der Ekliptik liegen, zugleich aber nähert er sich denen die zwischen den Polen des Aequators und der Ekliptik liegen: die Abweichung der erstern also nimt ab, indeß diese zunimt. Man begreift also leicht, daß die Nutations-Tafeln der einzelnen Sterne ein doppeltes Argument haben müssen, den Ort des ☊ der zu dem Ende in den astronomischen Ephemeriden täglich angezeigt ist, und die Rektaszension der Sterne. Diese Tafeln enthalten die Anzahl Sekunden, die man zu der mittlern Rektaszension und Deklination jedes Sterns addiren oder davon subtrahiren muß, um die scheinbare zu finden.

Präzession. §. 91. Das jährliche Zurückweichen der Aequinoktialpunkte von $50\frac{1}{4}''$ hat die nothwendige Folge, daß die Länge und Rektaszension aller Sterne, da beyde von jenen Punkten an gezählt werden, immer fort zu nehmen, aber nicht auf gleiche Art. Da hiebey eine wirkliche Verrückung des Aequators zum Grunde liegt, die Ekliptik aber in Ruhe bleibt (Sph. §. 66.), so wird die Breite der Sterne oder ihre Entfernung vom unbeweglichen Pol der Ekliptik gar nicht geändert, und die Länge nimt jährlich um $50\frac{1}{4}''$ zu. Durch die Bewegung der Welt-Pole aber entsteht eine Aendrung der Lage der Sterne gegen den Aequator, wodurch Rektaszension und Deklination jedes Sterns, zufolge seiner Lage, auf sehr verschiedene Art geändert wird. So wird z. B. die Rektaszension der Sterne die eine solche Lage haben, daß der Pol gerade auf sie zu geht, gar nicht geändert, weil sie in demselben Abweichungskreise bleiben, ihre Abweichung aber wird um die ganze Bewegung des Pols geändert; da hingegen ein Stern der im Pol der Ekliptik steht, um den also der Welt-Pol einen Kreis beschreibt, weder Rektaszension noch Deklination ändert, weil er beständig im Kolur des Steinbocks (wo seine Rektaszension 270° ist), und in derselben Entfernung vom Pol bleibt. Die gerade Aufsteigung der Sterne die dem Pol sehr nahe sind, muß durch die geringe Verrückung des Pols sehr be-

trächtliche Aendrungen leiden, und kann sich sogar plötzlich um 180° ändern, wenn der Pol durch den Stern durch geht: sie ändert sich z. B. beym Polarstern jährlich um $3\frac{1}{4}'$. Man sieht also, wie sehr verschieden die hieraus entstehenden Aendrungen des Orts der Sterne seyn müssen; man begreift aber auch leicht, daß sich diese Aendrungen durch die gewöhnliche trigonometrische Rechnung finden lassen, und daß allgemeine Tafeln hiefür ein doppeltes Argument haben müsten, die Rektaszension und Deklination der Sterne. Es war aber, wegen des täglichen Gebrauchs den die Astronomen hievon machen, bequemer, ein für allemal für jeden Stern diese Aendrung zu berechnen. Da ihre Quelle, die Bewegung der Aequinoktialpunkte gleichförmig ist ($50\frac{1}{4}''$ jährlich), so müssen auch die Aendrungen selbst gleichförmig zunehmen oder der Zeit proportional seyn. Man findet daher in den Stern-Verzeichnissen, für den Anfang eines gewissen Jahrs (die Epoche), die Rektaszension und Deklination jedes Sterns, nebst ihrer jährlichen Aendrung, wodurch man für jede Zeit vor und nach jener Epoche, die Rektaszension und Deklination der Sterne findet, welche die mittlere genannt wird, weil sie bloß durch die gleichförmige Aendrung korrigirt ist. Diese jährliche und gleichförmige Bewegung der Sterne, oder vielmehr die Korrektion die danach in den Stern-Tafeln berechnet ist, und die zur Epoche addirt oder davon subtrahirt wird, heist die Präzession, weil sie vom Vorrücken der Nachtgleichen herrührt.

Eigene Bewegung der Sterne.

§. 92. Alle Bewegungen der Sterne, die wir bisher betrachtet haben, sind nur scheinbar: es sind keine Bewegungen der Sterne selbst, sondern des Auges, oder der Linien und Ebnen durch die der Ort der Sterne an der Sphäre angegeben wird; Bewegungen der Axe des Aequators oder der Ekliptik, bey denen die Sterne nicht allein ihre Lage gegen einander, sondern auch ihren absoluten Ort im Weltraum nicht ändern. Allein schon vor 50 Jahren, nachdem man die Sterne mit mehrerer Sorgfalt und Genauigkeit beobachtet hatte, fing

man an zu bemerken, daß die Fixsterne nicht im strengsten Sinne fix sind, und daß unter ihnen selbst wirkliche Bewegungen statt finden, die, so klein sie auch sind, doch nach Jahrtausenden vielleicht Korrektionen in den Himmels-Karten nöthig machen können. Da der Schauplatz auf dem diese Bewegungen vorgehen, fast unendlich von uns entfernt ist, so müssen sie uns so langsam scheinen, daß wir sie nur nach einer langen Reihe von Jahren bemerken können. Der Vorzug den die Beobachtungen der Griechen, wegen ihres hohen Alters, in dieser Rücksicht haben würden, geht durch die wenige Genauigkeit womit sie gemacht sind, verloren, und wird durch die größre Präzision der neusten Beobachtungen mehr als ersetzt. Wenn man die Stern-Verzeichnisse von Flamstead und Mayer, zwischen denen eine Zeit von ungefähr 50 Jahren liegt, unter einander, und beyde mit den heutigen, die wider um 50 Jahre jünger sind, vergleicht, ja wenn man nur die neusten Beobachtungen, die nur um wenige Jahre von einander entfernt sind, zusammen hält, so zeigen sich Unterschiede, die man nicht wol alle den Beobachtungsfelern zuschreiben kann, sondern die offenbar zu beweisen scheinen, daß manche Sterne ihren Ort geändert haben. Was für wichtige Aufschlüsse würden wir hierüber haben, wenn die Alten die Sterne mit eben der Genauigkeit bestimmt hätten, wie die Neuern! Indeß giebt es ein Mittel, wodurch selbst die kleinste Verrückung der Sterne, welche die vollkommensten Instrumente nicht anzeigen, merklich wird: und dieses geben uns die Doppeltsterne an. Man versteht hierunter zwey oder mehr Sterne die so nahe bey einander stehn, daß ihr Licht zusammen fließt, so daß sie nicht allein dem bloßen Auge, sondern auch durch mäßige Vergrößrungen, wie ein Stern aussehen, durch stärkere Vergrößrungen aber von einander getrennt werden. Man wird leicht von selbst darauf verfallen, daß diese Sterne nicht in der That einander so nahe sind, sondern daß sie zufälliger weise eine solche Lage haben, daß die geraden Linien aus uns

ferm Auge nach den Sternen fast zusammen fallen, wenn sie gleich in ungeheuren Fernen hinter einander liegen. Dies muß besonders dann statt finden, wenn ein Stern sehr viel kleiner, also auch sehr viel entfernter scheint als der andre, wie dies dann gewöhnlich der Fall ist. Man begreift leicht, daß nun bey der geringsten Bewegung der Sterne, die natürlich bey dem nähern viel merklicher seyn wird als bey dem entferntern, beyde sich einander nähern oder entfernen müssen, so daß man mit der nämlichen Vergrößrung, die bisher nur einen Stern zeigte, plötzlich zwey bemerkt, oder daß aus zweyen einer wird, oder daß sie wenigstens ihre Lage merklich ändern, besonders wenn der Doppeltstern aus mehr als zweyen besteht, da dann die ganze Gruppe, durch die geringste Bewegung eines von diesen Sternen, eine andre Gestalt erhält. Die Beobachtung der Doppeltsterne hat außerdem den Vortheil, daß Stralenbrechung, Aberration, Nutation, ꝛc. da sie von der Lage der Sterne abhängen, auf beyde vollkommen gleiche Wirkung äußern, folglich ihre relative Lage nicht ändern können.

Parallaktische und wahre Bewegung der Sterne

§. 93. Man nennt dies die eigene Bewegung der Sterne, weil sie in der That nur einigen Sternen eigen, und nicht wie die bisher erklärten Bewegungen, allen gemein ist. Sie unterscheidet sich daher von den scheinbaren Bewegungen nicht allein durch diesen Umstand, sondern auch dadurch daß sie nicht periodisch ist. Jene müssen allgemein seyn, weil sie nicht Bewegungen der Sterne selbst sind, sondern von einer Verrückung der Erde herrühren; diese aber ist oft einem Stern eigen, indeß ein nahe dabey stehender nicht Theil daran nimt. Jene haben dieselbe Periode, als die Bewegung der Erde von der sie herrühren (wie Aberration und Nutation); diese dauern immer fort, oder wenn sie vielleicht eine Periode haben, so sind Jahrtausende zu wenig um sie zu messen. Wenn aber gleich eine eigene Bewegung der Sterne bewiesen ist, so darf man daraus noch nicht schließen, daß es eine wahre Bewegung sey die den Sternen zu komme. Wir haben bereits aus

so vielen Beyspielen gesehen, wie leicht sich die Bewegungen der Weltkörper aus einer Bewegung des Auges erklären lassen; es gibt sogar unter allen den mannigfaltigen Bewegungen die wir bisher betrachtet haben, keine einzige, die nicht am Ende auf eine wahre Bewegung der Erde heraus käme: so daß daraus natürlich die Regel entsteht, keine Bewegung ehr für wahr anzunehmen, als bis alle Versuche vergebens gemacht sind, und sich die Unmöglichkeit zeigt, sie durch eine Bewegung der Erde, oder durch eine Parallaxe zu erklären. Diese Erklärung verdient schon deswegen den Vorzug, weil die Bewegung eines Körpers hinlänglich ist, wo sonst eine Menge weit größerer in Bewegung gesetzt werden müste. Man muß also die eigene Bewegung der Sterne in wahre und in parallaktische eintheilen: erstre kömmt den Sternen wirklich zu, letztre rührt von einer noch unbekannten Bewegung der Erde her. Vielleicht gibt es ga keine wahre Bewegung der Sterne, sondern bloß parallaktische; vielleicht finden beyde statt. Es wird nicht überflüssig seyn, einige allgemeine Bemerkungen hierüber zu machen, ehr wir die Resultate der bisherigen Beobachtungen erzählen.

Ihr Unterschied.

§. 94. Da die Fixsterne keine jährliche Parallaxe haben, oder mit andern Worten, da keine merkliche Verrückung der Sterne aus der Bewegung der Erde entsteht, so lange diese nicht größer als die Erdbahn ist, d. h. so lange die Sonne in Ruhe bleibt, so kann die parallaktische Bewegung der Sterne nur aus einer Bewegung der Sonne selbst entstehn, woran die Erde nebst dem ganzen Sonnen-System Theil nimt. Da nun die Fixsterne nichts anders als Sonnen sind (§. 83.), so ist kein Grund anzunehmen, daß unsre Sonne der einzige Fixstern sey, der eine Bewegung hat: es ist also wahrscheinlich, daß alle Sterne in Bewegung sind, folglich die eigene Bewegung der Sterne aus wahrer und parallaktischer zusammen gesetzt ist. Da nun hiedurch die Sache noch verwickelter wird, so ist es nöthig, gewisse Regeln festzusetzen, wodurch es

möglich wird, beyde Bewegungen von einander zu unterscheiden. Die Bewegung der grösten Sterne, die uns wahrscheinlich am nächsten sind, muß uns eben deswegen merklicher seyn, als die der kleinen, es sey dann, daß jene in gerader Linie auf uns zu, oder von uns weg geschieht, in welchem Falle wir ihre Bewegung bloß an der Ab- und Zunahme ihres Lichts bemerken würden. Man begreift leicht, daß dies der Fall ist, die Bewegung mag wahr oder parallaktisch seyn. Allein es findet zwischen beyden ein großer Unterschied statt, der sich besonders an einem Haufen benachbarter Sterne auf mancherley Art zeigen kann. Wenn sich alle diese Sterne, zwar mit größrer oder geringerer Geschwindigkeit nach ihrer verschiedenen scheinbaren Größe, aber doch nach derselben Richtung bewegen, so ist die Bewegung wahrscheinlich parallaktisch; wenn sie aber nach verschiedenen Richtungen gehen, wenn sogar kleine Sterne eine größere Geschwindigkeit haben als die großen, so finden offenbar wahre Bewegungen statt. Da die parallaktische Bewegung vor der wahren immer den Vorzug hat, weil sie mehrere Bewegungen zugleich erklärt, mithin desto vorzüglicher ist, je mehr sie erklärt: so muß man verschiedene Hypothesen über die Richtung der Bewegung unsers Sonnen-Systems versuchen, und darunter diejenige wählen, welche die meisten eigenen Bewegungen der Sterne erklärt. Alle übrigen Bewegungen, die sich durch diese Hypothese nicht erklären lassen, sind alsdenn für wahre zu halten.

Daß übrigens beyde Bewegungen in der That statt finden, d. h. daß unsre Sonne und alle Sterne wirklich in Bewegung sind, das läst sich aus eben den physischen Gründen beweisen, woraus die Bewegung der Erde bewiesen ist (§. 74. n. 6.). Die allgemeine Attraktion wird entweder machen, daß die nächsten Sterne in einander stürzen, oder diese allgemeine Zerrüttung muß durch eine Seiten-Bewegung vermieden werden, welche die Sterne um einen großen Zentral-Körper, wie die Planeten um die Sonne führt. Bey der

Sonne kömmt noch ein besondrer Grund hinzu (§. 74. n. 2.). Aus ihrer Umdrehung um eine Axe, die wir unten kennen lernen, folgt, daß die Sonne einen Stoß erhalten hat, der ihr nothwendig zugleich eine progressive Bewegung geben muste.

Bewegung der Sonne und der Sterne.

§. 95. Nach diesen Regeln sind die kleinen Verrückungen, die man am Firmament wahrnimt, untersucht, um besonders die Bewegung unsers Sonnen-Systems zu bestimmen. Wenn gleich diese Bewegung höchst wahrscheinlich im Kreise um einen Zentral-Körper geschieht, so ist sie doch so langsam, daß sie in vielen Jahren noch nicht merklich von der geraden Linie abweicht, die diesen Kreis berührt. Indem sich nun unser Auge mit der Erde, und diese mit dem ganzen Sonnen-System in einer geraden Linie fort bewegt, so werden die Sterne die gerade vor und hinter uns liegen, weder nach der rechten noch linken Seite sich zu bewegen scheinen; allein die kleinen Gruppen vor uns werden größer werden, ihre einzelnen Sterne werden aus einander treten, weil wir ihnen immer näher kommen, indeß die Sternhaufen hinter uns sich verkleinern und näher zusammen rücken. Wenden wir das Gesicht links, so werden alle Sterne an dieser Seite, und am meisten die gerade 90° von der Richtung der Bewegung entfernt sind, links rücken, die gegenüber stehenden aber rechts; oder in einer Sprache zu reden, die eigentlich nur auf der Erde gilt, die erstern werden nach der Ordnung, die letztern gegen die Ordnung der Zeichen fortrücken. Hieraus begreift man, auf welche Art die Richtung der Bewegung unsrer Sonne bestimmt ist; und es ist in der That zu verwundern, daß die wenigen Beobachtungen die man bisher hierüber hat, schon ein ziemlich sicheres Resultat zu geben scheinen. Die beyden Astronomen die sich vorzüglich mit dieser Untersuchung beschäftigt haben, die HH. Herschel und Prevot, haben fast dieselbe Richtung gefunden, nämlich daß unser Sonnen-System in diesem Jahrhundert sich gerade auf das west-

liche Knie des Herkules bewege, dessen Rektaszension = 246°, und nordliche Abweichung = 50° ist. Welchen Grad der Wahrscheinlichkeit diese Bewegung habe, werden folgende wenige Bemerkungen zeigen. Unter allen Sternen denen man eine Bewegung beylegt, deren Mayer schon vor 50 Jahren 80 angemerkt hatte, gibt es etwa 30, deren Bewegung so merklich ist, daß darüber kein Zweifel statt findet. Unter diesen sind 22, also $\frac{3}{4}$ der ganzen Zahl, deren Bewegung durch jene Fortrückung unsers Sonnen-Systems vollkommen erklärt wird: die übrigen 7 sind also solche, deren wahre Bewegung eben so merklich, oder noch merklicher als unsre eigene ist. Arktur hat unter allen Sternen die gröste und zwar rückgängige Bewegung: in der That ist er einer der grösten Sterne, und liegt an der rechten Seite unsrer Bewegung um etwa 50° entfernt. Zugleich nimt seine nordliche Abweichung ab: denn natürlich muß er sich nach Süden zu neigen scheinen, da wir uns nach Norden erheben. Aldebaran und Sirius liegen fast gerade hinter uns, daher auch ihre Bewegung weit geringer ist, doch mit dem Unterschiede, daß der letztre, als der gröste Stern am Himmel, eine weit merklichere Bewegung hat als der erstre. Kastor und Pollux sind einander so nahe, und so gleich an Größe, daß es scheint, ihre Bewegung müste die nämliche seyn; dennoch ist die des erstern kaum die Hälfte von der des letztern. Dieser Umstand, der ein Einwurf gegen unsre Theorie zu seyn scheint, ist in der That eine merkwürdige Bestätigung derselben. Kastor zeigt sich nämlich durch starke Vergrößrungen als ein Doppeltstern, der aus zwey fast gleichen Sternen besteht, die also halb so groß, mithin wahrscheinlich noch einmal so entfernt sind als Pollux, daher des letztern Bewegung um so viel größer scheinen muß. Die Bewegung des Arktur ist seit 50 Jahren etwa 2′, also groß genug, um daraus etwas mit Gewißheit zu schließen: dies würde in einem Jahr etwa $2\frac{1}{2}$″ machen. Da aber Arktur noch nicht die vortheilhafteste Lage

hat, so kann man sicher annehmen, daß die jährliche Bewegung der Sonne in der Entfernung der nächsten Sterne einen Bogen von 3″ beträgt. Da wir nun wissen (§. 82.), daß der Durchmesser der Erdbahn in jener Entfernung unter einem kleineren Winkel als 2″ erscheint, so folgt, daß unser Sonnen-System jährlich eine Linie durchläuft, die wahrscheinlich doppelt so groß ist als dieser Durchmesser, d. i. 80 Millionen Meilen.

Beobachtung der Sterne.

§. 96. Da wir am Ende unsrer Untersuchungen über das Sonnen-System nochmals auf die Fixsterne zurück kommen müssen, so werden wir manches merkwürdige, was sich noch darüber sagen läst, bis dahin verschieben. Es wird aber hier der beste Ort seyn, zu zeigen, wie man bey der Beobachtung der Sterne und ihrer Berechnung zu verfahren hat. Ich werde hiebey die allgemein bekannten Zachschen Tafeln zum Grunde legen, und annehmen, daß die Beobachtungen am Passage-Instrument und am Mauer-Qvadranten gemacht sind. Dieselben Regeln gelten auch für die Beobachtung der Planeten, weil es in jedem Fall darauf ankömmt, den Weltkörper mit einem bekannten Fixstern zu vergleichen. Das Passage-Instrument dient zur Bestimmung der Rektaszension, der Qvadrant zur Deklination. Erstres erfodert eine genaue Uhr, deren Gang durch die Kulmination eines bekannten Sterns berichtigt wird (Sph. §. 44.); bey letzterm ist es nothwendig, den Feler des Qvadranten zu kennen, dem aber abgeholfen wird, wenn man nicht die Höhe des Weltkörpers selbst beobachtet, sondern den Unterschied von einem bekannten Stern, der fast dieselbe Höhe erreicht. Da aber alles was man beobachtet, scheinbar ist, so muß man vor allen Dingen, die scheinbare Rektaszension und Deklination des bekannten Sterns, der zur Vergleichung dient, berechnen, indem man die mittlere aufsucht, und durch Aberration und Nutation korrigirt (§. 91. 88. 90.). Hat man diesen Stern zwey Abende nach einander kulminiren lassen, so kennt man den Gang der Uhr, die

gewöhnlich bey den Stern-Beobachtungen Stern-Zeit zeigt. Die Zeit der Uhr zwischen den Kulminationen des bekannten und des zu beobachtenden Sterns, gibt alsdenn den Unterschied ihrer scheinbaren Rektaszension. Am Qvadranten hat man den Unterschied der Höhen beobachtet, der mit dem Unterschiede der scheinbaren Deklinationen einerley ist, nachdem beyde Höhen durch die Refraktion korrigirt sind (§. 19.). Man hat also die scheinbare Rektaszension und Deklination des Weltkörpers, die nun vermittelst der Aberration und Nutation in wahre verwandelt werden muß: es versteht sich, daß beyde Korrektionen mit den entgegen gesetzten Zeichen (+ und —) angewandt werden, weil sie in den Tafeln oder Formeln für den Fall eingerichtet sind, da die wahren Oerter in scheinbare verwandelt werden, hier aber der entgegen gesetzte Fall statt findet.

§. 97. Beyspiel. Im Jahr 1808 ward α ♎ in der Wage mit der Kornähre der Jungfrau (Spica) verglichen (No. 205 mit No. 187 bey Zach), und folgende Beobachtungen gemacht. Beyspiel.

Alt. Styl	Zeit der Kulmination		Zenith-Distanz	
	Spica	α ♎	Spica	α ♎
8 April	$13^h 15' 39'',5$	$14^h 40' 51'',0$	$70° 3' 39'',3$	$75° 7' 21'',5$
9 —	$13^h 15' 39'',2$	— — —	— — —	— — —

Das Barometer zeigte 28 Pariser Zoll 4,5 Lin. das Thermometer — 4° Reaum.

Nach Zachs Stern-Verzeichniß ist den 1 Januar 1800

(pag. CXLVII) mittlere Rektaszension der Spica = $198°.40'.1'',66$.

Aendrung in einem Jahr . . . = + $47'',06$.

(pag. 164.) mittlere Deklination . . = 10. 6. 45,0. Südlich.

Jährliche Aendrung . . . = + 19,01.

Man findet also die Aendrung der Rektaszension in 8 Jahren = $6' 16'',48$; in 3 Monaten = $11'',76$ und in $\frac{2}{3}$ eines Monats oder 20 Tagen = $7'',61$: also bis zum 20 April N. St.

$= + 6' 30'',85$; Aendrung der Deklination in 8 Jahren $= 2' 32'',08$; in 3 Monaten $= 4'',75$; in 20 Tagen $= 1'',06$; also bis zum 20 April $= + 2' 37'',89$. Diese Aendrungen sind das was man die Präzession nennt: sie geben also zur Zeit der Beobachtung die mittlere Rektaszension der Spica $= 198° 46' 32'',51$ und die mittlere Deklination $= 10° 9' 22'',89$ südlich.

Die Länge der Sonne war an diesem Tage nach den Ephemeriden $= 1$ ♉. $1°$, die Länge des ☊ des Monds $= 7$ ♉. $22\frac{1}{2}°$. Erstre gibt (Zachs Tabb spec. aberr. et nutat. pag. 257.) Aberration der Spica in Rektaszension $= + 18'',47$; in Deklination $= + 7'',53$; letztre gibt die Nutation in Rektaszension $= + 14'',24$; in Deklination $= + 3'',47$: folglich die scheinbare Rektaszension der Spica $= 198° 46' 32'',51 + 18'',47 + 14'',24 = 198° 47' 5'',22$; und die scheinbare Deklination $= 10° 9' 22'',89 + 7'',53 + 3'',47 = 10° 9' 33'',89$ südlich.

Die Rektaszension in Zeit verwandelt, oder durch 15 dividirt, gibt $13^h 15' 8'',35$; welches eine genaue Stern-Uhr bey der Kulmination der Spica hätte zeigen sollen. Die Uhr ging also am 8 April $31'',15$ und am 9ten $30'',85$ zu früh, so daß sie in 24 St. nur $0'',3$ retardirte, welches wir hier nicht in Betracht ziehen wollen. Da α ♎ um $1^h 25'$ $11'',5$ später als Spica kulminirte, welches in Bogen $21° 17' 52'',5$ beträgt, so war seine Rektaszension um so viel größer, also die scheinbare Rektaszension α ♎ $= 220° 4' 57'',72$.

Aus den Formeln oder den Tafeln (pag. 280.) findet man die Aberration α ♎ in Rektaszension $= + 19'',31$; die Nutation $= + 15'',10$: die ganze Korrektion ist also $= + 34'',41$ die hier subtrahirt werden muß, welches die mittlere Rektaszension α ♎, 1808 den $\frac{8}{20}$ April $= 220° 4' 23'',31$ giebt. Die jährliche Präzession dieses Sterns ist (pag. 280.) $= + 49'',5$; also in 8 Jahren 3 Monaten und 20 Tagen $= + 6' 51'',12$ welches von der Rektaszension subtrahirt wer-

den muß, um sie auf die Epoche des Anfangs vom Jahr 1800 zu bringen. Man erhält also die mittlere Rektaszension α ♎, 1800 = 219° 57′ 32″,2.

Für die beobachteten Zenith-Distanzen findet man die Refraktionen durch Barometer und Thermometer korrigirt, 2′ 50″,74 und 3′ 51″,60: welche dazu addirt, die Zenith-Distanz der Spica = 70° 6′ 30″,04 und von α ♏ = 75° 11′ 13″,10 gibt. Der Unterschied der Höhen und Deklinationen war also 5° 4′ 43″,06 um welche α ♎ niedriger also südlicher stand. Die scheinbare Deklination von α ♎ war daher 10° 9′ 33″,89 + 5° 4′ 43″,06 = 15° 14′ 16″,95.

Man findet aber die Aberration dieses Sterns in der Deklination = + 6″,00; und die Nutation = + 0″,57: welche 6″,57 von der scheinbaren Deklination subtrahirt werden müssen, um sie in die mittlere zu verwandeln, die also 1808 den 8/20 April = 15° 14′ 10″,38 war. Die jährliche Präzession dieses Sterns in der Deklination ist + 15″,4 welches in 8 Jahren 3 Monaten 20 Tagen + 2′ 7″,91 macht, die zu subtrahiren sind, weil die Epoche von 1800 vor der Zeit der Beobachtung vorher ging. Man erhält also die mittlere Abweichung von α ♎, 1800 den 1 Januar = 15° 12′ 2″,47 südlich.

Viertes Kapitel.

Das wahre Sonnen-System.

§. 98. Wir sind nun endlich im Stande, die Beantwortung der großen Fragen vorzunehmen, auf denen die so genannten Welt-Systeme beruhen. „Was für eine Ordnung „herscht in unserm Sonnen-System? Wie sind sich die ver„schiednen Körper, die diesen Staat ausmachen, untergeordnet? Einleitung.

„Welche Lage gegen einander haben die Ringe, aus denen diese „Armillarsphäre zusammen gewunden ist? Wo ist der Mittel„punkt der Planeten-Bahnen? Welches ist der wahre Ge„sichtspunkt, aus dem man alle Bewegungen betrachten muß, „und welches der Faden, durch den man sich aus diesem La„byrinth heraus findet?" Alle diese Fragen lassen sich durch eine ausdrücken: „Wie muß der Künstler verfahren, der ein „Modell vom Ganzen, ein Planetarium verfertigen will, das „der Natur am nächsten kömmt?" Diese Aehnlichkeit wird offenbar desto mehr erreicht, 1) je richtiger alle Bewegungen der in Gang gesetzten Maschine dem Auge erscheinen, welches in dem Kügelchen das die Erde vorstellt, angenommen wird, und sich mit ihm fort bewegt, 2) je weniger Räderwerk dazu verwandt ist. Das erste ist eine mathematische Foderung, die von allen Verfertigern solcher Maschinen, von Ptolemäus bis Tycho, als Basis angenommen ist, und ohne welche jedes Planetarium sich selbst Lügen straft; das zweyte ist eine moralische Wahrheit, gegründet auf die Idee von der unendlichen Weisheit, die jenes große Original aller von Menschenhänden erbauten Modelle gebildet hat, eine Wahrheit die niemand lebhafter fühlte als Kopernik, der durch dieses Gefühl zur Entdeckung des wahren Welt-Systems geführt ward. Diese letzte Fodrung wird durch das Kopernikanische System so vollkommen, und durch das Ptolemäische so wenig erfüllt, daß die bloße Erklärung von beyden hinlänglich ist, um in dieser Hinsicht zwischen ihnen zu entscheiden: bey jenem findet im Grunde nur ein einziges Rad statt, welches alles in Bewegung setzt (die Anziehung der Sonne), da hingegen bey diesem jeder Planet ein eignes Getriebe erfodert. Allein die erste Bedingung macht eine sorgfältigere Untersuchung nöthig, die mit einer genauen Betrachtung der Bewegung der Planeten, wie sie auf der Erde erscheinen, anfangen muß. Man sieht leicht, daß es unnötig ist, jeden Planeten besonders zu betrachten, weil sie offenbar denselben Gesetzen folgen. Allein

die scheinbaren Bewegungen der Planeten theilen sich auf eine sehr auffallende Art in zwey Gattungen, die wesentlich von einander verschieden sind. Einige, die man die obern Planeten nennt, entfernen sich von der Sonne um den ganzen Himmel, so daß sie bald neben der Sonne, bald ihr gegenüber stehn (in ☌ und ☍ mit ihr sind); andre, die untern, entfernen sich von der Sonne nie über eine gewisse Gränze, so daß sie oft mit ihr in Konjunktion, aber nie in Opposition sind, und sich um die Erde nur als Begleiter der Sonne bewegen. Zu den erstern gehören, von den Planeten die den Alten bekannt waren, Mars, Jupiter, Saturn (♂, ♃, ♄), zu den letztern Venus und Merkur (♀, ☿) (Sph. §. 48.). Wir werden zur Beschreibung von beyderley Bewegungen die Planeten brauchen, bey denen sie am merklichsten sind, Mars und Venus, und zu mehrerer Kürze uns der astronomischen Ausdrücke, heliozentrisch und geozentrisch bedienen, durch welche der Ort eines Planeten bezeichnet wird, wie er auf der Sonne und der Erde erscheint. Es erhellt hieraus, daß der ganze Unterschied zwischen dem Ptolemäischen und Kopernikanischen System darin besteht, daß erstres die geozentrischen, letztres die heliozentrischen Oerter und Bewegungen der Planeten für die wahren annimt.

Geozentrische Bewegung der obern Planeten.

§. 99. Wenn Mars der Sonne gegenüber steht oder in ☍ mit ihr ist, also die ganze Nacht durch im schönsten Lichte prangt, und um Mitternacht kulminirt, so ist seine geozentrische Bewegung rückgängig (gegen die Ordnung der Zeichen), er geht von den östlichen Sternen auf die westlichen zu, und zwar in 24 St. um etwa 22′. Gleich nachher wird diese Bewegung langsamer, bleibt aber noch ungefähr 5 Wochen rückgängig, so daß Mars der Sonne, die immer nach Osten rückt, entgegen geht. Nach diesen 5 Wochen ist die rückgängige Bewegung endlich ganz unmerklich geworden, so daß Mars einige Tage still zu stehen scheint, die Sonne ihm aber immer nach Osten entgegen rückt, und ungefähr noch

140° westlich von ihm entfernt ist. Nun ändert sich die rückgängige Bewegung in rechtgängige (nach der Ordnung der Zeichen von der rechten zur linken Seite), die aber anfangs sehr langsam ist, mit jedem Tage zwar schneller wird, aber doch immer langsamer bleibt als die Bewegung der Sonne, so daß diese dem Planeten immer näher kömmt, und ihn endlich einholt. Wenn Mars schon sehr nahe bey der Sonne, und zwar noch an ihrer östlichen Seite steht, also kurz nach ihr kulminirt, so wird er durch die Sonnenstralen unsichtbar; und an dem Tage da man ihn zuletzt sah, war seine rechtgängige Bewegung am schnellsten (ungefähr doppelt so groß als in der ☌), und nahm noch immer zu. Nachdem Mars über 3 Monate unsichtbar gewesen ist, sieht man ihn kurz vor Sonnen-Aufgang am östlichen Horizont. Er steht demnach westlich von der Sonne, da er zuletzt östlich stand, ist also in der Zwischenzeit bey der Sonne vorbey gegangen, und zwar nicht vor der Sonne, oder zwischen ihr und uns, sondern gleich allen obern Planeten hinter ihr: welches nicht allein daraus folgt, daß sie nie in der Sonnenscheibe erscheinen wie Venus und Merkur, selbst wenn die Richtung ihrer Bewegung gerade durch die Sonne geht, sondern auch daraus, daß ihre Parallaxe in der ♂ kleiner als die Sonnen-Parallaxe ist, folglich ihre Entfernung größer. Während seiner Unsichtbarkeit hat Mars sich noch schneller bewegt, als da man ihn aus dem Gesichte verlor; denn er hat einen Bogen von 70° bis 80° beschrieben: um so viel steht er nämlich bey seinem ersten Widererscheinen östlicher als da er verschwand. Seine rechtgängige Bewegung nimt nun allmälig ab, so daß die Sonne sich immer weiter nach Osten von ihm entfernt, und er schon in der Nacht über dem Horizont erscheint. Wenn die Sonne sich ungefähr 140° östlich von ihm entfernt hat, wird seine Bewegung ganz unmerklich, er scheint einige Tage still zu stehn, und dann wider eine rückgängige Bewegung anzunehmen, die anfänglich kaum merklich ist, aber immer schneller

wird, bis er nach etwa 5 Wochen wider in ☌ mit der Sonne ist, da dann seine rückgängige Bewegung am schnellsten ist, und nun alle Bewegungen in derselben Ordnung wider erfolgen, nur daß der Ort des Planeten unter den Sternen bey jeder ☌ weiter nach Osten vorgerückt ist. In der ☌ glänzt Mars nicht allein weit schöner als in der ☍, welches sich durch die Nähe der Sonnenstralen erklären ließe, sondern er wird wirklich kleiner, je näher er der ☍ kömmt, und durch Mikrometer-Messungen findet man, daß sein Durchmesser in der ☌ fünfmal so groß ist als in der ☍.

Das wichtigste dieser Bewegungen ist in folgenden wenigen Sätzen enthalten. 1) Einige Zeit vor und nach der ☌ haben die obern Planeten eine rückgängige Bewegung, die in der ☌ selbst am schnellsten ist. 2) Ihre rechtgängige Bewegung ist in der ☍ am schnellsten. 3) Zwischen beyden Bewegungen erfolgt ein Stillstand von einigen Tagen. 4) Ihre Bahn schließt die Erde und Sonne ein: denn sie kommen mit der Sonne in ☌, und sind in der ☍ weiter von uns entfernt als die Sonne. 5) Sie sind der Erde merklich näher in der ☌ als in der ☍. 6) Ihre rechtgängige Bewegung dauert länger und ist schneller als die rückgängige. 7) Unerachtet aller dieser Unregelmäßigkeiten rücken die Planeten doch im ganzen, von einer ☌ bis zur andern, nach Osten vor.

§. 100. Venus entfernt sich nie weiter von der Sonne, als 45° bis 48° nach Osten oder Westen: und dies nennt man ihre gröste Digression. Ohngefähr 6 bis 7 Wochen vor ihrer grösten westlichen Digression, fängt sie an, nachdem sie still gestanden hatte, erst kaum merklich, bald aber immer schneller, nach Osten zu gehn; da aber die Sonne anfänglich weit geschwinder nach eben der Richtung geht, so nimt ihre östliche Entfernung von der Venus noch zu, bis beyde Bewegungen gleich werden. Nach der grösten westlichen Digression, wird die immer wachsende rechtgängige Bewegung schneller als die der Sonne, daher die westliche Digression abnimt, und der untern.

Venus der Sonne nach Osten hin näher rückt, und sie endlich, ungefähr 7 Monate nach der grösten westlichen Digression, einholt. Alsdenn ist ihre rechtgängige Bewegung am schnellsten (etwa $1\frac{1}{4}$ Grad täglich), nimt nun aber wider ab: Venus trit an der östlichen Seite der Sonne hervor, und entfernt sich von ihr, weil sie eine schnellere Bewegung hat als die Sonne. Nach 7 Monaten sind beyde Bewegungen gleich, Venus ist in ihrer grösten östlichen Digression, die nun wider abnimt, weil Venus sich langsamer nach Osten bewegt als die Sonne. Dies dauert etwa 7 Wochen, da die Bewegung ganz unmerklich wird, Venus still zu stehn scheint, aber gleich nachher eine rückgängige Bewegung annimt, die immer geschwinder wird, indeß die Sonne ihr durch ihre Bewegung nach Osten entgegen kömmt, und endlich wider mit ihr zusammen trifft, da dann die rückgängige Bewegung, nachdem sie ungefähr 3 Wochen gedauert hat, am grösten ist (halb so groß als die gröste rechtgängige). Nun erscheint Venus wider an der westlichen Seite der Sonne, beyde Weltkörper entfernen sich sehr schnell von einander, die rückgängige Bewegung nimt während 3 Wochen ab, und geht dann durch einen augenblicklichen Stillstand in rechtgängige über, worauf nach 7 Wochen die gröste westliche Digression, und überhaupt alle vorigen Erscheinungen von neuem erfolgen.

Phasen. In dieser Periode von ungefähr 19 Monaten leidet auch die Gestalt der Venus sehr auffallende Aendrungen, die den Phasen des Monds ganz ähnlich sind. Die ☌ die in die Mitte der rechtgängigen Bewegung fällt, kömmt offenbar mit der ☌ der obern Planeten überein, so wie diejenige ☌ die in die rückgängige Bewegung fällt, der ☍ der obern Planeten entspricht. Von der letztern bis zur erstern nimt der scheinbare Durchmesser der Venus beständig ab, von 60″ bis 10″, aber ihr Licht nimt zu, so daß sie in der ☌ mit rechtgängiger Bewegung im vollen Lichte prangt, oder kreisrund ist wie

der Vollmond. Einige Zeit nach dieser ☌ nimt ihr Licht an der östlichen Seite ab: nach 3 Monaten hat es ungefähr um den zwölften Theil des Durchmessers abgenommen, und Venus hat die Gestalt des Mondes einige Tage vor dem Vollmonde; nach 7 Monaten hat das Licht um die Hälfte abgenommen, und Venus hat in ihrer grösten östlichen Digression die Gestalt des Mondes im ersten Viertel. Nun erhält die Lichtgränze eine konkave Figur, die sich sehr schnell zusammen zieht, und 14 Tage vor der zweyten ☌ gleicht sie dem Silber-Faden des Neumonds, wenn er uns zuerst sichtbar wird. Dieser Faden wird immer schmäler, bis er endlich in der ☌ mit rückgängiger Bewegung ganz verschwindet, und Venus gleich dem Neumonde sich am Himmel verliert. Zwey Wochen nach dieser ☌ erscheint der Silber-Faden wider, aber in entgegen gesetzter Lage nach Osten, und nimt sehr schnell zu: in der grösten westlichen Digression hat Venus die Gestalt des letzten Monds-Viertels; 3 Monate vor der rechtgängigen ☌ ist nur noch der zwölfte Theil ihres Durchmessers an der westlichen Seite unerleuchtet, bis in der ☌ selbst, mit dem vollen Lichte, dieselbe Ordnung der Phasen wider erfolgt. Da diese Phasen aufs genaueste von der Lage der Sonne abhängen, so ist kein Zweifel, daß Venus ihr Licht von der Sonne erhält, und daß wir ihre der Sonne zugekehrte Hälfte in der rechtgängigen ☌ sehen, ihre von der Sonne abgewandte Seite aber in der rückgängigen ☌: daß sie folglich in jener ☌ jenseits der Sonne, in dieser aber zwischen uns und der Sonne steht. Dies wird auch dadurch völlig bestätigt, daß ihre Parallaxe im ersten Fall kleiner, im letztern größer als die Sonnen-Parallaxe ist, und daß sie in der ersten ☌ nie in der Sonnen-Scheibe gesehen wird, wenn gleich ihre scheinbare Bahn durch die Sonne geht, in der letztern aber schon mehrmals in der Sonne beobachtet ist. Man nennt daher die ☌ mit rechtgängiger Bewegung die **obere**, und die mit rückgängiger Bewegung die **untere Konjunktion**. Von der erstern

bis zur letztern hat Venus eine östliche Digression von der Sonne, geht also nach der Sonne oder nach Mittage durch den Meridian, und geht später unter als die Sonne: Venus scheint uns nach Untergang der Sonne als Abendstern. Von der rückgängigen ♂ bis zur rechtgängigen hat Venus eine westliche Digression, geht also vor der Sonne auf und unter, und erscheint uns bloß des Morgens als Morgenstern.

Die wichtigen Resultate die aus diesen Phänomenen folgen, lassen sich in folgenden Sätzen zusammen fassen. 1) Die untern Planeten kommen bey jedem Umlauf zweymal mit der Sonne in ♂, einmal wenn sie von Westen nach Osten jenseits der Sonne herum laufen, das andre mal wenn sie disseits der Sonne von Osten nach Westen durchgehn. 2) Bey dieser untern ♂ haben sie eine rückgängige Bewegung, die in der ♂ selbst am schnellsten ist. 3) Diese geht durch einen augenblicklichen Stilstand in rechtgängige Bewegung über, die in der obern ♂ am schnellsten ist. 4) Ihre rechtgängige Bewegung dauert viel länger, und ist doppelt so schnell, als die rückgängige. 5) Ihre Bahn schließt die Sonne, aber nicht die Erde ein, um welche sie nur als Begleiter der Sonne mittelbarer Weise herum laufen.

Ptolemäisches System.

§. 101. Alle diese bisher erzählten Bewegungen der Planeten, ihren Stillstand, ihren Uebergang aus rechtgängiger in rückgängige Bewegung, und umgekehrt, begriffen die Alten unter dem Namen der zweyten Ungleichheit zusammen. Sie sind so verwickelt, und bey den untern Planeten mit so sonderbaren Umständen verknüpft, daß schon ein großer Theil der alten Philosophen dadurch überzeugt ward, daß wenigstens Venus und Merkur um die Sonne, und nur in ihrem Gefolge um die Erde liefen. Dieses so genannte Egyptische System ist also in der That ein Theil des Kopernikanischen. Da aber die stärksten Beweise für dasselbe, nämlich die sichtbaren Durchgänge vor der Sonnen-Scheibe, die Phasen, und die wahre Entfernung von der Erde, damals noch unbekannt wa-

ren, so blieben die Alexandrinischen Griechen, die nichts ohne Beweis annahmen, bey der gewöhnlichen Erklärung, oder vielmehr, ohne sich auf irgend eine Erklärung einzulassen, bemühten sie sich, durch eine Verbindung mehrerer Kreise, die Bewegungen, so wie sie uns erscheinen, darzustellen. Diese Darstellung hat von Ptolemäus, der dieselbe in seinem Almagest mit geometrischer Gründlichkeit und astronomischer Genauigkeit entwickelt hat, den Namen des Ptolemäischen Systems erhalten. Nach demselben ist die Erde, wie sie es in der sphärischen Astronomie war, so auch in der theorischen, der Mittelpunkt des Universums, um welchen Mond, Merkur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter, Saturn, in Kreisen umlaufen, aber mit dem Unterschiede, daß nur Mond und Sonne, die nie rückgängig sind, den Umfang des Kreises selbst beschreiben, die eigentlichen Planeten aber in der Peripherie eines andern Kreises laufen, welcher Epizykel hieß, und dessen Mittelpunkt zugleich um die Erde einen Kreis beschreibt, welcher, weil er den Epizykel gleichsam herum trägt, der deferirende Kreis genannt ward. Die 17. Figur stellt die Planeten in der Ordnung vor, wie sie nach Ptolemäus um die Erde laufen, die sich im gemeinschaftlichen Mittelpunkt T befindet. Die größern Kreise um T sind die deferirenden Kreise, die kleineren auf der Peripherie von jenen stellen die Epizykel vor. 17. Fig.

Daß auf diese Art die Bewegung des Monds und der Sonne erklärt wird, leidet keinen Zweifel: denn der Mond läuft wirklich um die Erde, und daß die Bewegung der Sonne um die Erde dieselben Erscheinungen gebe als die Bewegung der Erde um die Sonne, ist oben (§. 73.) bewiesen. Es darf also nur gezeigt werden, wie die zweyte Ungleichheit der Planeten sich hiedurch erklären läst. Wir haben gesehen, daß die geozentrische Bewegung der Planeten eigentlich aus zweyen zusammen gesetzt ist, einer sehr unregelmäßigen, bald recht- bald rückgängigen, welche bloß von der Lage gegen die

Sonne abhängt, und einer durch alle diese Unregelmäßigkeiten hervor schcinenden, immer rechtgängigen Bewegung unter den Sternen, die gar nicht von der Sonne abhängt. Die letztre ward durch den deferirenden Kreis erklärt, die erstre durch den Epizykel.

Epizykel und deferirender Kreis.

18. Fig.

§. 102. Die Erde T (18. Fig.) ist der Mittelpunkt des deferirenden Kreises A B, auf dessen Peripherie der Mittelpunkt des Epizykels P p, Q q, R r, nach der Ordnung der Zeichen C D E fort läuft, indeß der Planet selbst die Peripherie des Epizykels P π p gleichfals rechtgängig durchläuft. Die Bewegung sowol des Mittelpunkts vom Epizykel C um den Mittelpunkt des deferirenden Kreises T, als des Planeten P um den Mittelpunkt des Epizykels C, geschieht im Kreise vollkommen gleichförmig: auch ist des Planeten Bewegung um C immer rechtgängig, aber aus der Erde T gesehen, erscheint sie nur im obern Theil des Epizykels P rechtgängig, im untern p aber rückgängig. Das Gesetz der Bewegung in beyden Kreisen ist folgendes. Da der deferirende Kreis die fortrückende Total-Bewegung unter den Sternen, der Epizykel aber die hin und her schweifende Bewegung in Beziehung auf die ☌ und ☍ mit der Sonne darstellt, so durchläuft der Mittelpunkt des Epizykels die ganze Peripherie des deferirenden Kreises C D B E A C in der Zeit, da der Planet sich, unerachtet aller Neben-Digressionen, einmal unter den Sternen durch 360° durch gearbeitet hat; der Planet aber beschreibt den ganzen Epizykel in der Zeit von einer ☌ zur andern, so daß er in der Mitte der rechtgängigen Bewegung, also in der ☌ (bey den untern Planeten der obern ☌), sich in dem verlängerten Halbmesser des deferirenden Kreises T C in P befindet. Hieraus folgt nicht allein, daß dies bey jeder solchen ☌ der Fall seyn werde, sondern auch daß er bey jeder ☍ der obern, oder untern ☌ der untern Planeten, sich gleichfals im Halbmesser TC oder TD, aber im untern Punkt p oder q befinden werde, weil dies die Hälfte seines Weges von einer ☌ zur an-

dern ist. Die Zeit eines Umlaufs im Epizykel, oder von einer ☌ zur nächsten, ist durch die Beobachtungen unmittelbar gegeben. Die Zeit eines Umlaufs im deferirenden Kreise wird auf folgende Art gefunden. Da der Planet in der ☍ p mit dem Mittelpunkt des Epizykels in gerader Linie liegt, so erhält man aus dem beobachteten Ort des Planeten in zwey zunächst auf einander folgenden Oppositionen p, q, zugleich den Winkel **CTD**, um den der Mittelpunkt des Epizykels fortgerückt ist, woraus sich durch die Regel de Tri die Zeit findet, in der er 360° oder die ganze Peripherie des deferirenden Kreises beschreibt. Bey den untern Planeten findet man eben das aus den Konjunktionen, wo der Ort des Planeten mit dem der Sonne einerley ist; nur muß dieser Ort, da er nicht unmittelbar beobachtet werden kann, weil der Planet alsdenn unsichtbar ist, durch Interpolation aus der letzten und ersten Beobachtung bey seinem Verschwinden und Widererscheinen, vor und nach der ☌, her geleitet werden. Die Beobachtungen des Mars in einer langen Reihe von Oppositionen zeigen, daß er im Durchschnitt — denn auch hier gibt es Abweichungen, die eben das ausmachen, was die Alten die erste Ungleichheit der Planeten nannten — von einer ☍ **C** zur andern **D** 780 Tage braucht, und in dieser Zeit um den Winkel **CTD** = 48° 46½′ unter den Sternen vorgerückt ist. In der ersten ☍ **C** stand die Sonne in **TR**: 390 Tage oder 1 Jahr und 25 Tage nachher, in der ☌, stand die Sonne um beynahe 25° weiter in **TU**, also auch Mars, der folglich in 390 Tagen den Bogen **CDEF** = 180° + 25° = 205° durchlaufen hatte. Hieraus ist offenbar, daß Mars in 780 Tagen nicht 48° 46½′, sondern überdem einen ganzen Umkreis unter den Sternen, also 408° 46′ 30″ durchläuft. Dies gibt die Zeit, in der der Mittelpunkt des Epizykels den Umfang des deferirenden Kreises beschreibt, = 687 Tage, wie man durch die Proportion findet, 408° 46½′ : 360° = 780 : 687.

Verhältniß ihrer Halbmesser.

§. 103. Das Verhältniß der Halbmesser des Epizykels und des deferirenden Kreises, DK, DT, ließ sich auf folgende Art bestimmen. Nachdem die Zeit eines Umlaufs in beyden Kreisen (im vorigen Beyspiel 780 und 687 Tage) gefunden war, so konnte man, weil die Bewegung gleichförmig angenommen ward, für jede Zeit, sowol den Ort des Planeten im Epizykel, als des Mittelpunkts des Epizykels im deferirenden Kreise, aus der Zeit allein finden. Wenn z. B. Mars in der ♈ in r zu einer gewissen Zeit beobachtet war, so kannte man auch den Ort des Mittelpunkts E, der mit der Länge des Planeten r einerley war. Nach einiger Zeit sey der Mittelpunkt des Epizykels von E nach F, und der Planet im Epizykel von r bis u gerückt, so findet man aus der verflossenen Zwischenzeit T, sowol den Winkel ETF als rFu, durch die Proportionen, 687 Tage: T = 360° : ETF, und 780 Tage: T = 360° : rFu. Aus der beobachteten Länge des Planeten u, mit der Länge in der ♈ E verglichen, hat man den Winkel ETu, also auch FTu = ETF — ETu. Man kennt also im Dreyeck FTu die Winkel bey F und T, folglich alle drey, woraus das Verhältniß der Seiten TF, Fu, berechnet wird. Das Resultat wird natürlich desto genauer, je grösser der Winkel FTu ist: folglich sind die vortheilhaftesten Beobachtungen die, wenn Tu den Epizykel berührt, so daß Mars den vierten Theil seines Epizykels durchlaufen hat, d. i. 195 Tage vor oder nach der ♈.

Bey den untern Planeten kömmt noch ein besondrer Umstand hinzu, der diese Beobachtungen erleichtert. Sie verlassen die Sonne nie über eine gewisse Gränze, und verrichten ihren Umlauf um die Erde mit der Sonne: so daß sie, wenn man von den Digressionen die sie rechts und links von der Sonne machen, und die die Bewegung im Epizykel angehn, abstrahirt, im ganzen eben die Bewegung um die Erde haben, als die Sonne. Die mittlere Bewegung des Mittelpunkts vom Epizykel im deferirenden Kreise, ist also mit der mittleren Be-

Bewegung der Sonne einerley. Der Planet ist nämlich in P und p mit der Sonne in ☌, folglich die Sonne in der Linie TC. Zwischen diesen Punkten fallen die grösten östlichen und westlichen Digressionen π, ϰ, in deren Mitte sich die Sonne befindet, also wider in der Linie TC. Die Länge des Mittelpunkts C ist also immer mit der mittlern Länge der Sonne einerley. Wenn nun in C die ☌, in D die gröste östliche Digression beobachtet ist, die den Winkel DTK gibt, wenn man die mittlere Sonne statt der wahren setzt, so kennt man im Dreyeck DTK alle Winkel, weil TK den Epizykel berührt, also DKT ein rechter Winkel ist (§. 25. n. 7.): woraus man das Verhältniß der Seiten TD, DK, trigonometrisch berechnet.

Erklärung der zweyten Ungleichheit durch den Epizykel.

§. 104. Indem der Planet sich der ☌ in P nähert (welches bey den untern Planeten die obere ☌ ist (§. 102.)), hat er im Epizykel eine rechtgängige Bewegung aPb: da nun der Mittelpunkt des Epizykels C beständig eine rechtgängige Bewegung hat, so scheint der Planet, aus der Erde T gesehen, sehr schnell vorwärts zu gehn, nämlich mit der Summe beyder Bewegungen (Vergl. §. 99. n. 2. §. 100. n. 3.). Diese Bewegung wird nach der ☌ in P langsamer, weil der Planet von b nach π gerade auf die Erde zu geht, seine rechtgängige Bewegung also nur dem Fortrücken des ganzen Epizykels oder des Mittelpunkts C gleich ist. Ueber π hinaus scheint seine Bewegung im Epizykel sogar rückgängig von π nach p: er wird also, wenn diese Bewegung der, womit C vorrückt, gleich ist, weder vorwärts noch rückwärts zu gehen, d. i. still zu stehn scheinen (§. 99. 100. n. 3.). Nahe bey p übertrifft die scheinbare rückgängige Bewegung im Epizykel die rechtgängige im deferirenden Kreise: also wird seine geozentrische Bewegung rückgängig, und zwar in p in der ☍ oder untern ☌ am schnellsten, nämlich dem Unterschiede beyder Bewegungen gleich (§. 99. n. 1. §. 100. n. 2.). In der obern ☌ P ist der Planet am weitsten von der Erde, und zwar um

den Durchmesser des Epizykels Pp entfernter, als in der ☌ oder untern ☌ in p (§. 99. n. 5. §. 100. n. 1.). Die rechtgängige Bewegung dauert von P über π hinaus, also weit länger als die rückgängige; auch ist sie viel schneller, da sie der Summe beyder Bewegungen gleich ist, diese aber nur der Differenz (Vergl. §. 99. n. 6. §. 100. n. 4.). Man sieht hieraus, daß Stillstand und Rückgang der Planeten, und überhaupt alle Phänomene, die die zweyte Ungleichheit ausmachen, sich durch den Ptolemäischen Epizykel im allgemeinen vollkommen erklären lassen. So bald man sich aber in eine umständliche Untersuchung, und besonders in die Berechnung der Entfernung der Planeten einläßt, so zeigt sich die Unstatthaftigkeit dieser Erklärung, wie wir in der Folge sehn werden.

Erklärung der ersten Ungleichheit durch den ekzentrischen Kreis.

§. 105. Bey dieser Beschreibung der planetarischen Bewegungen ist bisher auf mehrere Ungleichheiten, die dabey statt finden, nicht Rücksicht genommen. Es war eine allgemeine Uebersicht der Bewegungen im großen, die in Ansehung der Zeit und des Raums zwischen zwey Extremen das Mittel halten, und nach Jahrtausenden dasselbe Resultat im ganzen, dieselbe Total-Summe geben, als wenn man auf jede Abweichung von der Regel wirklich Rücksicht genommen hätte: kurz, die so genannten mittleren Bewegungen. Allein die wahren Bewegungen sind nicht so regelmäßig, wie sie hier beschrieben sind. Die Zeit von einer ☌ oder ☍ bis zur andern, so wie die rechtgängige und rückgängige Bewegung, die größte östliche und westliche Digression, der Bogen um den die Planeten von einer ☌ oder ☍ bis zur andern vorgerückt sind: alles dies ist bey jedem Umlauf sehr verschieden, und in dieser Verschiedenheit besteht eben das was die Alten die erste Ungleichheit der Planeten nannten, welche die Sonne und der Mond mit ihnen gemein haben. Alle diese scheinbaren Unregelmäßigkeiten lassen sich, wenigstens im allgemeinen, durch die verschiedene Entfernung des Planeten von der Erde erklären,

wodurch sein Epizykel uns bald größer bald kleiner, bald eine schnellere bald langsamere Bewegung zu haben scheint, ohne daß man nöthig hat, eine ungleichförmige Bewegung des Planeten selbst anzunehmen. Nach diesem Grundsatz, dem Ptolemäus beständig getreu blieb, nahm er an, daß die Erde sich nicht im Mittelpunkt C des deferirenden Kreises (19. Fig.), 19. Fig.
sondern in einem andern Punkt T befinde, daß ferner die Bewegung des Epizykels A oder B, nicht um T, sondern bey der Sonne um C gleichförmig geschehe, bey ♀, ♂, ♃, ♄, aber um einen Punkt F, der vom Mittelpunkt C auf der andern Seite eben so entfernt ist als T, und der das punctum *aequantis*, so wie der deferirende Kreis ADB, in dessen Mittelpunkt die Erde nicht steht, der ekzentrische Kreis genannt ward. Beym Monde fand es Ptolemäus, zur Erklärung aller damals bekannten Ungleichheiten, nöthig, noch einen Epizykel damit zu verbinden, und bey'm Merkur anzunehmen, daß der Punkt F selbst zugleich einen Kreis um C beschreibe. Der Umstand, daß Ptolemäus die Hypothese, die zur Erklärung der Ungleichheiten des Sonnen-Laufs nach den damaligen Beobachtungen hinlänglich war, bey den Planeten, wegen ihrer größern Ungleichheit ändern, und beym Merkur noch verwickelter machen muste, hätte ihn allein überzeugen können, daß er nicht auf dem rechten Wege wäre, und die Planeten-Bahnen nicht genau, sondern nur ungefähr durch eine Hypothese dargestellt würden, die wahrscheinlich verworfen und durch eine andre ersetzt werden müste, so bald die Beobachtungen eine größere Vollkommenheit erhielten; so wie er gezwungen war, seine eigene der Sonne angepaßte Hypothese zu verwerfen, und fast für jeden Planeten eine neue zu erdenken.

Uebrigens sieht man leicht, daß die erste Ungleichheit im allgemeinen hiedurch erklärt wird, aber auch nur im allgemeinen. So bald man alle Umstände, und besonders die Entfernungen, genau berechnete, so muste man auch sie verwerfen;

und dies führte eben zur Entdeckung der wahren Gesetze der himmlischen Bewegungen. — Die grösten Digressionen der untern Planeten erscheinen in T kleiner, wenn der Epizykel in A, als wenn er in B ist, weil derselbe Halbmesser A a, B b, aus einer grössern und kleineren Entfernung gesehn wird. Wenn der Epizykel im vierten Theil seiner Umlaufs-Zeit im ekzentrischen Kreise, um F einen rechten Winkel A F D beschrieben hat, so scheint er auf der Erde nur den Winkel A T D durchlaufen zu haben, so wie er im folgenden Viertel den Winkel D T B durchläuft, der gröser als ein rechter ist. So scheint also der Planet bald langsamer bald geschwinder zu gehn; bald vergeht mehr, bald weniger Zeit von einer ☌ oder ☍ zur andern, ꝛc.

Geist des Ptolemäischen Systems.

§. 106. Wir haben bisher nur denjenigen Theil des Ptolemäischen Systems betrachtet, der sich mit der Anordnung der Planeten-Bahnen beschäftigt; was ihre Figur betrifft, so kömmt das Kopernikanische System ganz damit überein. Kopernik änderte nichts am ekzentrischen Kreise, und Kepler war der erste, der durch die genauen Beobachtungen die ihm Tycho's Fleiß verschafte, bewies, daß keine Bewegung im Kreise den Beobachtungen Genüge thäte. Wir werden hier also nur diejenigen Gründe anführen, die die Ptolemäische Anordnung der Planeten-Bahnen über den Haufen werfen, und können dabey desto kürzer seyn, da das einzige Vorurtheil, worauf sich dieses System gründete, völlig gehoben ist, nachdem wir die Bewegung der Erde bewiesen haben. Daß die Erde unbeweglich im Mittelpunkt des Universums angenommen werden müsse, das war der Grundsatz von dem Ptolemäus ausging, und auf den wirklich die ganze sphärische Astronomie gegründet ist. Zu seiner Zeit existirte noch keine theorische Astronomie, und der Zweck seines ganzen Werks, der jedem aufmerksamen Leser desselben einleuchten muß, war nicht, die wahren Bewegungen zu entdecken, sondern aus den Datis der sphärischen Astronomie, welche das Auge im

Mittelpunkt der Sphäre annimt, alle Phänomene geometrisch zu erklären. Er behandelt daher die ganze Astronomie strenge wie ein geometrisches Problem, und nennt sogar nie unsre Erde, wenn er vom Mittelpunkt der Planeten-Bahnen redet, sondern immer den Mittelpunkt der Sphäre, aus dem die Bewegungen betrachtet werden (*). So bald Ptolemäus von der doppelten Bewegung der Erde überzeugt gewesen wäre, würde er gewiß der erste gewesen seyn, der die Planeten, nicht mittelbar mit der Erde, sondern unmittelbar um die Sonne geführt hätte. Durch die Bewegung der Erde, ist also der wichtigste Schritt zur Aufführung des Kopernikanischen Systems auf den Trümmern des Ptolemäischen geschehn, und die übrigen Einwürfe, die hier mit möglichster Kürze angeführt werden sollen, haben vorzüglich den Zweck, auf den genauen Zusammenhang zwischen beyden Systemen aufmerksam zu machen, und zu zeigen, daß das Kopernikanische, oder wenigstens das Tychonische System, in der Ptolemäischen Hypothese wirklich versteckt lag.

§. 107. 1) Einer der stärksten Gründe die dieses System verdächtig machen, ist die Uneinigkeit worin Ptolemäus mit sich selbst war, und die Mannigfaltigkeit der Hypothesen, deren fast jeder Planet eine eigene erfoderte (§. 105.). Hier ist nichts was den ewigen einfachen Gesetzen der Natur ähnlich sieht: alles ist künstliches Machwerk, an dem immer von neuem geflickt werden muste. Einwürfe gegen dasselbe.

2) Diese, wenn ich so sagen darf, Dissonanz des Ptolemäischen Systems wird durch folgende Betrachtungen noch auffallender. Sonne und Mond laufen zwar nicht gleichförmig, aber doch immer rechtgängig um die Erde, und die kleinen Unregelmäßigkeiten die sie mit den Planeten gemein haben (die erste Ungleichheit), ließen sich besonders bey der

(*) τὸ τῶ ζωδιακῶ κέντρον, ἐφ ᾧ ἡ ἄψις.

Sonne auf eine sehr einfache Art, ohne Epizykel erklären (§. 105.); die eigentlichen Planeten aber hatten außerdem eine so unordentliche Bewegung, daß sogar nicht einmal die Richtung derselben beständig war, sondern bald rechts bald links ging. Was war nun natürlicher, als sie von jenen beyden Weltkörpern ganz zu trennen, und in eine besondre Klasse zu setzen, die nicht gleich jenen die Erde, sondern irgend einen andern Körper zum Mittelpunkt ihrer Bewegung haben? Und dieser Mittelpunkt war leicht gefunden, so bald man bedachte, daß diese zweyte Ungleichheit, oder die den Planeten eigene Bewegung im Epizykel, gar nicht von der Stelle die sie in ihrer scheinbaren Bahn um die Erde einnehmen, sondern allein von ihrer Lage gegen die Sonne abhing. War man nicht gezwungen anzunehmen, daß der Epizykel nichts anders sey als eine Bewegung um den Weltkörper, der diese Bewegung wirklich allein dirigirt, um die Sonne?

3) Eine der schwächsten Seiten dieses Systems ist das unbestimmte und willkührliche, das dabey statt findet. In der Anordnung der Planeten-Bahnen um die Erde, nahm Ptolemäus den sehr natürlichen Grundsatz an, daß die Bahnen desto größer, oder die Planeten desto entfernter sind, je längere Zeit sie zu einem Umlaufe brauchen. So ward ohne Widerrede der Mond der nächste, Saturn der entfernteste, auf den Jupiter und Mars folgten. Allein in welcher Ordnung sollte man die Bahnen der Sonne und der untern Planeten legen, die ihren Umlauf um die Erde in derselben Zeit machen? Dies war so völlig unbestimmt, daß die Anhänger dieses Systems selbst darüber uneinig waren. Einige, z. B. Plato, setzten Venus und Merkur jenseits der Sonnen-
18. Fig. Bahn SMN (18. Fig.), weil man sie nie in der Sonnen-Scheibe sah. Ptolemäus, der diesen Grund sehr richtig dadurch widerlegte, daß ihr Epizykel eine schiefe Lage gegen die Sonnen-Bahn habe, so daß sie entweder ober- oder unterhalb der Sonne vorbey gingen, erklärte sich für die entge-

gen gesetzte Meynung, daß ihre Bahnen disseits der Sonnen-Bahn smn lägen, ohne indeß einen andern Grund dafür zu haben, als den, daß dies die ältere Meinung sey, und dadurch sehr schicklich die Sonne in die Mitte zwischen den Planeten gesetzt werde, die sie nie verlassen, und denjenigen, die sich um den ganzen Himmel von ihr entfernen. Er gesteht selbst, daß die Beobachtungen nichts darüber entscheiden, weil ihre Parallaxen nicht merklich sind (*).

4) Da also gar kein Grund war, den Mittelpunkt des Epizykels der untern Planeten näher oder weiter als die Sonne anzunehmen, da im Gegentheil das einzige Gesetz, welches Ptolemäus bey der Anordnung seines Systems zum Grunde legte, diesen Mittelpunkt mit der Sonne in gleicher Entfernung setzte, weil beyde ihren geozentrischen Umlauf in gleicher Zeit verrichten: so folgte ja nothwendig, daß die Bahnen der Sonne und des Mittelpunkts des Epizykels der untern Planeten zusammen fallen, daß also die Sonne selbst der Mittelpunkt der Epizykel sey, weil sie sich immer in der Linie TC befindet (§. 103.); mit andern Worten, daß die untern Planeten sich um die Sonne bewegen, und mit ihr um die Erde zu laufen scheinen. Man hatte also eigentlich eine ganz willkührliche Wahl zwischen drey Systemen, dem Ptolemäischen, dem Platonischen, und dem Egyptischen (§. 101.), wovon aber das letztre offenbar, selbst nach Ptolemäischen Grundsätzen, die gröste Wahrscheinlichkeit hatte.

5) Die geozentrische Bewegung der Planeten (§. 99. 100.) ist so unregelmäßig und so verwickelt, daß man nur einige Kenntniß von den auf Einfachheit und Sparsamkeit gegründeten Gesetzen der Natur haben darf, um von dem Gefühl durchdrungen zu seyn, daß diese aus unzähligen Knoten geknüpfte, nie zusammen laufende Spiral-Linie, bey der so viel Raum

(*) *Almag.* IX. 1.

unnütz verschwendet wird, unmöglich die wahre Bewegung, daß also die Erde unmöglich der Mittelpunkt oder der wahre Gesichtspunkt seyn kann. Ist es nicht vernünftiger anzunehmen, daß diese Unregelmäßigkeit nur scheinbar sey, und daraus entstehe, daß wir sie aus einem falschen Gesichtspunkt ansehen? Und wenn sich nun ein Punkt findet, aus dem diese Bahnen wirklich eben so regelmäßig erscheinen, wie die der Sonne und des Mondes; ist man nicht gezwungen, diesen Punkt für den wahren Mittelpunkt zu halten, um so mehr, wenn derselbe zugleich der physische Zentralpunkt, aus dem das ganze System Licht und Wärme schöpft, wenn es die Sonne selbst ist? Um sich hievon augenscheinlich zu überzeugen, werfe man einen
20. Fig. Blick auf die 20. Figur, in welcher die punktirte Spirallinie die Bahn vorstellt, die Venus in einem Jahr beschreiben würde, wenn die Sonne im Kreise SRQ um die Erde T liefe. Die Ziffern bezeichnen die Stellen, die die Sonne und Venus zugleich einnehmen, und es fällt in die Augen, daß alle Entfernungen der Venus von der Sonne, 1.1, 2.2, 3.3, ꝛc. gleich sind, da hingegen ihre Entfernung von der Erde in 13, T.13, sechsmal so groß ist als zwischen 3 und 4. Venus würde also in der That einen Kreis um die Sonne beschreiben, wenn die Sonne still stände, und die Erde um sie liefe; da sie hingegen nach dem Ptolemäischen System jene Spirallinie um die Erde beschreiben müste.

6) Der stärkste Beweis aber, wie sehr dieses System den Gesetzen der Natur widerspricht, liegt in der physischen Unstatthaftigkeit desselben. Der Planet läuft nicht um die Erde, sondern um den Mittelpunkt seines Epizykels; und dieser, nicht der Planet, beschreibt den ekzentrischen Kreis, in dessen Mittelpunkt nicht die Erde, sondern abermals ein mathematischer Punkt befindlich ist. Ein Nichts wird um Nichts herum geführt, und führt wider ein Nichts um sich herum: eine unsichtbare und unkörperliche Majestät, ein geometrischer Punkt, beherscht das Sonnen-System, und hält die Planeten

in ihren Bahnen. Um diesem starken Einwurf doch einigermaßen zu begegnen, sahen die Alten sich genöthigt, für jeden Epizykel und ekzentrischen Kreis eine besondre solide Sphäre anzunehmen, welche an sich unwahrscheinliche Hypothese längst durch die Kometen widerlegt ist (§. 64.).

7) Ohne die Entfernung der Planeten durch die Parallaxe genau bestimmen zu können, hätte sich Ptolemäus doch wenigstens bey'm Mars, durch die so sehr in die Augen fallende verschiedene Größe überzeugen können, daß ihre Entfernung von der Erde so beträchtliche Aendrungen leide, daß es ein Widerspruch ist, die Erde für den Mittelpunkt ihrer Bahnen anzunehmen: die genauen Messungen der Neuern haben dies außer Zweifel gesetzt; auch folgte es wirklich schon aus den Ptolemäischen Epizykeln. Jupiter ist in der ♂ um die Hälfte größer, Mars und Venus sogar sechs und mehr mal so groß und so nahe, als in der ♂ ꝛc. Ptolemäus fand selbst, daß die Halbmesser des deferirenden Kreises und des Epizykels, TC, CP, bey'm Mars sich verhalten wie 60 zu 18. Fig. $39\frac{1}{2}$, bey der Venus wie 60 zu $43\frac{1}{6}$ (*), also ungefähr wie 3 zu 2. Hieraus wird $TP = TC + CP = 3 + 2 = 5$, und $Tp = TC - Cp = 3 - 2 = 1$, also die Entfernung des Planeten von der Erde, in der ♂ fünfmal so groß als in der ☌. Wie war es möglich, daß ihm dies nicht seine Voraussetzung, daß die Erde der Mittelpunkt sey, verdächtig machte?

8) Die Phasen der untern Planeten, die man durch Fernröhre so deutlich bemerkt, sind ein direkter Beweis, daß ihre Epizykel die Sonne einschließen, daß also sie wenigstens um die Sonne laufen. Bald nach ihrer obern ☌ in P, erscheint uns Venus in b zum ersten Mal als Abendstern, wie eine vollkommen runde von der Sonne in C er-

(*) *Almag.* X. 8. 3.

leuchtete Scheibe. Diese Scheibe verliert an ihrer östlichen von der Sonne C abgewandten Seite immer mehr von ihrem Lichte, Venus erscheint in ihrer grösten östlichen Digression in π, wie ein Halbkreis, der bald zu einem sich immer mehr verengenden Silberfaden wird, weil Venus auf dem Wege πp uns die von der Sonne abgekehrte, also dunkle Seite zeigt. Alle diese Phänomene erklären sich ganz natürlich, wenn man die Sonne im Mittelpunkt C des Epizykels annimt; sie sind aber ganz unbegreiflich, die Sonne mag diesseits des Epizykels in S, oder jenseits in s angenommen werden. Im erstern Falle würde Venus immer dieselbe Seite nach S und T, im andern aber immer die entgegen gesetzte Seite nach s und T kehren. In jenem Falle würde sie uns immer wie eine kreisrunde, ganz erleuchtete Scheibe erscheinen; in diesem würden wir immer ihre dunkle Seite sehn, und nur in ihrer grösten Digression einen schmalen Faden von ihr erblicken.

9) Wenn man sich aber auch über alle diese Unwahrscheinlichkeiten weg setzen, und das ganze Ptolemäische System für das ansehen will, was es wahrscheinlich nur seyn solte, Auflösung eines rein geometrischen Problems auf griechische Art durch Kreis und gerade Linie, so ist man doch durch die Genauigkeit der neuern Beobachtungen gezwungen, eine Hypothese ganz fahren zu lassen, die nur bey dem unvollkommenen Zustande der ältern Beobachtungen leidlich damit überein stimmte, jetzt aber gar keine Prüfung mehr aushält.

Kopernikanisches System.

§. 108. Nach dem Kopernikanischen System ist die Sonne der gemeinschaftliche Mittelpunkt aller Planeten-Bahnen, um welchen nach der Ordnung, Merkur, Venus, die Erde, Mars, Jupiter, und Saturn umlaufen, so daß allein der Mond um die Erde läuft, und von ihr mit um die Sonne geführt wird, wie es die 21. Figur zeigt. Auf diese Art verrichten die untern oder nähern Planeten ihren Umlauf in kürzerer Zeit, als die entfernteren; doch gründet

ſich dieſe Anordnung nicht bloß darauf, ſondern auf die Beobachtungen ſelbſt. Die nun ſchon mehrmals beobachteten Durchgänge der Venus und des Merkurs durch die Sonnenſcheibe beweiſen, daß ihre Bahnen zwiſchen unſrer Bahn und der Sonne liegen; ſo wie die Oppoſitionen der obern Planeten, daß ihre Bahnen die unſrige einſchließen. Daß Merkur der Sonne näher iſt als Venus, folgt daraus, daß letztre ſich in der gröſten Digreſſion zweymal ſo weit von der Sonne entfernt, als erſtrer. Die obern Planeten ſind uns in der ☌ um den ganzen Durchmeſſer der Erdbahn näher, als in der ☍. Setzt man nämlich (22. Fig.) die Halbmeſſer, der Erdbahn S T = 1, der Bahn eines obern Planeten S M oder S N = a, ſo iſt in der ☌ die Entfernung des Planeten von der Erde, T M = SM — ST = a — 1, in der ☍ aber TN = SN + ST = a + 1. Nun findet man aus der ſcheinbaren Gröſſe der Planeten, daß TM zu TN ſich ungefähr verhalte, bey'm Mars wie 1 zu 5, bey'm Jupiter wie 2 zu 3, bey'm Saturn wie 4 zu 5. Es iſt alſo bey'm ♂, a — 1 : a + 1 = 1 : 5, d. i. a + 1 = 5 a — 5, oder 4 a = 6 und a = $\frac{3}{2}$; bey'm ♃ iſt a — 1 : a + 1 = 2 : 3, woraus a = 5 folgt; bey'm ♄ endlich iſt a — 1 : a + 1 = 4 : 5, und das gibt a = 9: woraus obige Anordnung der Planeten folgt. 22. Fig.

§. 109. Es ſey nun (22. Fig.) die Sonne in S der gemeinſchaftliche Mittelpunkt der Bahnen der Erde T t und eines obern Planeten z. B. des Mars M m N: die Erde ſey in T, Mars in N in ☍ mit der Sonne, und erſtre rücke in einem Tage von T nach t, letztrer von N nach n, beyde rechtgängig: ſo wird Mars am Tage der ☍, von der Erde aus in der Linie T N oder u N erſcheinen, am folgenden Tage aber in der Linie t n oder u n: ſeine geozentriſche Bewegung iſt alſo rechtgängig um den Winkel N u n. Wenn aber Mars in M in ☌ iſt, und in einem Tage den Bogen M m beſchreibt, indeß die Erde nach t fort rückt, ſo erſcheint er am erſten Tage in der Richtung T M, am zweyten in der Richtung t m, wel- Erklärung der erſten und zweyten Ungleichheit durch daſſelbe.

che nach der rechten Seite von TM abweicht, weil Mars sich langsamer bewegt als die Erde: seine geozentrische Bewegung ist also rückgängig. Zwischen der ♂ und der ♃ muß sich eine solche Lage der Erde E und des Mars L finden, daß wenn man wider die täglichen Bogen Ee = Tt und Ll = Mm nimt, die Linien EL, el, parallel werden: denn da die Linie el in der ♂ links, in der ♃ aber rechts von EL fiel, so muß sie nothwendig durch eine Lage gegangen seyn, wo sie weder das eine noch das andre that, also parallel mit EL war. In diesem Augenblick scheint der Planet still zu stehn.

Bey den untern Planeten erklärt sich alles auf die nämliche Art, wenn man die Erde in M, Venus in T annimt. In der untern ♂ steht die Erde und Venus am ersten Tage in M und T, am zweyten in m und t: da nun mt rechts von MT abweicht, so scheint Venus nach der rechten Seite zu gehn, oder eine rückgängige Bewegung zu haben. In der obern ♂, wenn die Erde Nn, Venus Tt durchläuft, ist es umgekehrt: der Planet erscheint am ersten und zweyten Tage in den Richtungen NT, nt, und die letztre weicht offenbar nach der linken Seite ab; folglich ist die geozentrische Bewegung des Planeten rechtgängig. Zwischen beyde fällt, wie vorhin, der Stillstand in Ee und Ll.

Diese allgemeine Erklärung der oben erzählten Phänome: ne (§. 99. 100.) kann hier genügen, da die nach dem Kopernikanischen System in den astronomischen Ephemeriden berechneten rechtgängigen und rückgängigen Bewegungen der Planeten, durch ihre genaue Uebereinstimmung mit dem Himmel, tägliche Beweise von der Richtigkeit dieser Hypothese geben.

Zur Erklärung der ersten Ungleichheit behielt Kopernik den ekzentrischen Kreis bey, welcher im allgemeinen der Sache Genüge thut (§. 105.), und unten ausführlich untersucht wird.

Gründe für das Kopernikanische System.

§. 110. Das wodurch sich das Kopernikanische System von allen andern unterscheidet, ist die tägliche und jährliche Bewegung der Erde. Die vornehmsten Beweise für dieses System sind also in dem 1. und 2. Kapitel dieses Abschnitts enthalten. Daß aber nicht die Erde allein, sondern alle andre Planeten um die Sonne laufen, ist (§. 107.) hinlänglich dargethan, und wird am stärksten durch die vollkommene Harmonie zwischen dieser Hypothese und den Beobachtungen bewiesen, die sich zeigen wird, wenn wir zur Bestimmung der Planeten-Bahnen kommen. Nur noch einige allgemeine Bemerkungen werden hier nicht überflüssig seyn. Das Ptolemäische System ist eigentlich aus so vielen verschiedenen Systemen, als es Planeten gibt, zusammen geflickt. Keine Einheit findet hier statt, weder des Mittelpunkts, noch der treibenden Kraft, noch des Gesetzes der Bewegung. Der eigentliche Zentralpunkt der Bewegung jedes Planeten ist der Mittelpunkt des Epizykels, und jeder Planet hat seinen besondern Epizykel: jeder muß also auch durch eine besondre Kraft getrieben werden. Alle diese verschiednen Systeme haben im Grunde gar kein Vereinigungsband: denn nicht einmal die ekzentrischen Kreise haben einen gemeinschaftlichen Zentralpunkt in der Erde, sondern jeder hat einen andern Mittelpunkt C oder F (19. Fig. §. 105.), der von der Erde T verschieden ist. Selbst die Gesetze der Bewegung sind fast bey jeder Planeten-Bahn verschieden: bey der Sonne ist es der ekzentrische Kreis mit einfacher Ekzentrizität C T, bey'm Monde wird die doppelte Ekzentrizität TF nöthig, bey den Planeten kömmt der Epizykel hinzu, und bey'm Merkur sogar ein neuer Kreis den der Mittelpunkt F beschreibt. Nach Kopernik aber haben alle Planeten-Bahnen einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt, die Sonne, alle werden durch eine Kraft nach der Sonne getrieben, alle endlich folgen, wie Kepler gezeigt hat, demselben einfachen Gesetze der Bewegung. Das Kopernikanische System ist daher für alle Planeten dasselbe und ein Ganzes,

19. Fig.

es ist das einzige wahre, wenn ich so sagen darf, nicht egoistische sondern kosmopolitische Welt-System.

Die große innre Wahrscheinlichkeit dieses Systems, und der Kontrast des Ptolemäischen, läst sich nicht schöner ausdrücken, als mit des ehrwürdigen Kopernik eigenen Worten, die er im Alter von 70 Jahren schrieb, nachdem er sein ganz ausgearbeitetes Werk 36 Jahre überdacht hatte, ehr er es dem Druck übergab. In der Vorrede an den Papst Paul III. (*) sagt Kopernik (**): „Mich hat zu dieser „neuen Erklärung nichts anders bewogen, als die Bemerkung, „daß die alten Mathematiker selbst mit einander nicht über„ein stimmen. Einige gebrauchten bloß ekzentrische Kreise, „andre überdem Epizykel; und doch konnten sie nicht alles da„durch erklären. Vorzüglich aber konnten sie keine Symmetrie „der verschiedenen Theile hervor bringen, sondern es ging ih„nen wie einem, der Hände, Füße, Kopf und andre Glieder, „die alle vortreflich gemalt sind, aber zu verschiednen Gemäl„den gehören, zusammen rafft, und daraus ein Ungeheuer, „aber kein menschliches Bild zusammen setzt. Es verdroß „mich, daß die Philosophen, die die geringsten Gegenstände „auf der Erde selbst so sorgfältig untersucht haben, keine rich„tigen und gründlichen Kenntnisse von der Welt-Maschine „haben solten, die doch von dem gütigsten und weisesten „Werkmeister unserthalben gebaut ist. Ich versuchte also die „schon von vielen alten Philosophen angenommene Bewegung „der Erde, und fand, daß alsdenn nicht nur alle Phänomene „nothwendig daraus folgen, sondern auch die Lage und Größe „der Bahnen so zu einem Ganzen verbunden wird, daß in

---

(*) Den durch die Verfolgung der Reformation, und die Zusammenberufung des Tridentinischen Konziliums so berühmten Alexander Farnese.

(**) De revolutionibus orbium coelestium. Praefat.

„keinem Theile etwas verſetzt oder geändert werden kann, ohne „das Ganze zu verwirren. — Solte es Leute geben, die „ſich unterfangen, über Mathematik, von der ſie nichts ver„ſtehen, zu urtheilen, und mich wegen irgend einer verdrehten „Stelle der heil. Schrift antaſten, ſo verachte ich ihr Urtheil: „Mathematik wird nur für Mathematiker geſchrieben.“

Im 10. Kap. des 1. Buchs beſchreibt er ſeine Anordnung der Planeten-Bahnen durch eine Zeichnung, die in unſrer 21. Figur kopirt iſt, und ſagt am Ende: „In der „Mitte des Ganzen thront die Sonne: denn wer wolte in „dieſem ſchönſten der Tempel jene Leuchte an einem beſſern „Orte aufhängen, als da, von wo ſie das Ganze erleuchten „kann? So beherrſcht die Sonne von ihrem königlichen „Thron ihre herum irrende Stern-Familie. Durch dieſe „Anordnung habe ich eine bewundernswürdige Symmetrie der „Welt gefunden, und eine auf Gewißheit gegründete harmo„niſche Verbindung der Bahnen, ihrer Bewegung und Größe „nach, die ſich auf keine andre Art finden läſt“ (*).

Das Tychoniſche Syſtem.

§. 111. Tycho de Brahe, einer der gröſten Aſtronomen ſeiner und aller Zeiten, war durch Kopernikś Gründe und ſeine eignen Beobachtungen vollkommen überzeugt, daß die Sonne, und nicht die Erde, der Mittelpunkt aller Planeten-Bahnen ſey; aber er konnte ſich, entweder aus Ehrfurcht für einige mißverſtandene Stellen der Bibel, oder weil Eiferſucht ihm nicht erlaubte, Kopernik in allem Recht zu geben, oder endlich um die Eitelkeit zu befriedigen, ein neues Syſtem erfunden zu haben, wodurch die theologiſchen Ein-

---

(*) *De revolut. orb. coel. ed. Basil. 1566. pag. 9. vers.* „In medio „vero omnium residet Sol. Quis enim in hoc pulcherrimo tem„plo lampadem hanc in alio vel meliori loco poneret, quam un„de totum simul possit illuminare? Ita profecto tanquam in „solio regali Sol residens circumagentem gubernat Astrorum fa„miliam. etc.“

würfe gegen das Kopernikanische, die damals vom grösten Gewicht waren, gehoben würden — denn die physischen Gründe die er anführt, können ihm wol selbst nicht anders als höchst schwach geschienen haben — kurz, er konnte sich nicht entschliessen, die Bewegung der Erde zu zu geben. Er ließ also ☿, ♀, ♂, ♃, ♄, um die Sonne, aber zugleich mit der Sonne um die im Mittelpunkt ruhende Erde laufen; und zwar mit dem Unterschiede, daß die Bahnen der untern Planeten kleiner als die Sonnen-Bahn sind, folglich zwischen der Sonne und der Erde (wozu die Mond-Bahn gerechnet wird) fallen, die der obern Planeten aber die Erde und die Mond-Bahn ein-
23. Fig. schließen, wie die 23. Figur zeigt. Das Tychonische System war also ein großer Schrit vom Ptolemäischen zum Kopernikanischen, und erklärt alle Erscheinungen astronomisch: denn es unterscheidet sich vom letztern bloß durch die Bewegung der Sonne, die alles eben so gut erklärt (§. 59. 73.). Tycho würde sich also dadurch einen unsterblichen Namen gemacht haben, wenn er vor Kopernik gelebt hätte: denn allen astronomischen Gründen hatte er Genüge gethan, nur die damals noch unbekannten physischen Gründe waren gegen ihn. Allein nachdem Kopernik schon den weit größern Schrit auch gethan hatte, nachdem er durch die Bewegung der Erde die vollkommenste Einfachheit und Einförmigkeit in das Ganze gebracht hatte, besonders aber, nachdem die Bewegung der Erde durch astronomische und physische Gründe außer Zweifel gesetzt ist, würde das Tychonische System längst in Vergessenheit begraben seyn, wenn es nicht wegen des Namens des Erfinders, als eine ehrwürdige Ruine, Achtung verdiente.

Dritter Abschnitt.

Von den wahren Bewegungen der Planeten.

Erstes Kapitel.

Theorie des ekzentrischen Kreises.

Inhalt des Abschnitts.

§. 112. Wer Gefühl für den hohen Genuß, und für die jedem Menschenfreunde so angenehme Unterhaltung hat, dem Gange nachzuspüren, den die Kultur des menschlichen Geistes genommen hat, der kann dieses Vergnügen schwerlich in vollerem Maaße genießen, als durch das Studium der Astronomie. Hier zeigt sich, mit welchen Schwierigkeiten der menschliche Geist zu kämpfen hatte, durch was für Dornenpfade er sich durcharbeiten muste, wie oft er die gerade Straße, die zum Tempel der Wahrheit zu führen schien, verließ, um durch weite Umwege dahin zu gelangen: hier sieht man, wie oft ein kleiner Umstand, oder eine besondre zufällig scheinende Einrichtung der Natur, unsern Untersuchungen eine Richtung gab, die für die Art und den Grad unsrer Aufklärung auf immer entschied. Aber mit froher Zufriedenheit bemerkt man auch, daß jede Anstrengung Schwierigkeiten zu überwinden, neue Kräfte unsrer Sele erweckte; daß der Mensch aus den Dornen, durch die er sich mit geduldiger Vorsicht hindurch gewunden hatte, unverwundet und gestärkt heraus trat; daß jede Ausschweifung von der geraden Bahn, zwar auf längerem aber auf leichterem Wege zum Ziele führte, und manche Neben-

Aussicht ins Innre des Landes eröffnete, die in der Folge von großem Nutzen war; daß endlich das was uns Zufall schien, eine höchst weise oder wenigstens glückliche Einrichtung war, unserm Zustande mehr als jede andre angemessen. Man glaubt die Natur zu sehen, wie sie gleich einer gütigen Mutter das Kind am Gängelbande leitet, ihm manche Blume am Wege zu pflücken erlaubt, ihm nicht wehrt, rechts und links einem Schmetterlinge nach zu laufen, aber es auf jedem Schritte mit zärtlicher Sorgfalt vor Gefahren schützt, und trotz manchem kleinen Fehltrit endlich, wiewol langsam doch sicher zur Heimath führt.

Zu solchen Betrachtungen gibt besonders die Art Anlaß, wie man zur Kenntniß von der wahren Bewegung der Weltkörper gelangt ist. Bisher haben wir von den Planeten-Bahnen nichts weiter als ihren Mittelpunkt, oder den wahren Gesichtspunkt kennen gelernt, aus dem sie betrachtet werden müssen. Allein noch ist eine Menge Fragen zu beantworten, ehr wir uns einer gründlichen Kenntniß von den himmlischen Bewegungen rühmen können. Wir wissen, daß alle Planeten um die Sonne laufen; allein sind es Kreise, oder was für krumme Linien sind es, die die Planeten um diesen gemeinschaftlichen Zentral-Körper beschreiben? Die ersten Beobachtungen zeigen, daß die Bewegung der Planeten nicht gleichförmig ist; entsteht dies aber bloß daraus, daß die Erde oder die Sonne sich nicht im Mittelpunkt befindet, oder ist die Bewegung an sich ungleichförmig? und im letztern Falle, ist sie ganz unregelmäßig, oder welches Gesetz liegt dabey zum Grunde? Es ist ausgemacht, daß die entfernteren Planeten mehr Zeit zu einem Umlauf brauchen, als die nähern; aber nach welchem Verhältniß hängt die Geschwindigkeit von der Entfernung ab, oder findet gar kein bestimmtes Verhältniß dazwischen statt? Kürzer lassen sich diese Fragen so ausdrücken. Was für krumme Linien beschreiben die Planeten um die Sonne? Nach welchem allgemeinen Gesetz durchläuft jeder Planet seine Bahn?

Welches Verhältniß findet zwischen den verschiedenen Bahnen in Ansehung der Umlaufs-Zeit und der Entfernung statt? Die Antwort auf diese drey Fragen, die die Sternkunde Kep-lers Genie zu danken hat, macht den Gegenstand dieses Abschnitts, und den Haupt-Inhalt der ganzen theorischen Astronomie aus.

Gang der Untersuchungen.

§. 113. Die längst bekannten Ungleichheiten in der Bewegung der Sonne erklärte Ptolemäus durch den ekzentrischen Kreis, wobey es ihm bloß darum zu thun war, das schnellere oder langsamere Fortrücken der Sonne am Himmel darzustellen, nicht aber die Aendrungen ihrer Entfernung: denn obgleich sich auch diese nach der Natur des Kreises ändert, außer dessen Mittelpunkt die Erde sich befindet, so konnte die Hypothese doch von dieser Seite nicht mit den Beobachtungen verglichen werden, weil die Sonnen-Parallaxe für die damaligen Beobachtungen unmerklich war. Da also die Länge der Sonne, oder ihr Ort an der Sphäre, durch den ekzentrischen Kreis auf eine damals völlig befriedigende Art dargestellt ward, so behielt Kopernik und Kepler diese Hypothese nicht allein bey der Sonne bey, sondern auch mit gehöriger Aendrung bey den übrigen Planeten. Kepler bediente sich aber des ekzentrischen Kreises nicht allein zur Berechnung der Länge der Sonne, sondern auch ihrer Entfernung, und erhielt hiedurch eine bekannte Größe mehr, womit er die Berechnung der Planeten-Beobachtungen unternehmen, oder ihren geozentrischen Ort auf den heliozentrischen bringen konnte. Da die Sonnen-Bahn glücklicherweise so wenig vom Kreise abweicht, daß der Irrthum der bey der Hypothese des ekzentrischen Kreises begangen ward, für die damaligen Beobachtungen nicht merklich war, so waren die daraus hergeleiteten Entfernungen der Sonne von der Erde richtig genug, um daraus die Entfernung des Mars, mit dem sich Kepler vorzüglich beschäftigte, genau zu berechnen; und eben so glücklich war der Zufall, daß die Mars-Bahn wider so sehr vom Kreise abweicht, daß der Un-

terschied zwischen jenen berechneten Entfernungen des Mars von der Sonne, und den aus seinem ekzentrischen Kreise hergeleiteten, auffallend genug war, um Keplern diese ganze Hypothese verdächtig zu machen. Nachdem er endlich, nach unzähligen Versuchen, statt des Kreises eine andre krumme Linie gefunden hatte, die mit allen Beobachtungen des Mars, sowol in der Länge als der Entfernung, vollkommen überein stimmte, so gebrauchte er die dadurch bekannten genauen Entfernungen des Mars widerum zur Berechnung der Entfernung der Sonne, die auf diese Art genauer gefunden ward, als es durch die damaligen Beobachtungen möglich wär. So fand Kepler zugleich die wahren Bahnen des Mars und der Sonne, eine durch die andre; und so war der Weg zur Entdeckung der wahren Bahnen aller Himmels-Körper gebahnt.

Man weiß in der That nicht, was mehr Bewundrung verdient, der günstige Zufall, oder das Genie Keplers, das diesen Zufall so zu benutzen wuste. Die Sonne ist für uns und die Bewohner aller übrigen Planeten, nicht bloß physisch betrachtet der wichtigste aller Weltkörper, sondern auch astronomisch; nicht bloß weil wir ihr Licht und Wärme, und alle die unzähligen Freuden des Lebens verdanken, die aus beyden entspringen, sondern auch weil sie für jeden Planeten der einzige Weltkörper ist, der um ihn als den Mittelpunkt seine Bewegung zu verrichten scheint. Die bloßen geozentrischen Beobachtungen der Sonne bestimmen unmittelbar ihren Lauf an der Sphäre, oder ihre wahre Länge; und gleich als hätte die Natur uns die ersten Untersuchungen erleichtern wollen, um uns nicht durch zu große Schwierigkeiten abzuschrecken, ist die Bahn der Sonne so regelmäßig, daß eine sehr einfache Hypothese alles erklärt. Von der andern Seite hatte der einzige Planet, von dem der Fleiß und die Geschicklichkeit Tycho's genaue Beobachtungen lieferte, eine vom Kreise so sehr abweichende Bewegung, daß Kepler gezwungen war, eine andre krumme Linie für ihn zu suchen, da er sich sonst, wenn Tycho statt

des Mars den Jupiter oder die Venus mit eben der Sorgfalt beobachtet hätte, wahrscheinlich mit dem ekzentrischen Kreise befriedigt, und die etwanigen kleinen Abweichungen auf Rechnung der Beobachtungs-Fehler gesetzt haben würde.

Kepler legte sich bey seinen Untersuchungen folgende drey Fragen vor: 1) Scheint die Bewegung nur ungleichförmig, weil die Sonne sich nicht im Mittelpunkt des Kreises befindet? oder 2) durchläuft der Planet seinen Kreis wirklich mit ungleicher Geschwindigkeit? oder endlich 3) beschreibt er gar keinen Kreis, sondern eine andre krumme Linie? Er unterwarf jede dieser Fragen, eine nach der andern, der strengsten Untersuchung, und fand, daß sie alle drey bejahet werden müssen, daß nämlich die Sonne nicht im Mittelpunkt der Bahn sey, daß die Bewegung an sich ungleichförmig, und daß die Bahn kein Kreis sey.

Dieser kurze Entwurf war nöthig, um die Ordnung anzuzeigen, der auch wir in diesem Werke folgen müssen. Den Anfang muß die Theorie des ekzentrischen Kreises, und die Bestimmung der Sonnen-Bahn durch dieselbe machen. Dann müssen die Methoden erklärt werden, wodurch Kepler aus geozentrischen Beobachtungen der Planeten ihre heliozentrische Lage und Entfernung herleitete, und durch die Vergleichung derselben mit dem ekzentrischen Kreise zur Entdeckung der wahren Bewegung, oder der so genannten Keplerschen Gesetze gelangte. Den Beschluß macht die Entwicklung dieser Gesetze, und die Bestimmung aller Planeten-Bahnen nach der Keplerschen Theorie.

Ekzentrischer Kreis mit einfacher Ekzentrizität.

24. Fig.

§. 114. Es sey (24. Fig.) ABPD der ekzentrische Kreis um den Mittelpunkt C, und die Sonne, oder wenn von der Sonnen-Bahn die Rede ist, die Erde sey in T: so ist die Bewegung gleichförmig, bey der Sonne um C, bey den Planeten aber um einen Punkt auf der andern Seite von C (§. 105.); erstres nennt man die einfache Ekzentrizität, letztres die doppelte. Die Entfernung des Zentral-Körpers

Ekzentrizität. vom Mittelpunkt, CT, heist die Ekzentrizität, der Durchmes-
Apsiden. ser AP in dem sie liegt, die Apsiden-Linie (*). Nach der Natur des Kreises ist nämlich unter allen Linien TA, TS, TP, die sich von T nach der Peripherie ziehen lassen, TA die gröste, TP die kleinste, und die Entfernungen TS, nehmen von A bis P immerfort ab, und von P bis A zu: denn im Dreyeck CST bleiben die Seiten CS, CT, immer die nämlichen; die dritte Seite TS muß also desto kleiner werden, je kleiner der Winkel TCS wird, d. h. je mehr sich S dem Punkt P nähert (§. 25. n. 8.). Man nennt daher den von der Erde oder der Sonne entferntesten Punkt A die Erdferne, Sonnenferne (*apogeum, aphelium, summa apsis*), und den nächsten Punkt P die Erdnähe, Sonnennähe (*perigeum, perihelium, infima apsis*). In jedem Punkt S wo die Sonne sich befindet, scheint sie von der Erde T aus in der Linie TS, vom Mittelpunkt C aber, um den die Bewegung gleichförmig ist, in der Linie CS. Jede gleichförmige Bewegung heist in der Astronomie die mittlere, so wie der Ort den der Weltkörper nach dieser gleichförmigen Bewegung einnimt, der mittlere genannt wird. Der mittlere Ort oder die mittlere Länge der Sonne wird also durch die Linie CS, so wie die wahre Länge durch TS bestimmt: beyder Unterschied ist der Winkel CST, weil der äußre Winkel ACS der Summe der beyden innern CTS+CST gleich ist (Sph. §. 15. n. 7.); er heist die

Gleichung des Mittelpunkts. Gleichung des Mittelpunkts (*aequatio centri*). Man führe nun den Punkt S nebst den beyden Linien CS, TS, durch die ganze Peripherie des Kreises, so ist offenbar, daß der Winkel CST, so wie sich S von A entfernt, immer gröser wird, bis in die Gegend von B, wo er abzunehmen anfängt, und dann von P bis D wider zu, von D bis A aber abnimt. In A und P verschwindet der Winkel ganz, weil

---

(*) ἁφὶς, Krümmung, Gewölbe, von ἅπτω, binden, zusammenfügen.

beyde Linien CA, TA oder CP, TP, zusammen fallen; zieht man aber BTD auf die Apsidenlinie senkrecht, so sind B, D, die Punkte, wo die Gleichung des Mittelpunkts CDT grösser ist als jede andre CST.

Da also die Gleichung sowol als die Entfernung in jedem Punkt S von der Lage dieses Punkts gegen die Apsiden abhängt, so muß auch diese Lage bey der Berechnung als Argument in allen astronomischen Tafeln zum Grunde liegen. Man zählt von der Sonnenferne A nach der Ordnung der Zeichen ASBPDA bis 360° fort, und nennt die Entfernung S des Planeten von der Sonnenferne seine Anomalie, weil sie der Grund aller Anomalien ist. Dieser Winkel kann gleich der Länge auf doppelte Art gerechnet werden, nämlich nach der mittlern und wahren Bewegung: man nennt daher den Winkel ACS die mittlere, und ATS die wahre Anomalie. Erstre nimt gleichförmig zu, letztre ungleichförmig: der Unterschied zwischen beyden ist ebenfalls die Gleichung des Mittelpunkts CST; und zwar ist in den ersten 180° der Anomalie ABP, die mittlere Anomalie und Länge immer grösser als die wahre, in den letztern 180° aber (PDA) ist die wahre (180° + PTD) grösser als die mittlere (180° + PCD). Nennt man also die mittlere Anomalie μ, die wahre υ, und die Gleichung des Mittelpunkts φ, so ist im ersten Halbkreise $\upsilon = \mu - \varphi$, im letztern $\upsilon = \mu + \varphi$. Anomalie.

Aus der mittlern Anomalie μ läst sich alles übrige leicht berechnen. Man kennt nämlich im Dreyeck CST den Halbmesser des ekzentrischen Kreises CS, die Ekzentrizität CT, und den eingeschlossenen Winkel $SCT = 180° - \mu$, woraus man sowol die wahre Anomalie CTS und Gleichung des Mittelpunkts CST, als die wahre Entfernung TS, die der Radius Vektor genannt wird, trigonometrisch berechnet. Radius Vektor.

Da in den Apsiden A und P die mittlere Anomalie der wahren gleich, im ersten Halbkreise ABP aber grösser, im letztern PDA kleiner ist, so muß von A an die mittlere Anoma-

lie schneller zunehmen als die wahre, die mittlere Bewegung oder Geschwindigkeit muß von A an größer seyn als die wahre, und zwar so lange, als der Ueberschuß der mittlern Anomalie über die wahre, oder die Gleichung C S T noch wächst, also bis B. Nun nimt dieser Ueberschuß wider ab, welches beweist, daß nun die wahre Geschwindigkeit größer wird als die mittlere, daß also in B beyde gleich waren. Im andern Halbkreise erfolgt alles in verkehrter Ordnung. Von P bis D ist die wahre Geschwindigkeit größer als die mittlere, von D bis A kleiner. Es folgt hieraus zugleich, daß die wahre Geschwindigkeit von A bis P zu, von P bis A abnimt, also in A den kleinsten, in P den grösten Werth hat: welches auch daraus erhellt, daß die sich immer gleichen Kreisbogen A S, die die mittlere Bewegung vorstellen, in T unter desto größeren Winkeln erscheinen, je näher sie T kommen.

Die Ptolemäische Bestimmung der Apsidenlinie.

§. 115. Auf welche Art nicht allein die mittlere Bewegung der Sonne für jede Zeit aus der Länge des Jahres, sondern auch ihre mittlere Länge aus der Epoche gefunden werde, ist oben ausführlich erklärt (Sph. §. 95 — 103.). Dies gibt zugleich die wahre Länge, wenn man die Gleichung des Mittelpunkts in den ersten 180° der Anomalie von der mittlern Länge subtrahirt, in den letzten 180° aber dazu addirt (§. 114.); und diese Gleichung, so wie der Radius Vektor, wird aus der mittlern Anomalie A C S trigonometrisch berechnet (§. 114.), welche nichts anders ist als die mittlere Länge der Sonne ♈ C S weniger der Länge der Erdferne ♈ C A. Man sieht also, daß alles darauf ankömmt, die Länge der Erdferne, oder die Lage der Apsiden gegen den Aequinoktialpunkt ♈, nebst der Ekzentrizität zu kennen. Die Methode der sich Ptolemäus und Kopernik hiezu bedienten, läst sich durch ein Beyspiel am deutlichsten machen (*).

(*) *Ptolem. Almag.* III. 4. *Copern. de revol. orb. coelest.* III. 16.

Die Erde T (25. Fig.) befindet sich im Mittelpunkt der Sphäre ♈♋♎♑, aber nicht im Mittelpunkt der Sonnenbahn ADPEB. Die Sonne durchläuft also während des Frühlings-Vierteljahrs ♈♋ den Bogen ihrer Bahn BAD, im Sommer ♋♎ den Bogen DF, im Herbst ♎♑ den Bogen FPE, und im Winter ♑♈ den Bogen EB. Alle diese Bogen müssen von verschiedener Größe seyn, weil T nicht der Mittelpunkt ist, und zwar im Verhältniß der auf jede Jahrszeit zugebrachten Zeiten, weil die Bewegung der Sonne im Kreise ADPEB um den Mittelpunkt gleichförmig angenommen wird. Nun fand Ptolemäus aus seiner und Hipparchs Beobachtungen, daß die Sonne von der Frühlings-Nachtgleiche bis zum Sommer-Solstitz $94\frac{1}{2}$ Tage zubrachte, von da bis zur Herbst-Nachtgleiche $92\frac{1}{2}$ Tage, und auf den übrigen Theil des Jahrs $178\frac{1}{4}$ Tage. Die Bogen BAD und DF verhielten sich also wie $94\frac{1}{2}$ zu $92\frac{1}{2}$, und die Bogen BADF und FEB wie 187 zu $178\frac{1}{4}$. Da also BDF größer als FEB war, so muste der Mittelpunkt C der Sonnenbahn links von ♈♎ oder BF liegen; und da BAD größer als DF war, so muste C oberhalb ♋♑ oder DE, folglich im Quadranten ♈T♋ liegen. Die ganze Sonnenbahn von 360° wird in $365\frac{1}{4}$ Tagen durchlaufen. Theilt man also 360° in die den Zeiten proportionalen Bogen, so erhält man folgende Proportionen: $365\frac{1}{4} : 94\frac{1}{2} = 360° : BAD$, und $365\frac{1}{4} : 92\frac{1}{2} = 360° : DF$. Dies gibt den Bogen BAD oder den Winkel $BCD = 93° 8\frac{1}{2}'$, den Bogen DF oder den Winkel $DCF = 91° 10'$, beyder Summe $BADF = 184° 18\frac{1}{2}'$, und den Rest $FEB = 175° 41\frac{1}{2}'$. Denkt man sich nun durch C die Linien bCG und dCH mit ♈♎ und ♋♑ parallel, so ist bCd ein rechter Winkel, und d ist die Mitte des Bogens BADF, weil dCH auf BF senkrecht steht: man hat also $bAd = 90°$, $BAd = \frac{1}{2}BADF = 92° 9\frac{1}{4}'$, Bb oder $BCb = Bd - 90° = 2° 9\frac{1}{4}'$ und dD oder $dCD = BAD - BAd = 93° 8\frac{1}{2}' - 92° 9\frac{1}{4}' = 59\frac{1}{4}'$. Nun ist $CBH = BCb$ und

25. Fig.

CDG = DCd (Sph. §. 15. n. 6.): nennt man also den Halbmesser des ekzentrischen Kreises CB = CA = CD = a und die Ekzentrizität CT = c (§. 114.), so hat man in den rechtwinklichten Dreyecken CHB und CGD, CH = CB. sin CBH und CG = CD. sin CDG (§. 25. n. 6. 3. 4)), d. i. CH = a. sin 2° 9¼′ und CG = a. sin 59¼′; und die trigonometrischen Tafeln geben CH = a. 0,0376 und CG oder HT = a. 0,0172. Nun hat man im Dreyeck CHT (§. 25. n. 6. 6)) tang $CTH = \frac{CH}{HT} = \frac{0,0376}{0,0172} = \frac{376}{172} = 2,186$; für welche Tangente man in den Tafeln CTH = 65° 25′ findet, welches mit der Länge der Sonnenferne ♈TA einerley ist. Dies gibt in eben dem Dreyeck zugleich (§. 25. n. 6. 5)) die Ekzentrizität $c = CT = \frac{CH}{sin\ CTH} = \frac{a.0,0376}{0,90936} = a.0,0414$: wodurch nun alle Elemente die den ekzentrischen Kreis bestimmen, gegeben sind, nämlich die Lage der Apsidenlinie durch die Länge der Erdferne = 65° 25′, und das Verhältniß der Ekzentrizität zum Halbmesser des Kreises wie 0,0414 zu 1.

Keplers Methode.

§. 116. Eine weit genauere Methode, und noch jetzt die genaueste zur Bestimmung der Apsidenlinie der Sonnenbahn, ist eine der vielen Erfindungen Keplers. Da jeder Kreis nur durch einen Durchmesser in zwey gleiche Hälften
24. Fig. getheilt werden kann, so wird eine Linie durch T (24. Fig.) nur dann die Sonnenbahn so eintheilen, wenn sie durch den Mittelpunkt C geht, also mit der Apsidenlinie AP einerley ist. Jede andre Linie STV, BTD, theilt die Bahn in zwey Theile, die desto ungleicher sind, je weiter die Linie STV sich von der Apsidenlinie entfernt, und zwar so, daß die Erdferne A immer in die größere Hälfte, die Erdnähe P aber in die kleinere fällt. Aus eben dem Grunde werden die beyden Bogen, in welche die Sonnenbahn durch eine gerade Linie aus T getheilt wird, nur dann von der Sonne in gleichen Zeiten durchlaufen werden, wenn diese Linie die Apsidenlinie selbst ist; in jedem andern Falle wird der Bogen VAS in

dem die Erdferne liegt, obgleich V und S in T 180° von einander entfernt scheinen, in größerer Zeit durchlaufen, als der andre Bogen S P V. Wenn demnach die Sonne im Lauf eines Jahres täglich beobachtet ist, und man alle beobachtete Längen die 180° von einander entfernt sind, wie S und V, E und F, B und D, G und H, ꝛc. mit den Zwischenzeiten vergleicht, so wird man bald die Lage der Apsiden A P entdecken. Je größer nämlich der Unterschied der Zeiten von S bis V und von V bis S ist, desto weiter liegen die Punkte S, V, von den Apsiden. Finden sich wirklich darunter zwey Beobachtungen wie A und P, wo die Zwischenzeit genau ein halbes Jahr war, so können dieses keine andern Punkte seyn als die Apsiden, deren Lage also unmittelbar beobachtet ist. Finden sich zwey Beobachtungen wie B und D, wo der Unterschied der Zeiten durch B P D und D A B am allergrösten war, so können dies keine andern Punkte als die der mittlern Geschwindigkeit B, D, seyn (§. 114.), und die Lage der Apsidenlinie ist unmittelbar beobachtet, weil sie die Linie B D senkrecht schneidet. Finden sich zwey Beobachtungen E, F, wo der Unterschied der Zeiten durch E P F und F A E genau eben so groß ist, als bey zwey andern Beobachtungen G, H, so haben die Linien E F und G H gleiche Entfernungen von der Apsidenlinie, die also in die Mitte zwischen beyden in A P fällt, so daß H A = A E ist. Findet endlich keiner von allen diesen Fällen statt, so nimt man diejenigen zwey Beobachtungen S, V, wo der Unterschied der Zwischenzeiten am kleinsten ist, die also der Apsidenlinie am nächsten liegen. Wenn nun auch gleich beyde Beobachtungen S, V, nicht genau 180° von einander entfernt sind, sondern die eine in v gemacht ist, so kann man doch, da die Sonne täglich beobachtet ist, durch ihre täglichen Bewegungen in S und v, sowol v auf den Punkt V der S gerade gegenüber liegt, als beyde, S und V, auf die Apsiden A, P, reduziren, indem man S und V immer um gleich viel verrückt, so daß sie immer um 180° entfernt

bleiben, zugleich aber die Zeiten der Beobachtungen, nach dem Verhältniß der täglichen Bewegungen in S und V, und des Bogens um den sie verrückt sind, ändert, bis die Zwischenzeit genau einem halben Jahr gleich ist: da dann die so geänderte Beobachtung in S nicht allein die Länge der Erdferne, sondern auch die Zeit des Durchgangs der Sonne durch dieselbe gibt.

Bewegung der Apsiden.

§. 117. Ptolemäus fand die Länge der Erdferne $= 65^\circ 25'$ (§. 115.), in unsern Zeiten ist sie $= 99\frac{2}{3}^\circ$: dies beweist offenbar, daß ihre Länge zunimt. Ob dies nun eine bloße Folge des Zurückweichens der Aequinoktialpunkte, oder eine wirkliche Bewegung der Apsidenlinie sey, ließ sich nur durch die genaueren Beobachtungen der Neuern entscheiden; und es hat sich gefunden, daß die Länge der Apsiden in 100 Jahren um $1^\circ 49' 25''$, in einem Jahr also um $65'',65$ zunimt: woraus folgt, daß die Apsidenlinie wirklich fort rückt, und eine rechtgängige jährliche Bewegung von $15'',4$ hat, welche mit dem jährlichen Zurückweichen der Aequinoktialpunkte von $50'',25$ jene $65'',65$ ausmachen. Die Zeit von einem Durchgange der Sonne durch die Erdferne bis zum nächsten, wird also die Länge des tropischen Jahrs um so viel übertreffen, als die Sonne Zeit gebraucht, $65'',65$ zu durchlaufen, d. i. 26 M. 37 S. sie ist also 365 T. 6 St. $15' 25''$ (Sph. §. 97. 101.). Diese Zeit in der die Anomalie der Sonne um 360° zunimt, heist das anomalistische Jahr.

Anomalistisches Jahr.

Auf diese Art sind nun alle Elemente der Sonnenbahn bestimmt. Die Beobachtungen (§. 116.) geben die Länge der Erdferne, und die Zeit als die Sonne dadurch ging. Da nun in den Apsiden die mittlere Länge der wahren gleich ist (§. 114.), so erhält man hiedurch eine Epoche, woraus man die mittlere Länge der Sonne für jede Zeit durch bloße Addition findet (Sph. §. 103.). Aus der eben gefundenen Bewegung der Apsiden und jener Epoche, erhält man auf eben die Art für jede Zeit die Länge der Erdferne, welche von der mittlern

Länge der Sonne abgezogen, ihre mittlere Anomalie gibt, woraus vermittelſt der Ekzentrizität (§. 115.) die Gleichung des Mittelpunkts, folglich die wahre Länge der Sonne, und ihre Entfernung von der Erde in Theilen des Halbmeſſers ihrer Bahn gefunden wird (§. 114.).

Ekzentr. Kreis mit doppelter Ekzentrizität.

§. 118. Eine einzige beobachtete wahre Länge der Sonne, und ihre Vergleichung mit der für jede Zeit bekannten mittlern Länge und Erdferne, gibt den Unterſchied dieſer Winkel, alſo die Gleichung des Mittelpunkts C S T (26. Fig.) und die wahre Anomalie A T S. Man kennt alſo im Dreyeck C S T alle Winkel, woraus ſich das Verhältniß der Seiten $\frac{CT}{CS} = \frac{c}{a}$ oder die Ekzentrizität berechnen läſt. Kepler erhielt auf dieſe Art faſt in jedem Punkt der Sonnenbahn einen verſchiedenen Werth der Ekzentrizität, woraus er mit Recht ſchloß, daß bey dem vollkommneren Zuſtande der neuern Beobachtungen die einfache Ekzentrizität auch bey der Sonne, bey der allein Ptolemäus ſie angenommen hatte, nicht mehr zureichte. Er verſuchte daher auch hier die doppelte Ekzentrizität (§. 105.), und fand, daß die danach geführte Rechnung weit beſſer mit den Beobachtungen überein kam. Dieſe Hypotheſe beſteht darin, daß die Planeten oder die Sonne ſich nicht um den Mittelpunkt C, ſondern um einen Punkt F, der in der Apſidenlinie auf der andern Seite von C eben ſo entfernt iſt als die Erde T, gleichförmig bewegen, ſo daß immer in gleichen Zeiten gleiche Winkel A F S, S F G, ꝛc. beſchrieben werden. Hier iſt alſo nicht A C S ſondern A F S die mittlere Anomalie $= \mu$, A T S $= \upsilon$ bleibt die wahre Anomalie, die Gleichung des Mittelpunkts iſt alſo F S T $= \varphi$; C T $= c$ heiſt auch hier die Ekzentrizität, worunter man aber eigentlich ihr Verhältniß zum Halbmeſſer des Kreiſes C A $=$ C P $=$ C S $= a$, d. i. $\frac{c}{a}$ verſteht: es iſt alſo C F $= c$, T F $= 2c$. Hat man nun eine wahre Länge in S beobachtet, ſo findet man, wie oben, F S T $= \varphi$, A F S $= \mu$ und

26. Fig.

$ATS = v$. Man kennt also im Dreyeck FST alle Winkel, woraus das Verhältniß der Seiten FT zu TS also auch $\frac{1}{2}$FT oder $CT = c$ zu $TS = r$ berechnet wird. Nun hat man im Dreyeck CST das Verhältniß dieser Seiten c, r, und den eingeschlossenen Winkel $CTS = v$, wodurch auch das Verhältniß der dritten Seite $CS = a$ zu c, d. i. die Ekzentrität $\frac{c}{a}$ bestimmt ist. Hieraus läst sich nun für jede mittlere Anomalie $AFS = \mu$, die immer bekannt ist, die Gleichung des Mittelpunkts $FST = \varphi$, die wahre Anomalie $ATS = v$, und der Radius Vektor $TS = r$ berechnen. Man kennt nämlich im Dreyeck CSF die Seiten $CS = a$, $CF = c$, und den Winkel $CFS = 180° - \mu$, woraus man die Winkel CSF und FCS berechnet. Nun kennt man im Dreyeck CST zwey Seiten, $CS = a$, $CT = c$, und den eingeschlossenen Winkel $TCS = 180° - FCS$, woraus sich sowol die dritte Seite $TS = r$ als der Winkel CST berechnen läst, der zugleich $\varphi = CSF + CST$ gibt.

Man sieht leicht, daß hier im ganzen dieselben Umstände statt finden, wie bey der einfachen Ekzentrizität. Durch den Halbkreis ASP oder die ersten 180° der Anomalie, ist die mittlere Länge größer als die wahre, und die wahre Geschwindigkeit nimt zu; im folgenden Halbkreise ist es umgekehrt. Nur findet man die Punkte B, b, wo die wahre Geschwindigkeit der mittlern gleich ist, hier auf eine andre Art. Man sieht leicht, daß die Gleichung des Mittelpunkts FST am grösten wird, wenn S in den Punkt B oder b fällt, der über der Mitte von FT oder über C senkrecht steht: zieht man also durch den Mittelpunkt C, Bb auf die Apsidenlinie senkrecht, so sind B, b, die Punkte, wo die Gleichung am grösten, folglich die wahre Geschwindigkeit der mittleren gleich ist (§. 114.). Die wahre Geschwindigkeit ist also im Halbkreise BAb kleiner als die mittlere, im Halbkreise BPb aber größer. Im rechtwinklichten Dreyeck FbC ist $\text{tang}\, FbC = \frac{FC}{Cb} = \frac{c}{a}$

(§. 25. n. 6. 6)), woraus sich die gröste Gleichung FbT = 2. FbC ergibt.

Den Punkt D, wo der Radius Vektor TD dem Halbmesser des Kreises a gleich ist, findet man, wenn man über der Mitte von CT, ED darauf senkrecht zieht: denn nun sind die rechtwinklichten Dreyecke CED und TED gleich, weil sie zwey gleiche Katheten EC = ET und ED = ED haben: folglich sind auch die Hypothenusen gleich TD = CD = a.

Zweytes Kapitel.

Bestimmung der Planeten-Bahnen durch Beobachtungen.

Inhalt des Kapitels.

§. 119. Der Umstand, daß wir uns nicht im Mittelpunkt aller planetarischen Bewegungen befinden, hat auf die Bestimmung der Sonnenbahn keinen Einfluß: denn die Entfernung von der Erde zur Sonne ist mit der von der Sonne zur Erde einerley, und die heliozentrische Länge der Erde, oder der Ort unsers Planeten aus dem wahren Mittelpunkt seiner Bahn betrachtet, ist durch die beobachtete Länge der Sonne unmittelbar gegeben, wenn man 180° dazu addirt. Allein jetzt gehn wir von dem Zentral-Körper zu den Planeten, die gleich uns um ihn herum laufen, deren Bahnen wir bald aus diesem bald aus jenem, kurz, aus allen möglichen Gesichtspunkten betrachten, nur nicht aus dem wahren. Hier muß alle Hülfe der Geometrie aufgeboten werden, um aus dem Schein die Wahrheit herzuleiten: und mit dieser Hülfe wird die beständige Veränderung unsers Gesichtspunkts gerade ein Mittel zur bessern Uebersicht des ganzen Sonnen-Systems (§. 21.); mit dieser Hülfe bahnte sich Keplers Genie nicht

allein den Weg zur Bestimmung der wahren Bahnen der Planeten, sondern bediente sich ihrer selbst zu einer genaueren Berichtigung der Sonnenbahn. Von den weitläuftigen und verwickelten Untersuchungen und Rechnungen Keplers, die sogar den Leser ermüden, ihm aber den Mangel und das Unrecht, womit er zu kämpfen hatte, erleichterten; von den unzähligen Kunstgriffen, durch die sein Genie Schwierigkeiten ebnete, die jeden andern muthlos gemacht haben würden, und ihn aus einem Labyrinth heraus halfen, in dem so viele sich verirrt hatten; von den sinnreichen Methoden die er erfand, um Probleme aufzulösen, die für den damaligen Zustand der Geometrie zu schwer schienen — von allem dem kann hier nur ein dürftiger Auszug gegeben werden: nur die vornehmsten Methoden, wodurch die beobachteten geozentrischen Oerter der Planeten auf heliozentrische gebracht, und dadurch die wahren Bahnen bestimmt werden, machen den Inhalt dieses Kapitels aus. Wir müssen daher mit der Erklärung der Winkel und Linien anfangen, wodurch die Planetenbahn bestimmt, und der heliozentrische Ort mit dem geozentrischen in Verbindung gesetzt wird.

Vergleichung des heliozentrischen und geozentrischen Orts der Planeten.

§. 120. Wenn (27. Fig.) S♈, T♈, die aus der Sonne S und der Erde T nach dem unendlich entfernten Frühlingspunkt an der Sphäre, folglich einander parallele Linien sind, von denen alle Längen gezählt werden, so ist ♈STP die Ebne der Erdbahn oder die Ekliptik. Läst man also von einem Planeten P auf diese Ebne eine Linie PL senkrecht herab, so entstehen drey geradlinigte Dreyecke, wovon das eine TSL in der Ebne der Ekliptik liegt, die andern beyden aber, PLS, PLT, bey L rechtwinklicht sind und auf der Ekliptik senkrecht stehn: und diese Dreyecke enthalten alle Linien und Winkel, die zur Vergleichung des heliozentrischen und geozentrischen Orts eines Planeten erfodert werden. Die schon aus dem ersten Theile (Sph. §. 56.) bekannten Winkel sind, die heliozentrische Länge des Planeten ♈SL = l, heliozen-

27. Fig.

trische Breite P S L = b, geozentrische Länge ♈ T L = λ, und geozentrische Breite P T L = β. Die wahre Entfernung des Planeten von der Sonne oder der Radius Vektor ist P S = D, seine wahre Entfernung von der Erde P T = E. Das Dreyeck P L S dient, um den wahren Ort des Planeten P auf die Ekliptik zu reduziren, und L heist der auf die Ekliptik reduzirte Ort. Nachdem diese Reduktion vorgenommen ist, werden wir L statt des Planeten selbst annehmen, und nun das wichtige Dreyeck T S L betrachten, das durch die Sonne, die Erde, und den reduzirten Ort des Planeten formirt wird, und folgende Linien und Winkel enthält. S T = a ist die wahre Entfernung der Sonne von der Erde, S L = d und T L = e heißen die verkürzten Abstände des Planeten von der Sonne und der Erde; der Winkel an der Sonne T S L = γ heist die Kommutation, der Winkel an der Erde S T L = ε die Elongation, und der Winkel am Planeten S L T die jährliche Parallaxe des Planeten (*Prostaphaeresis*).

Kommutation.

Elongation.

Prostaphäresis.

Bey der Vergleichung des heliozentrischen und geozentrischen Orts treten zwey Fälle ein. Entweder sucht man aus der Theorie, aus den Tafeln, den scheinbaren Ort, oder man berechnet aus einer Beobachtung den wahren Ort: im ersten Fall ist alles heliozentrische gegeben, und das geozentrische wird gesucht; im zweyten ist es umgekehrt. Im ersten Fall ist also die heliozentrische Länge, Breite und Entfernung des Planeten, l, b, D, gegeben, ferner aus den Sonnen-Tafeln die Entfernung und Länge der Sonne, a und ♈ T S = ☉, welche zugleich ♈ S T = 180° − ☉ giebt: hieraus erhält man zugleich T S L = ♈ S T + ♈ S L, d. i. γ = 180° − ☉ + l. Aus diesen bekannten Grösen l, b, D, a, ☉, γ, werden die geozentrischen Grösen, λ, β, E, e, trigonometrisch berechnet (S. §. 25.). Im rechtwinklichten Dreyeck P L S findet man aus S P = D und P S L = b, 1) S L = d, und P L. Nun kennt man im Dreyeck T S L zwey Seiten S T = a, S L = d, und den eingeschlossenen Winkel γ, woraus man

2) STL = ε und 3) TL = e berechnet. Dies gibt im Dreyeck PLT, wo man die beyden Katheten, e und PL, kennt, 4) PTL = β und 5) PT = E. Endlich ist ♈TL = ♈TS − LTS, d. i. 6) λ = ☉ − ε.

Im zweyten Fall ist λ, β, beobachtet, ☉, a, sind aus den Sonnen-Tafeln bekannt, und PT = E muß durch eine von den Methoden, die unten erklärt werden, gefunden seyn. Nun hat man zugleich ε = ☉ − λ, und berechnet aus λ, β, E, ε, a und ☉ wie vorhin, die heliozentrischen Größen l, b, D. Es ist nämlich im Dreyeck PLT, PT = E und PTL = β gegeben, woraus 1) TL = e und PL berechnet wird. Nun findet man im Dreyeck TSL, aus zwey Seiten TL = e, TS = a, und dem eingeschlossenen Winkel STL = ε, 2) TSL = γ und 3) SL = d, und dann im Dreyeck PLS, aus den beyden Katheten PL und d, 4) PSL = b und 5) PS = D. Endlich hat man ♈SL = TSL − ♈ST, d. i. 6) l = γ + ☉ − 180°.

Lage der Planetenbahnen gegen die Ekliptik.

§. 121. Daß die Planeten sich von der Ebne der Ekliptik nach Norden und Süden entfernen, oder eine Breite haben, beweist, daß ihre Bahnen mit der unsrigen nicht in einer Ebne liegen, welches auch an sich gegen alle Wahrscheinlichkeit wäre. Jede Planetenbahn liegt in einer besondern Ebne, welche die Ebne der Erdbahn oder die Ekliptik in einer gera-

Knoten. den Linie, welche die Knotenlinie heist, unter einem gewissen

Neigung. Winkel schneidet, der die Neigung genannt wird. Nur dann, wenn der Planet sich in einem der beyden Punkte befindet, wo die Knotenlinie seine Bahn schneidet, hat er keine Breite: in allen andern Punkten befindet er sich ober- oder unterhalb der Ekliptik, so daß die eine Hälfte seiner Bahn nordlich, die andre südlich von der Ekliptik liegt. Die beyden Punkte, wo der Planet durch die Ebne der Ekliptik geht, heißen die Knoten seiner Bahn, und zwar derjenige Punkt, wo sich die Bahn nach der Ordnung der Zeichen nordlich über die Ekliptik erhebt, der aufsteigende Knoten (☊), der andre, wo die

Bahn sich südlich unter die Ekliptik herab senkt, der niedersteigende (☋): beyde sind 180° von einander entfernt, weil sie in gerader Linie liegen. Je weiter der Planet sich von den Knoten entfernt, desto mehr entfernt er sich auch von der Ekliptik; dies hat aber seine Gränzen, und zwar 90° vom Knoten, wo seine Breite am grösten ist: denn über 90° hinaus nähert sich der Planet dem andern Knoten wider, folglich nimt seine Breite ab. Die Entfernung des Planeten vom Knoten, oder der Bogen seiner Bahn, den er vom ☊ an durchlaufen hat, heist daher das Argument der Breite, weil die Breite davon abhängt. Man sieht hieraus, daß die Ebne einer Planetenbahn vollkommen bestimmt ist, wenn man die Lage der Knotenlinie oder die Länge des ☊, und die Neigung kennt. In der 28. Fig. ist *S* die Sonne, A T B A die Erdbahn, ♈ M ♎ N ♈ ein Kreis an der Sphäre in der Ebne der Erdbahn, also die Ekliptik, ☊ P D ☋ E ☊ die Bahn eines obern Planeten, wovon die Hälfte ☊ D ☋ nordlich, und die andre ☊ E ☋ südlich von der Ekliptik fällt. Es ist also ☊ *S* ☋ die Knotenlinie, ☊ der aufsteigende, ☋ der niedersteigende Knoten, ♈ *S* ☊ die Länge des ☊, und wenn die Erde in T, der Planet in P, P L auf die Ekliptik, und D E auf die Knotenlinie senkrecht ist, so ist ☊ *S* P das Argument der Breite, P *S* L die heliozentrische Breite, P T L die geozentrische, D und E die Punkte der grösten nordlichen und südlichen Breite, die der Neigung selbst gleich ist: man nennt sie die Gränzen der Breite. Wenn man zum Argument der Breite ☊ *S* P die Länge des Knotens ♈ *S* ☊ addirt, so erhält man die Länge in der Bahn, so wie ♈ *S* ☊ + ☊ *S* L oder ♈ *S* L die Länge in der Ekliptik ist: beyder Unterschied wird die Reduktion auf die Ekliptik genannt. Wenn man sich jetzt unter P, L, ☊, die Punkte denkt, wo die Linien *S* P, *S* L, *S* ☊, eine Kugelfläche treffen, so wird ☊ L P ein bey L rechtwinklichtes sphärisches Dreyeck (Sph. §. 15. n. 16.), worin der Winkel bey ☊ die Neigung, oder der Winkel unter dem die

Argument der Breite.

28. Fig.

Länge in der Bahn.

Reduktion.

Ebne der Planetenbahn ☊P die Ekliptik ☊L schneidet, und der Bogen ☊P oder der Winkel ☊SP das Argument der Breite ist, welches man findet, wenn man die Länge des ☊ von der Länge des Planeten in der Bahn abzieht. Aus diesen beyden Stücken berechnet man also trigonometrisch (Sph. §. 15. n. 17.), für jede Länge des Planeten P, seine heliozentrische Breite PL, und die Seite ☊L, deren Unterschied von ☊P die Reduktion auf die Ekliptik gibt: welches alles in den astronomischen Tafeln berechnet ist. Ueberhaupt findet man aus zwey gegebenen Stücken dieses Dreyecks die übrigen.

Mittlere Bewegung der Planeten.

§. 122. Die im 1. Kapitel gegebene Theorie des ekzentrischen Kreises erklärt den Unterschied zwischen der wahren und mittleren Bewegung, und zeigt, wie aus jeder mittlern Anomalie oder Länge die wahre gefunden wird. Diese mittlere Bewegung ist daher das erste, welches als die Basis der ganzen Rechnung mit der grösten Genauigkeit bestimmt werden muß: und hiezu dienen besonders weit entfernte Beobachtungen (Sph. §. 96.). Was bey den Planeten am leichtsten zu beobachten ist, sind ihre Stellungen gegen die Sonne, wovon ihre Sichtbarkeit und ihr Verschwinden, ihr größrer und geringerer Glanz, ihr Erscheinen am Morgen oder Abend, abhängt. Diese Bewegung welche Ptolemäus durch den Epizykel erklärt hatte (§. 104.), heist die synodische (*), und der Umlauf den ein Planet in Beziehung auf die Sonne oder im Epizykel macht, die Zeit von einer ☌ oder ☍ bis

Synodischer,

zur nächsten, sein synodischer Umlauf. Der Umlauf unter den Sternen aber, ohne Rücksicht auf die Sonne, der durch den ekzentrischen Kreis vorgestellt ward, heist der siderische, so wie die Zeit in der der Planet 360° am Himmel fortgerückt ist, der periodische (**) Umlauf heist: beyde letztern

siderischer und periodischer Umlauf.

(*) Σύνοδος, Zusammenkunft.

(**) Περίοδος, Umlauf.

sind, wegen des Zurückweichens der Aequinoktialpunkte, von einander verschieden, wie das Stern-Jahr vom tropischen Jahr.

Wie alle diese Bewegungen gefunden sind, wollen wir am Beyspiel des Mars zeigen. Ptolemäus fand durch die Vergleichung seiner Beobachtungen mit den ältern, daß Mars in 79 Jahren 3 Tagen und 4 Stunden 37 mal mit der Sonne in ☌ gewesen war oder 37 synodische Umläufe gemacht hatte, welches 37 mal 360° oder 13320° macht. Da hier nur von der mittleren Bewegung die Rede ist, so findet man durch eine einfache Regel de Tri, die mittlere synodische Bewegung des Mars in 1 Tage = $27' 41\frac{2}{7}''$, und die mittlere Dauer eines synodischen Umlaufs = 779 T. 22 St. 15. M. Hieraus findet sich der periodische Umlauf auf folgende Art. Es sey (22. Fig.) S die Sonne, T die Erde, M Mars in ☌, TSt = m die mittlere tägliche Bewegung der Erde oder Sonne, MSm = p die mittlere tägliche periodische Bewegung des Mars, und s seine synodische die wir eben gefunden haben; so erhellt, daß diese synodische Bewegung mit dem Winkel mSt einerley ist: denn wenn dieser Winkel um 360° zugenommen hat, d. h. wenn die Erde sich heliozentrisch vom Planeten um 360° entfernt hat, so steht sie wider in der geraden Linie STM mit der Sonne und dem Planeten oder in ☌, folglich ist ein synodischer Umlauf verrichtet. Es ist also bey den obern Planeten m = p + s oder p = m − s, und bey den untern, wo MSm = m, TSt = p, und mSt = s ist, p = m + s. Da nun m = $59' 8\frac{1}{3}''$ (Sph. §. 101.), und beym Mars s = $27' 41\frac{2}{3}''$ gefunden ist, so hat man p = $31' 26\frac{2}{3}''$, woraus man, durch die Proportion $31' 26\frac{2}{3}''$: 360° = 1 Tag : 686 T. 22 St. $13\frac{1}{3}$ M. den periodischen Umlauf erhält. Da nun in dieser Zeit die Aequinoktialpunkte um 94″, 5 zurück weichen (jährlich um $50\frac{1}{4}''$), und Mars nach seiner täglichen Bewegung von $31' 26\frac{2}{3}''$ auf diese $94\frac{1}{2}''$ eine Stunde 12 M. 7 S. ge-

22. Fig.

braucht, so ist der siderische Umlauf um so viel größer, nämlich = 686 T. 23 St. 25½ M.

Da die neuern Beobachtungen eine weit größere Genauigkeit haben als die ältern, und wir überdem den Vortheil haben, 2000 jährige Beobachtungen vergleichen zu können, so muß man sich in der That wundern, daß die neuern Astronomen an den Ptolemäischen Bestimmungen nur wenig zu ändern gefunden haben. Nach den genauesten Beobachtungen ergeben sich folgende Resultate.

	Synodischer Umlauf Tage. St. M. S. T.	Periodischer Umlauf Tage. St. M. S. T.	Siderischer Umlauf Tage. St. M. S. T.
♄	378. 2. 12. 49. 41.	10746. 16. 41. 35. 56.	10758. 23. 16. 34. 11.
♃	398. 21. 12. 28. 53.	4330. 14. 30. 28. 32.	4332. 14. 18. 40. 59.
♂	779. 22. 28. 32. 46.	686. 22. 18. 30. 56.	686. 23. 30. 39. 3.
♀	583. 22. 6. 56. 13.	224. 16. 41. 28. 10.	224. 16. 49. 11. 12.
☿	115. 21. 3. 34. 15.	87. 23. 14. 32. 56.	87. 23. 15. 43. 54.

Demzufolge macht in runden Zahlen jeder Planet so viele wirkliche Umläufe um die Sonne, und kömmt mit ihr so oft in ☌ oder ☍, als folgende Tabelle zeigt.

♄ in 29 Jahren 1 Umlauf und 28 mal in ☌ oder ☍.
♃ in 12 — 1 — — 11 — — —
♂ in 15 — 8 — — 7 — — —
♀ in 8 — 13 — — 5 — — —
☿ in 6 — 25 — — 19 — — —

Beobachtung der ☍ und Quadraturen.

§. 123. Die ganze Planetenbahn ist vollkommen bekannt, wenn man für jede Zeit den Radius Vektor und die Lage desselben kennt, oder mit andern Worten, des Planeten Entfernung von der Sonne, und seine wahre heliozentrische Länge. Alle Methoden, wodurch diese beyden Stücke gefunden werden, beruhen überhaupt auf folgenden Grundsätzen.

Wenn ein obrer Planet mit der Sonne in Opposition ist, so daß sein reduzirter Ort, seine Länge, mit der Erde und Sonne in gerader Linie liegt, so ist die geozentrische Länge mit der heliozentrischen einerley, daher letztre unmittelbar aus

der Beobachtung gefunden wird. Zur Zeit der ☌, wenn der Planet um Mitternacht kulminirt, wird er mehrere Tage vor und nachher mit einem bekannten Stern im Meridian verglichen (§. 96.). Dies gibt die Rektaszension und Deklination des Planeten in jeder Nacht, woraus seine Länge und Breite berechnet wird (Sph. §. 58.). Nun kennt man aus der Theorie oder den im Mittage gemachten Beobachtungen der Sonne, ihre Länge für eben die Tage, und findet aus den täglichen Bewegungen leicht die Zeit, da der Unterschied der Längen der Sonne und des Planeten genau 180° betrug: welches der Augenblick der ☌ ist, da heliozentrische und geozentrische Länge des Planeten einerley waren. Die ☌ fällt jedesmal in eine andre Gegend des Himmels oder einen andern Punkt der Planetenbahn, so daß man auf diese Art so viele heliozentrische Oerter des Planeten erhält, als Oppositionen beobachtet sind. Da man nun aus §. 122. auch für jede Zeit die mittlere Länge des Planeten findet, so wird ihre Vergleichung mit der wahren Länge bald zur Entdeckung des Gesetzes führen, wovon die Ungleichheiten des Planeten, oder seine wahre Bewegung in der Länge abhängt.

Die Entfernung des Planeten von der Sonne läst sich natürlich dann am sichersten bestimmen, wenn sie uns in ihrer ganzen Gröſse erscheint, oder der Erde in senkrechter Lage zu gekehrt ist, also in den so genannten Quadraturen, wo der Planet ungefähr 90° von der Sonne entfernt scheint. Aus der Zeit kennt man die mittlere heliozentrische Länge, woraus vermittelst des durch die Oppositionen gefundenen Gesetzes die wahre Länge, also der Winkel an der Sonne hergeleitet wird. Aus der Beobachtung selbst hat man den Winkel an der Erde, also kennt man in dem Dreyeck das durch die Sonne, die Erde, und den Planeten formirt wird, alle Winkel, woraus das Verhältniß der Seiten berechnet wird (§. 25. n. 8.): und dies gibt die Entfernung des Planeten von der Sonne und von der Erde in Theilen des Halbmessers der Erdbahn.

Da nun auch die Qvadraturen jedesmal in verschiedene Punkte der Bahn fallen, so kann man auf diese Art, wie bey den ☿, durch eine Menge von Beobachtungen auch das Gesetz, nach dem sich die Entfernung ändert, entdecken, und dadurch für jede Zeit den Radius Vektor finden.

Bey den untern Planeten erscheint der Radius Vektor nie größer als in den grösten Digressionen, die also statt der Qvadraturen beobachtet werden. Statt der ☿ sind besonders ihre untern ☌, in denen sie zuweilen sichtbar vor der Sonnenscheibe vorüber gehn, brauchbar.

27. Fig. Wenn (27. Fig.) S die Sonne, P der Planet, PL auf der Ekliptik senkrecht ist, und die Erde sich in einem Punkt C der Linie SL, also mit dem Planeten in ☿ befindet, so hat man die geozentrische Länge ♈CL, die mit der heliozentrischen ♈SL einerley ist, so wie die geozentrische Breite PCL beobachtet. Man erhält also eigentlich durch die ☿ den reduzirten Ort des Planeten L, statt seines wahren Orts P: und doch ist leicht zu vermuthen, daß das gesuchte Gesetz für die Bewegung des Planeten in seiner Bahn gelten wird, aber nicht für die Aendrungen seiner Länge in der Ekliptik L, die durch die Reduktion eine neue Unregelmäßigkeit erhält. Da man aber jetzt die Entfernung des Planeten SP für die Zeit der beobachteten ☿ berechnen kann, so kennt man im Dreyeck PSC den Winkel PCS = 180° — PCL, SP, und SC aus den Sonnen-Tafeln, woraus die heliozentrische Breite PSC berechnet wird, welche mit der heliozentrischen Länge den wahren Ort des Planeten P in der Bahn gibt.

Ein nachdenkender Leser wird hier den Einwurf machen, daß bey der Bestimmung des Radius Vektor in den Qvadraturen die Länge des Planeten, und hier wiederum jener als bekannt voraus gesetzt wird. Es ist dies einer der so häufig in der Astronomie vorkommenden Fälle, die diese Wissenschaft bey den nicht ganz eingeweyhten in den Verdacht bringen, daß sie den Fehler gegen die Logik begehe, den man einen

Zirkel nennt. Es ist fast nie der Fall in der Sternkunde, daß eine Größe A allein aus lauter bekannten Größen gesucht wird: immer wird zugleich noch eine andre B gesucht, die mit A in so enger Verbindung steht, daß eine ohne die andre nicht gefunden werden kann. Durch die ☌ fand man die Längen A, die aber noch nicht genau sind: in den Quadraturen ward der Radius Vektor B aus A berechnet, und freylich nicht ganz genau, weil A nicht ganz richtig ist; aber eben weil es in der Quadratur ist, wo SL oder SI auf TI beynahe senkrecht steht oder TI berührt, kann A oder der Winkel TSI merklich geändert werden, ohne daß B oder SI dadurch geändert wird. Mit diesem gefundenen B berechnet man nun A in der ☌ nochmals genauer, wodurch dann auch B widerum richtiger gefunden wird. Es ist hier sogar eine dritte Größe C als bekannt angenommen, die doch auch wider durch die Planeten-Beobachtungen, oder durch A und B, berichtigt wird: dies ist nämlich die Entfernung der Erde von der Sonne SC (§. 119.). Dieser indirekten Methode, und dem kritischen Scharfsinn womit die Astronomen sie von je her angewandt haben, verdankt die Sternkunde die unglaublichen Fortschritte, die sie vor allen andern Wissenschaften gemacht hat.

Beobachtung der Knoten und Neigung.

§. 124. Die Methoden, wodurch die Lage der Ebne worin der Planet sich bewegt, gefunden wird, nämlich die Knotenlinie und die Neigung (§. 121.), beruhen auf der einfachen Bemerkung, daß der Planet in der Knotenlinie ist, wenn er gar keine Breite hat, und daß seine gröste Breite in den Gränzen der Neigung gleich ist. Um also erstre zu bestimmen, ist das einfachste Mittel, eine ☌ zu beobachten, in welcher der Planet eine sehr geringe Breite hat: die täglichen Bewegungen geben dann durch eine einfache Regel de Tri, sowol die Zeit als die Länge des Planeten, da seine Breite $= o$ war, welche letztere mit der Länge des Knotens einerley ist. Auch Beobachtungen außer der ☌ dienen hiezu. Die

tägliche Aendrung der Breite gibt die Zeit an, da die Breite ganz verschwand: für diese Zeit sucht man aus den schon bekannten Bewegungen (§. 123.) die heliozentrische Länge des Planeten, d. i. die Länge des Knotens.

Nach $\frac{1}{4}$ oder $\frac{3}{4}$ seines periodischen Umlaufs ist der Planet 90° vom Knoten, also in der grösten Breite. Beobachtet man also um diese Zeit die Breite, und verwandelt sie nach §. 120. in heliozentrische Breite, so hat man zugleich die Neigung. Man sieht leicht, daß wenn gleich die Lage der Knoten nicht ganz genau bestimmt ist, daraus kein beträchtlicher Fehler in der Neigung entstehen kann, weil sich jede Größe da wo sie ihren grösten Werth hat, so wie hier die Breite, nur unmerklich ändert.

Die Vergleichung der neuern Beobachtungen, sowol untereinander als mit ältern, hat bewiesen, daß die Länge der Knoten aller Planetenbahnen viel weniger zunimt, als das Zurückweichen der Aequinoktialpunkte beträgt, daß sie also wirklich eine zurück gehende Bewegung haben. Die Länge des ☊ vom Mars z. B. hat in 100 Jahren um 47′ zugenommen, also in jedem Jahr um 28″,2: da nun die Aequinoktialpunkte um 50″,2 zurück weichen, so folgt, daß die Knotenlinie des Mars alle Jahre um 22″ zurück geht. Auch die Neigungen der Planetenbahnen sind ähnlichen, wiewol weit geringeren Aendrungen unterworfen. Die astronomischen Tafeln enthalten daher die Länge des ☊ für jede Zeit, als eine veränderliche Größe.

Folgende Tabelle enthält sowol die Länge des ☊ und die Neigung aller Planetenbahnen für den Anfang des Jahrs 1801, als auch ihre jährlichen Aendrungen. Das Zeichen — zeigt an, daß die Knoten zurück gehn, oder die Neigung abnimt, das Zeichen +, daß sie zunimt.

	Länge des ☊ 1. Jan. 1801	Jährl. Bew. von den Sternen	Neigung 1801	Jährliche Aendrung
♄	111°.55'.46½".	— 22",665	2°.29'.38",1.	— 0",155
♃	98. 15. 41¾.	— 15, 776	1. 18. 51,5.	— 0, 226
♂	48. 1. 28.	— 23, 285	1. 51. 3,5.	— 0, 002
♀	74. 52. 39.	— 18, 698	3. 23. 32,7.	— 0, 045
☿	45. 57. 31.	— 7, 823	7. 0. 9,1.	+ 0, 182

§. 125. Nirgends hat sich vielleicht Keplers Scharfsinn in solcher Größe gezeigt, als in der Art wie er zu Werk ging, um aus denselben Beobachtungen der Sonne und des Planeten beyde Bahnen zu bestimmen, wie er, unerschöpflich im Erfinden, seine Methoden und Beobachtungen so zu wählen wuste, daß er immer das was er suchte fand, ohne daß Fehler in dem was er als bekannt voraus setzte, einen schädlichen Einfluß darauf haben konnten. Man muß aber zugleich die Unpartheilichkeit, die strenge Ehrlichkeit bewundern, womit er seine Hypothesen, wenn sie gleich vollkommen durch eine Art von Beobachtungen bewiesen schienen, unzähligen neuen Prüfungen unterwarf, und sie ohne Bedenken verwarf oder änderte, wenn sie nicht jede Probe aushielten; man muß die Geduld verehren, womit er die ungeheuren Rechnungen unzählige mal widerholte, um endlich die Wahrheit zu finden; und man muß den Mann lieben, der bey allem dem mit den drückendsten häuslichen Sorgen zu kämpfen hatte. Ich glaube, es wird den Lesern dieses Werks angenehm seyn, wenn ich die Methoden Keplers, denen wir alle unsre Kenntnisse von der Einrichtung des Weltgebäudes und den Gesetzen der himmlischen Bewegungen zu danken haben, etwas ausführlich erkläre, damit sie einen deutlichen Begrif erhalten, wie Kepler seine großen Entdeckungen machte, und wie es überhaupt möglich ist, aus geozentrischen Beobachtungen die heliozentrischen Oerter, Bewegungen, und Entfernungen zu bestimmen.

Keplers Methoden.

Das erste was Kepler sich vornahm, war, die Theorie der

Erdbahn, die bey allen Berechnungen der Planeten zur Basis dient; durch die Beobachtungen eines Planeten zur grösten Genauigkeit zu bringen, und er wählte hiezu den Mars, dessen Entfernungen von der Erde so beträchtliche Aendrungen leiden, und den Tycho mit der grösten Sorgfalt beobachtet hatte. Die allgemeine, selbst in der Feldmeßkunst gewöhnliche Methode, die Lage eines entfernten Punkts, zu dem man nicht kommen kann, zu bestimmen, besteht darin, daß man ihn aus mehreren Standpunkten beobachtet. Diese verschiedenen Standpunkte gewährt uns die jährliche Bewegung der Erde; allein der Umstand, daß auch der Planet selbst nicht in Ruhe bleibt, hindert die unmittelbare Anwendung jener Methode. Da aber der Planet immer dieselbe Bahn beschreibt, folglich bey jedem Umlauf nach und nach dieselben Punkte wider einnimt, so benutzte Kepler diesen Umstand, um das Hinderniß der Bewegung des Planeten aus dem Wege zu räumen, indem er diejenigen Beobachtungen kombinirte, da der Planet in verschiedenen Umläufen jedesmal an demselben Punkt gestanden hatte. Hiedurch konnte man von der Bewegung, die der Planet indeß gehabt hatte, ganz abstrahiren, und ihn wirklich als einen festen Punkt betrachten. Dieser sinnreiche Kunstgrif bestand also darin, solche Beobachtungen des Mars zu kombiniren, die genau um einen oder mehr sideriſche Umläufe von einander entfernt waren. Das einzige also, was von der Mars-Bahn als bekannt voraus gesetzt ward, war die mittlere Bewegung oder die Zeit eines ganzen Umlaufs, welche schon längst mit großer Genauigkeit bestimmt war (§. 122.). Indem aber Mars in demselben Punkt seiner Bahn aus verschiedenen Punkten der Erdbahn beobachtet ward, begreift man leicht, daß auch die Bewegung der Erde sich dadurch so gut bestimmen ließ, als wenn sie aus dem Mars selbst als einem festen Standpunkt beobachtet wäre. So bald nun die Erdbahn auf diese Art völlig bekannt war, so ließen sich daraus umgekehrt alle geozentrischen Oerter der Planeten

auf heliozentriſche bringen, und die Bahnen aller Planeten beſtimmen. Hierin beſtehen die Keplerſchen Methoden im allgemeinen.

§. 126. Da Kepler noch immer von dem Grundſatz ausging, daß die Erdbahn ein Kreis ſey, ſo wurden dieſe Unterſuchungen durch die bekannten Eigenſchaften des Kreiſes ſehr erleichtert. Folgende wenige Lehrſätze aus der Natur des Kreiſes ſind hier hinlänglich. Lehnſätze.

1) Jeder Winkel am Mittelpunkt iſt doppelt ſo groß, als ein Winkel an der Peripherie, der auf demſelben Kreisbogen ſteht: ſo iſt (29. Fig.) $ACB = 2.ADB$, $ACF = 2.ABF$, $BCF = 2.BAF$. Denn man ziehe den Durchmeſſer DCE: ſo iſt im Dreyeck ACD der äußre Winkel ACE ſo groß wie die Summe der innern $CAD + CDA$ (Sph. §. 15. n. 7.); dieſe beyden ſind aber gleich groß, weil das Dreyeck gleichſchenklicht iſt (Sph. §. 15. n. 9.): folglich iſt $ACE = 2.CDA$. Auf eben die Art wird bewieſen, daß $BCE = 2.BDE$ iſt: beyde addirt geben $ACE + BCE = 2.(CDA + BDC)$, d. i. $ACB = 2.ADB$. — Verlängert man BC bis G, ſo iſt aus eben dem Grunde im Dreyeck FBC, der äußre Winkel $FCG = FBC + BFC = 2.FBC$, und im Dreyeck ABC, $ACG = 2.ABC$: dies von jenem abgezogen, gibt $ACF = 2.(FBC - ABC) = 2.ABF$. — Verlängert man endlich AC nach H, ſo iſt auf eben die Art $FCH = CAF + CFA = 2.CAF$, $BCH = CAB + CBA = 2.CAB$: folglich $FCH - BCH = 2.(CAF - CAB)$, d. i. $BCF = 2.BAF$. 29. Fig.

2) Zwey Winkel ADB und AFB, die an der Peripherie auf demſelben Bogen oder derſelben Sehne AB, aber an verſchiedenen Seiten derſelben ſtehn, machen zuſammen 180° aus. Es iſt nämlich $AFB = 180° - (ABF + BAF)$ (Sph. §. 15. n. 7.), alſo $2.AFB = 360° - 2.(ABF + BAF)$, und $2.(ABF + BAF) = ACF + BCF$ (n. 1.) $= ACB$,

folglich 2. AFB = 360° — ACB. Nun war 2. ADB = ACB (n. 1.), also ist 2. AFB + 2. ADB = 360°, oder AFB + ADB = 180°.

3) In jedem Viereck also, dessen vier Spitzen in einer Kreis-Peripherie liegen, wie AFBD, ist immer die Summe der zwey gegenüber stehenden Winkel 180°, und die Summe aller vier Winkel 360°.

Berichtigung der Sonnenbahn durch Planeten-Beobachtungen.

30. Fig.

§. 127. Es sey nun (30. Fig.) AtTθτ die Erdbahn, C der Mittelpunkt, die Sonne in S, und Mars dreymal in demselben Punkt P seiner Bahn beobachtet, als die Erde sich in den Punkten T, t, τ, befand, so daß zwischen diesen Beobachtungen genau ein siderischer Umlauf des Mars von 687 Tagen verlaufen war. Aus den Beobachtungen kennt man die drey geozentrischen Längen des Mars und der Sonne, die wir P′, P″, P‴, und ☉′, ☉″, ☉‴, nennen wollen, woraus man zugleich die um 180° davon verschiedenen heliozentrischen Längen der Erde T′, T″, T‴, hat. Nun nahm Kepler, nach der damals bekannten Theorie, die heliozentrische Länge des Mars = ♂, die in allen drey Beobachtungen die nämliche war, als einen Versuch an, und fand daraus die Kommutations-Winkel an der Sonne, TSP = T′ − ♂ = γ′, tSP = T″ − ♂ = γ″, τSP = T‴ − ♂ = γ‴, so wie die Elongationen, STP = P′ − ☉′ = ε′, StP = P″ − ☉″ = ε″, Sτ P = P‴ − ☉‴ = ε‴. Dies gab zugleich die dritten Winkel in den Dreyecken PST, PSt, PSτ, woraus man das Verhältniß der Seiten ST, St, Sτ zu SP, also auch zu einander berechnet: es sey also ST = a′, St = a″, Sτ = a‴, in Theilen von SP. Nun kennt man im Dreyeck TSt, den Winkel TSt = T′ − T″, und die zwey einschließenden Seiten a′, a″, woraus man die dritte Seite Tt = b und den Winkel STt = β berechnet. Eben so findet man im Dreyeck TSτ, aus dem Winkel TSτ = T′ − T‴, und den Seiten a′, a‴, den Winkel SτT, ferner im Dreyeck tSτ, aus tSτ = T″ − T‴, und a″, a‴, den Winkel Sτt, wel-

cher zugleich $T\tau t = S\tau t - S\tau T = \alpha$ gibt. Man kennt also auch den Winkel am Mittelpunkt, der auf derselben Sehne Tt steht, und doppelt so groß als $T\tau t$ ist, nämlich $TCt = 2\alpha$ (§. 126. n. 1.), folglich auch die Summe der andern zwey Winkel des Dreyecks TCt, die 180° mit 2α macht: da nun beyde Winkel gleich sind, weil $CT = Ct$ ist, so ist jeder der Winkel CTt, CtT, die Hälfte der Summe $180° - 2\alpha$, d. i. $90° - \alpha$. Aus diesen drey Winkeln und der Seite $Tt = b$, berechnet man des Kreises Halbmesser $CT = Ct = e$, und dann im Dreyeck SCT, aus a', e, und dem eingeschlossenen Winkel $STC = \beta - CTt$, die Seite CS und den Winkel CST. Erstre gibt die Ekzentrizität $\frac{CS}{e}$, letztrer die Länge der Sonnenferne A, nämlich $T' - CST = A$. Diese hatte Kepler aber schon durch die von ihm erfundene Methode (§. 116.) genau bestimmt. Wich also der eben berechnete Werth von A davon ab, so muste, da die Rechnung selbst sich auf geometrische Wahrheiten gründet, der Fehler an der einzigen Größe liegen, die wilkührlich angenommen war, nämlich der heliozentrischen Länge des ♂: diese ward also so lange geändert, bis beyde Werthe von A überein stimmten. Auf diese Art fand er $\frac{CS}{e} = 0{,}018$ also gerade die Hälfte von der Ekzentrizität 0,036 die Tycho in der Voraussetzung gefunden hatte, daß die Bewegung um C gleichförmig sey, woraus Kepler mit Recht schloß, daß das punctum aequantis F von S zweymal so entfernt sey als der Mittelpunkt C, daß man also auch bey der Erdbahn, wie bey den Planeten, die doppelte Ekzentrizität annehmen müsse.

Probe dieser Methode.

§. 128. Es war hiebey nichts voraus gesetzt, als daß die Erdbahn ein Kreis, und die Lage der Apsiden bekannt sey. Ob aber die letztre richtig angenommen sey, zeigte sich, so bald noch eine vierte Beobachtung damit verbunden ward. Wenn nämlich Mars zum vierten Mal in demselben Punkt P aus der Erde in θ beobachtet ist, und man bey der vorigen

Rechnung θ statt τ gebraucht, so findet man den Winkel $T\theta t = \theta$ eben so wie man dort $T\tau t = \alpha$ gefunden hatte; und es wird aus eben dem Grunde der Winkel $TCt = 2\theta$, der dort 2α war. Es muß also $\theta = \alpha$ seyn, und wenn sich ein Unterschied findet, so muß die heliozentrische Länge des Mars ♂ oder der Sonnenferne A so lange geändert werden, bis $\theta = \alpha$ ist.

Auf diese Art kann man so viele Proben anstellen, als man Beobachtungen des Mars hat, die genau um ganze sideri sche Umläufe entfernt sind, um zu entscheiden, ob die erstre Voraussetzung richtig ist, daß die Erdbahn ein Kreis sey: und diese Prüfung läst sich am besten anstellen, wenn man immer zwey und zwey Beobachtungen kombinirt. Wenn z. B. die in T und t beobachteten Längen des Mars, P, P′, der Sonne ☉, ☉′, heißen, und T, T′, die heliozentrischen Längen der Erde sind, wie §. 127, so kennt man die Winkel $TSt = T - T' = \delta$, $STP = P - ☉ = \varepsilon$, $StP = P' - ☉' = \varepsilon'$. Subtrahirt man nun die eben berichtigte Länge der Sonnenferne A von der Länge der Erde, so kennt man in den Dreyecken CST, CSt, die wahren Anomalien $AST = T - A$, $ASt = T' - A$, und die Ekzentrizität oder das Verhältniß der Seiten $\frac{CS}{CT} = \frac{CS}{Ct} = 0{,}018$, woraus die wahren Entfernungen $ST = a$, $St = a'$, in Theilen des Halbmessers $CT = c$ berechnet werden. Man kennt also im Dreyeck TSt, den Winkel $TSt = \delta$, und die einschließenden Seiten a, a′, woraus die Winkel STt, StT, und die Seite $Tt = b$ berechnet werden, da man dann auch die Winkel $PTt = STt - \varepsilon$ und $PtT = StT + \varepsilon'$ kennt, woraus nebst der Seite b im Dreyeck TPt, der Winkel TPt und die Seite TP berechnet wird. Dies gibt endlich im Dreyeck STP, TP, $ST = a$, und den eingeschlossenen Winkel ε, woraus SP und TSP, also der Radius Vektor des Planeten (oder vielmehr sein verkürzter Abstand, weil P der auf die Ekliptik reduzirte Ort ist), und

ſeine heliozentriſche Länge T — TSP gefunden wird. Auf eben die Art berechnet man aus zwey andern Beobachtungen r, θ, den Radius Vektor und die heliozentriſche Länge des Planeten P, die mit den vorigen übereinſtimmen müſſen. Durch eine Menge ſolcher Proben überzeugte ſich Kepler endlich, daß die Lage der Apſiden richtig angenommen, daß die Erdbahn wirklich ein Kreis, und daß das punctum aequantis eben ſo weit vom Mittelpunkt entfernt ſey, als die Sonne, nämlich 0,018 vom Halbmeſſer des Kreiſes.

Beſtimmung der Planetenbahn durch die Erdbahn.

§. 129. Durch die Rechnung des vorigen §. findet man die heliozentriſche Länge und Entfernung des Planeten, wenn er zweymal in demſelben Punkt beobachtet iſt. Zwey andre Beobachtungen müſſen dieſelben Werthe geben; und wenn ſich Unterſchiede finden, ſo dienen ſie, wie wir eben geſehn haben, zur Berichtigung der Erdbahn. So bald alſo dieſe berichtigt iſt, ſo darf man den Planeten nur in jedem Punkt ſeiner Bahn zweymal beobachten, woraus man nach obiger Rechnung, ohne alle weitere Hypotheſe, bloß durch Hülfe der Geometrie, die heliozentriſche Länge des Planeten $= l$, und ſeine verkürzte Entfernung von der Sonne $SP = d$ findet. Da nun auch aus den unmittelbaren Beobachtungen, die geozentriſche Länge und Breite des Planeten, λ und β, ſo wie aus der Theorie der Sonne ihre Länge und Entfernung, $\odot$ und a, bekannt iſt, ſo kennt man im Dreyeck TSL (27. Fig.), 27. Fig. $TS = a$, $SL = d$, und $STL = \odot - \lambda$, woraus $TSL = \gamma$ und $TL = e$ berechnet wird. Dann hat man im Dreyeck PTL, $TL = e$ und $PTL = \beta$, woraus PL berechnet wird. Aus PL und $SL = d$ findet man dann im Dreyeck PSL, ſowol die heliozentriſche Breite $PSL = b$, als die wahre Entfernung von der Sonne $PS = D$. Man kennt alſo den wahren Ort des Planeten in ſeiner Bahn, und kann auf dieſe Art ſo viele Punkte beſtimmen, daß ſich dadurch die ganze krumme Linie, die der Planet beſchreibt, zeichnen läſt. Allein

diesen Plan der Planetenbahn entwarf Kepler noch durch mehrere andre Methoden, um auf alle mögliche Art zur Gewißheit zu kommen, und zwar besonders durch vier verschiedene Methoden, die hier kurz erklärt werden sollen: 1) durch die Länge des Planeten in den ☌, 2) durch seine Breite in den ☌, 3) durch die Länge außer den ☌, und 4) durch die Entfernungen.

durch die Längen in der ☌;

§. 130. Jede ☌ gab unmittelbar eine heliozentrische Länge des Mars in der Ekliptik, die vermittelst der Knoten und Neigung auf die Bahn reduzirt ward (§. 121.). Diese Längen in der Bahn gaben die Winkel, die Mars von einer ☌ zur andern um die Sonne durchlaufen hatte; und durch die Verbindung von vier ☌ untersuchte Kepler die große Frage, ob die bisherige Hypothese über die Planetenbahnen richtig wäre. Diese Hypothese bestand in folgenden Sätzen:

31. Fig. A) die Bahn ist ein Kreis MNOP (31. Fig.), B) die Sonne steht außer dem Mittelpunkt C in einem Punkt S, und es gibt in der verlängerten Linie SC einen Punkt E um den die Bewegung gleichförmig ist (punctum aequantis)! Wenn nun M, N, O, P, die vier beobachteten ☌ sind, so waren die Winkel an der Sonne, MSN, NSO, OSP, PSM, also die Lage der Linien SM, SN, SO, SP, gegeben, aber die Punkte M, N, O, P, die der Planet in diesen Linien einnahm, waren unbekannt. Sollte nun A) richtig seyn, d. h. solten die Punkte M, N, O, P, in einer Kreis-Peripherie liegen, so muste 1) NMP+NOP = 180° = MNO +MPO seyn (§. 126. n. 3.), 2) MCN = 2.MON = 2.MPN, ꝛc. (§. 126. n. 1.). Soll die Voraussetzung B) richtig seyn, so müssen die Winkel MEN, NEO, OEP, sich verhalten wie die Zeiten zwischen den beobachteten ☌: man findet also aus der bekannten mittlern Bewegung des Mars (§. 122.), durch eine einfache Regel de Tri, die Winkel MEN = λ, NEO = μ, OEP = ν. Die durch die obige Methode (§. 127.) bekannte Länge der Sonnenferne A diente

wenigstens zu einem ersten Versuch, und gab, wenn sie von den beobachteten Längen abgezogen ward, die wahren Anomalien ASM = α, ASN = β, ASO = γ, ASP = δ. Subtrahirt man aber A von der schon ungefähr bekannten, und auch nur als ein erster Versuch angenommenen mittleren Länge des Mars zur Zeit der ersten ☌ = E, so erhält man die mittleren Anomalien AEM = E − A = ε, AEN = ε + λ = ζ, AEO = ζ + μ = η, AEP = η + ν = θ. Dies gibt zugleich den Unterschied zwischen der wahren und mittlern Anomalie, oder die Gleichung des Mittelpunkts, EMS = ε − α, ENS = ζ − β, EOS = γ − η, EPS = δ − θ. Man setze den Halbmesser des Kreises CA = CM = a, die Entfernung der Sonne vom Mittelpunkt CS = c, und die Entfernung des Gleich-Punkts CE = e. Nun kennt man in den Dreyecken EMS, ENS, EOS, EPS, alle drey Winkel, nämlich ESM = α, SEM = 180° − ε, und EMS = ε − α, u. s. w. woraus man die Verhältnisse der Seiten SM:SE, SN:SE, SO:SE, SP:SE, also auch der Seiten SM, SN, SO, SP, zu einander findet. Man kennt also in jedem der Dreyecke MSN, NSO, OSP, PSM, den Winkel an S, und das Verhältniß der einschließenden Seiten, woraus man die übrigen Winkel SMN, SNM, SNO, SON, SOP, SPO, SPM, SMP, und die Sehnen MN, NO, OP, PM, berechnet; und das gibt MNO = SNM + SNO, NOP = SON + SOP, OPM = SPO + SPM, PMN = SMP + SMN. War nun MNO + OPM und NOP + PMN nicht genau 180°, wie es nach 1) seyn solte, so änderte Kepler die angenommene Länge der Sonnenferne A, wodurch auch die wahren Anomalien α, β, γ, δ, um eben so viel geändert wurden; der Winkel ε aber blieb ungeändert, also auch ζ, η, θ. Hiemit nahm er die ganze Rechnung nochmals vor, und widerholte dies so lange, bis für A ein solcher Werth angenommen war, wodurch die Bedingung 1) erfüllt ward. So erhielt er zwey Hypothesen für A und ε, die so

fern mit einander überein stimmten, daß dadurch alle vier Punkte M, N, O, P, in einer Kreis-Peripherie lagen. Nun hat man im Dreyeck PMN, den Winkel PMN, und die einschließenden Seiten MN, MP, woraus der Winkel MPN berechnet wird. Da nun C der Mittelpunkt ist, so muß MCN = 2.MPN seyn (n. 2.), welches zugleich im gleichschenklichten Dreyeck MCN, die beyden Winkel an der Basis MN gibt, woraus nebst der Seite MN, die schon vorher gefunden war, der Halbmesser des Kreises CM = a berechnet wird. Dies gibt CMS = CMN — SMN, aus welchem Winkel und den einschließenden Seiten SM und a, der Winkel CSM oder ASM = α berechnet wird. Kam nun dieser berechnete Werth von α mit dem zuerst angenommenen nicht überein, so war die Hypothese für A und ε unrichtig: es muste also auch ε geändert, und für diese Hypothese ein neuer Werth von α angenommen werden, der so lange geändert ward, bis nach der ersten Rechnung alle vier Punkte M, N, O, P, im Kreise lagen. Aus dieser zusammen stimmenden Hypothese für α und ε, ward nun auf die eben gezeigte Art α auch trigonometrisch berechnet, und wenn dieses α mit dem α der Hypothese nicht überein stimmte, eine neue Hypothese für α und ε versucht, bis endlich allen Fodrungen Genüge geschah.

Um sich einen Begrif von den ungeheuren Rechnungen zu machen, die diese einzige Methode erfodert, lese man was Kepler davon sagt: „Wenn diese mühsame Methode dem „Leser Langeweile gemacht hat, so muß er von Rechts wegen „Mitleiden mit mir haben, der ich sie wenigstens 70 mal mit „großem Zeitverlust durch gegangen bin, und er wird sich „nicht mehr wundern, daß ich mich jetzt schon seit 5 Jahren „mit dem Mars beschäftige" (*). Und die eine Rechnung,

(*) *De stella Martis*, pag. 95. „Si te hujus laboriosae methodi per„taesum fuerit, jure mei te misereat, qui eam ad minimum sep„tuagies perivi cum plurima temporis jactura, et mirari desines „hunc quintum jam annum abire, ex quo Martem agressus sum."

die der arme Mann — er verlangt ja selbst bedauert zu werden — 70 mal widerholte, nimt 10 Folio-Seiten ein.

Nachdem nun endlich A, α, und ε oder E richtig bestimmt waren, berechnete er in demselben Dreyeck CMS, CS = c, ferner im Dreyeck CME, aus CM = a, ECM = α + CMS, und CME = ε − ECM, die Seite CE = e. Er fand auf diese Art $\frac{c}{a} = \frac{SE}{a} = 0{,}11332$ und $\frac{e}{a} = 0{,}07232$; also die ganze Ekzentrizität $= 0{,}18564$ und die halbe $= 0{,}09282$. Nach diesen nun bekannten Elementen berechnete Kepler 12 Oppositionen, und fand, daß die Rechnung mit den Beobachtungen bis auf eine Kleinigkeit überein stimmte. Er schloß hieraus, daß die Hypothese wenigstens durch die Oppositionen vollkommen bewiesen wäre, wiewol sie dadurch etwas verdächtig ward, daß c und e so ungleich waren.

§. 131. Nach dieser Methode ward alles übrige bloß durch die Längen oder die Winkel bestimmt. So geometrisch richtig das ganze Verfahren auch war, so ist doch offenbar, daß die daraus hergeleiteten Entfernungen bloß auf der Kreis-Hypothese beruhten, einer Hypothese die in der That ohne Beweis angenommen war. Es war nicht unmöglich, daß diese vier Längen auch in irgend eine andre krumme Linie paßten, da sich dann natürlich andre Entfernungen ergeben musten. Kepler suchte daher andre Methoden, wobey die Entfernungen auf eine unmittelbarere Art gefunden werden, oder doch eine wichtigere Rolle spielen, als bey den bloßen Längen in der ☌, wo die Entfernungen ganz unbestimmt sind. Er beobachtete also zuerst die Breiten in den ☌, und zwar solchen, wo der Planet sehr nahe bey der Apsidenlinie war. Hiezu kam beym Mars und Jupiter noch der vortheilhafte Umstand, daß ihre Apsiden und Knoten-Linien fast senkrecht auf einander sind, so daß der Planet zugleich 90° vom Knoten war, wo seine Breite sich unmerklich ändert, also, wenn gleich die Knoten unrichtig angenommen waren, auf die übri-

durch die Breiten in der ☌;

gen Elemente keinen schädlichen Einfluß haben konnte. Es
32. Fig. sey nun (32. Fig.) S die Sonne, und der Planet P mit der Erde T in ☌, als er nahe bey seiner Sonnenferne und grösten nördlichen Breite war, p aber eine andre ☌ mit der Erde t, da der Planet bey der Sonnennähe und grösten südlichen Breite war. Aus der beobachteten heliozentrischen Länge, und der bekannten Länge des ☊ und der Neigung, berechnete Kepler (§. 121.) die heliozentrischen Breiten PSQ $= \alpha$, pSq $= \beta$; aus der Beobachtung waren die geozentrischen Breiten PTQ $= \mu$, ptq $= \nu$, so wie aus der Theorie der Sonnenbahn, ST $=$ a, St $=$ b, bekannt. Hieraus berechnete er in den Dreyecken PST, pSt, worin alle Winkel, α, $180° - \mu$, $\mu - \alpha$, und β, $180° - \nu$, $\nu - \beta$, nebst einer Seite a, b, bekannt waren, den Radius Vektor SP $=$ r, Sp $=$ s. Da der Planet nur 10° von den Apsiden entfernt war, wo sich der Radius wenig ändert, so ließ sich die kleine Aendrung der Entfernung von P oder p bis zu den Apsiden sehr genau berechnen, wenn gleich die Ekzentrizität unrichtig angenommen war. Kepler fand auf diese Art den Radius Vektor in der Sonnenferne SP $=$ 1, 6315, in der Sonnennähe Sp $=$ 1, 39; der Durchmesser war also Pp $=$ 3,0215 und der Halbmesser CP $=$ Cp $=$ 1, 51075, folglich CS $=$ SP $-$ CP $=$ 0,12075 und die Ekzentrizität $\frac{CS}{CP} = 0{,}08$. Durch die Längen in der ☌ war sie $=$ 0,11332 gefunden, also sehr verschieden von dem Resultat welches die Breiten gaben. Dieser Widerspruch machte die Hypothese des ekzentrischen Kreises immer verdächtiger, und bewog Keplern, dieses noch auf andre Art zu prüfen.

Durch die Längen ausser der ☌;

§. 132. Kepler wählte zwey Beobachtungen des Mars, wie im vorigen §. da er sehr nahe bey der Sonnenferne und Sonnennähe, so wie bey der grösten nordlichen und südlichen Breite war, aber nicht in den Oppositionen, sondern fast 90° davon, wo sich der Radius Vektor in seiner ganzen Größe zeigte

(§. 123.). Wenn nun (27. Fig.) die Sonne in S, die Erde in T, Mars in P, und PL auf der Ekliptik senkrecht ist, so berechnete Kepler aus der durch die obige Methode (§. 127.) bekannten mittleren Länge, Lage der Apsiden, und Ekzentrizität, für die Zeit der Beobachtung, die mittlere Anomalie und Gleichung des Mittelpunkts, woraus sich die wahre heliozentrische Länge ergab, so wie aus der Theorie der Erdbahn die Entfernung ST. Es waren also im Dreyeck STL, die Winkel an S und T und die eingeschlossene Seite ST bekannt, woraus sich der verkürzte Abstand SL, und aus diesem, vermittelst der bekannten Lage der Knoten und der Neigung, die heliozentrische Breite PSL und der Radius Vektor SP ergab. Hiefür ward nun auf eben die Art wie §. 131. die kleine Aendrung des Radius von P bis zu den Apsiden berechnet, also die gröste und kleinste Entfernung, und daraus der Halbmesser und die Ekzentrizität. Diese letztre fand sich auch hier immer kleiner als 0,11332 wie sie durch die ☿ gefunden war (§. 131.); und es folgte daraus, daß sich gar kein fester Punkt der gleichförmigen Bewegung annehmen ließ, weil seine Entfernung vom Mittelpunkt bald gröser bald kleiner gefunden ward; und, was vorzüglich wichtig war, daß die Hypothese des Kreises nur mit den Längen in den ☿ übereinkam, wo nämlich die Entfernungen ganz verschwinden, also gar keinen Einfluß haben, daß sie aber den Beobachtungen widersprach, so bald die Entfernungen zum Vorschein kamen, wie in den Quadraturen oder bey Berechnung der Breite. Die endliche Entscheidung über die Natur der Planetenbahnen muste also durch die Entfernungen unmittelbar gesucht werden. 27. Fig.

und durch die Entfernungen.

§. 133. Es ist oben (§. 127 – 129.) ausführlich gezeigt, wie man aus jeder Beobachtung, vermittelst der bekannten Theorie der Erdbahn, die heliozentrische Länge des Planeten und seine wahre Entfernung von der Sonne, und dann aus drey solchen heliozentrischen Oertern des Planeten, die

Lage seiner Apsiden, die Ekzentrizität, und den Halbmesser der Planetenbahn findet, in der Voraussetzung, daß die Bahn ein Kreis sey, weil jeder Kreis durch drey Punkte seiner Peripherie völlig bestimmt wird. Kepler stellte diese Rechnung in verschiedenen Punkten der Mars-Bahn an, und überzeugte sich endlich, daß fast jeder Punkt andre Resultate gab, daß also die Bahn kein Kreis seyn könne. Er ließ nun die Kreis-Hypothese ganz fahren, und suchte die Natur der krummen Linie, die der Planet um die Sonne beschreibt, ohne alle Hypothese, bloß durch die Beobachtungen zu bestimmen. Hiezu waren natürlich, wenn die Bahn kein Kreis war, drey Punkte nicht mehr hinlänglich, es musten wenigstens vier Beobachtungen kombinirt werden. Mars sey zweymal in demselben
33. Fig. Punkt seiner Bahn P (33. Fig.), da die Erde in T und t war, beobachtet, so daß die Zwischenzeit genau einem Sideral-Umlauf des Mars gleich war, und P liege sehr nahe bey der Sonnenferne, so daß der Radius Vektor SP mit der grösten Entfernung fast einerley ist. Aus den Beobachtungen kennt man die Winkel STP, StP, und aus der Theorie der Sonne den Winkel TSt und die Entfernungen der Erde von der Sonne, ST, St. Nun nahm Kepler den Radius Vektor SP nach der bisherigen Theorie als einen Versuch an, und berechnete in den Dreyecken STP, StP, aus den Winkeln STP, StP, und den Seiten SP, ST und SP, St, die Winkel TSP, tSP. War nun ihre Summe TSP + tSP nicht genau dem bekannten Winkel TSt gleich, so ward SP so lange geändert, bis dies erfolgte. Dann hatte man zugleich, aus der bekannten Länge der Erde T und dem Winkel TSP, die wahre heliozentrische Länge des Planeten. Eben dies geschah bey der Sonnennähe, so daß Kepler unmittelbar durch die Beobachtungen, die heliozentrische Länge des Planeten und seinen Radius Vektor, ganz nahe bey den beyden Apsiden kannte.

34. Fig. Es sey nun (34. Fig.) APDBQ die Marsbahn, noch als ein Kreis angenommen, C der Mittelpunkt, S die Sonne, E

der Gleich-Punkt, also A die Sonnenferne, B die Sonnennähe, P, p, die eben bestimmten Oerter des Mars, deren heliozentrische Längen und Entfernungen von der Sonne, SP, Sp, bekannt sind, CA = CB = c, CS = CE = e. Die wahre Bahn des Planeten mag nun vom Kreise ADB abweichen, wie man will, so hat sie wenigstens die Punkte A, B, die unmittelbar beobachtet sind, mit ihm gemein: sie kann sich also in der Nähe der Apsiden A, B, nur unmerklich vom Kreise entfernen, da sie überhaupt nur wenig von ihm abweicht. Wenn also AP, BQ, die Bogen sind, die Mars bey der Sonnenferne und Sonnennähe in derselben Zeit z. B. 1 Tage durchläuft, so daß ASP = a, BSQ = b, seine wahren Winkel-Geschwindigkeiten sind, so müssen die Punkte P, Q, mit E in einer geraden Linie PEQ liegen, weil die Winkel um E in gleichen Zeiten gleich sind, d. i. die mittleren Winkel-Geschwindigkeiten AEP = BEQ = m. Setzt man nun die gröste Entfernung AS = BE = q, die kleinste BS = AE = p, so ist, wegen der gleichen Winkel bey E, der Bogen BQ in eben dem Verhältniß größer als AP, als BE oder q größer ist als AE oder p, d. i. BQ : AP = q : p. Ueberdem wird der erste Bogen in S so viel größer erscheinen als der letztere, um so viel er S näher ist, d. h. um so viel q größer als p ist; die Winkel BSQ und ASP würden sich also, wenn die Bogen auch gleich wären, verhalten wie q zu p: welches, mit dem Verhältniß der Bogen verbunden, beweist, daß die wahren Winkel-Geschwindigkeiten in der Sonnennähe und Sonnenferne, BSQ, ASP, sich verhalten wie q mal q zu p mal p. Wenn z. B. AS oder q zweymal so groß ist als BS oder p, so wird derselbe Bogen um B in S unter einem zweymal größern Winkel erscheinen, als ein gleich großer Bogen um A; überdem ist der Bogen BQ doppelt so groß als AP: folglich wird BQ in S viermal so groß erscheinen als AP, oder BSQ : ASP = 4 : 1 = q . q : p . p. Dies drückt man so aus: die wahren Winkel-Geschwin-

digkeiten in den Apsiden verhalten sich verkehrt wie die Qvadrate der Entfernungen; denn man nennt das Qvadrat einer Größe ihr Produkt mit sich selbst, so wie die Kubikzahl entsteht, wenn das Qvadrat nochmals mit der Zahl selbst multiplizirt wird; so ist 3 mal 3 oder 9 das Qvadrat von 3, und 3 mal 3 mal 3 oder 3 mal $9 = 27$ die Kubikzahl von 3.

Eben so findet man auch das Verhältniß der wahren Geschwindigkeit zur mittlern. Da nämlich $AE = BS = c - e$, $AS = BE = c + e$ ist, so verhalten sich die mittlere und wahre Bewegung BEQ und BSQ umgekehrt wie die Entfernungen, BE, BS, aus denen der Bogen BQ betrachtet wird, d. i. $m : b = c - e : c + e$; es verhält sich ferner die mittlere und wahre Bewegung AEP und ASP umgekehrt wie AE und AS, d. i. $m : a = c + e : c - e$: die schnellste wahre Bewegung in der Sonnennähe verhält sich zur mittlern wie die gröste Entfernung zur kleinsten, und die langsamste Bewegung in der Sonnenferne zur mittlern wie die kleinste Entfernung zur grösten.

Da nun die mittlere Bewegung m genau (§. 122.), und die Ekzentrizität $\frac{e}{c}$ beynahe bekannt war, so berechnete Kepler hienach, für die Zeit der Beobachtungen die so nahe bey den Apsiden fielen, die wahren Geschwindigkeiten a, b, oder die täglichen Bewegungen, woraus er nach der oben (§. 116.) erklärten Methode, die Lage der Apsiden genau berechnete. Dies gab zugleich den Abstand des Planeten von den Apsiden, folglich die kleine Aendrung des Radius Vektor von P bis zu den Apsiden, mithin die gröste und kleinste Entfernung selbst, q, p. Kepler fand auf diese Art $AS = q = 1{,}6678$; $BS = p = 1{,}385$; also $AB = q + p = 3{,}0528$; $AC = BC = c = 1{,}5264$ und $CS = c - p = e = 0{,}1414$; folglich $\frac{e}{c} = 0{,}09264$. Da nun die aus den δ hergeleitete ganze Ekzentrizität 0,18564 (§. 130.) fast genau doppelt so groß war, so schloß Kepler, daß Ptolemäus mit vollem

Recht die Ekzentrizität S E in zwey gleiche Theile, d. h. den Gleich-Punkt E in derselben Entfernung vom Mittelpunkt wie die Sonne angenommen habe.

§. 134. Durch die im vorigen §. erklärte Methode war die Ekzentrizität und die Länge der Sonnenferne genau bestimmt. Letztre von der eben daselbst gefundenen wahren Länge des Mars abgezogen, gab seine wahre Anomalie, für welche Kepler, vermittelst der Ekzentrizität, die Gleichung des Mittelpunkts, also auch die mittlere Anomalie μ zur Zeit der Beobachtung T berechnete (§. 118.). Nun darf man nur für jede andre Zeit einer Beobachtung t, die mittlere Bewegung m, die zu der zwischen T und t verflossenen Zeit gehört, zu μ addiren, so hat man die mittlere Anomalie $\mu + m$. Für diese berechnete Kepler, nach der Hypothese des ekzentrischen Kreises (§. 118.), aus der Ekzentrizität die wahre Anomalie und den Radius Vektor r, und zugleich aus eben den Beobachtungen, unmittelbar ohne irgend eine Hypothese, nach der ausführlich erklärten Methode (§. 127 — 129.), die wahre Entfernung s: da dann die Vergleichung von s mit r entscheiden muste, ob die Bahn ein Kreis sey oder nicht. Kepler stellte diese Vergleichung fast in allen Punkten der Bahn an, und fand, 1) daß in allen Theilen der Bahn die wahre beobachtete Entfernung s immer beträchtlich kleiner war, als die nach der Kreis-Hypothese berechnete r, 2) daß diese Unterschiede desto größer waren, je entfernter der Planet von der Apsidenlinie war, mithin 90° davon am grösten, 3) daß aber an beyden Seiten der Apsidenlinie, in gleichen Entfernungen von der Sonnenferne, die Radii s immer von gleicher Größe waren. Hieraus schloß nun Kepler endlich, was ohne allen Zweifel daraus folgt, daß die Planetenbahnen keine Kreise A D B H sind, sondern irgend eine andre krumme Linie A F B G auf demselben Durchmesser A B, die innerhalb des Kreises fällt, und von der Apsidenlinie A B in zwey gleiche und ähn- 34. Fig.

Die Planetenbahnen sind nicht Kreise.

liche Hälften getheilt wird; daß die Sonne sich nicht im Mittelpunkt dieser ovalen Linie (wie er sie nannte) befindet; und daß es auf der andern Seite vom Mittelpunkt, in gleicher Entfernung mit der Sonne, einen Punkt gibt, um den die Bewegung gleichförmig ist, oder um den der Planet in gleichen Zeiten gleiche Winkel beschreibt, wenigstens so weit es nach den damaligen Beobachtungen beurtheilt werden konnte.

Drittes Kapitel.

Die Keplerschen Gesetze.

Kepler's fernere Untersuchungen.

§. 135. Wer von unsern Lesern die Mühe sich nicht hat verdrießen lassen, Keplern auf diesem mühsamen Wege zu folgen, und sich dadurch einen deutlichen Begrif von den ungeheuren Schwierigkeiten erworben hat, die dieses wahrhaft einzige Genie zu überwinden hatte, der wird glauben, und vielleicht vom Lesen und Rechnen ermüdet, aufrichtig wünschen, daß Kepler nun endlich nahe am Ende seiner beschwerlichen Reise gewesen sey, und die Früchte seiner so langwierigen und mühseligen Arbeiten ruhig genießen konnte. In der That würde der gröste Theil an seiner Stelle sich nun auf den mühsam errungenen Lorbeeren ausgeruht, und sich das Vergnügen der Spekulation erlaubt haben. Auch war es wirklich, nach allen vorhergegangenen Untersuchungen nicht schwer, und gewiß niemandem leichter als Kepler'n, durch bloßes Nachdenken die krumme Linie zu entdecken, die an die Stelle des Kreises gesetzt werden müste. Allein Kepler war viel zu gewissenhaft, ein viel zu eifriger Freund der Wahrheit, als jetzt am Ende seiner ehrenvollen Bahn sich Ruhe zu erlauben, so lange noch der geringste Zweifel möglich war, oder an die Stelle der von ihm mit so unsäglicher Mühe widerlegten Ir-

thümer eine neue Theorie zu setzen, die, wenn gleich Wahrheit, doch ohne strengen Beweis angenommen war. Kepler sah alles was er bisher entdeckt hatte, bloß als negativen Gewinn an, in so fern es ihm gelungen war, tausendjährige Irthümer in ihrer ganzen Blöße darzustellen; aber er glaubte, bey der Gründung des neuen Gebäudes, das auf diesen Trümmern aufgeführt werden solte, mit verdoppelter Strenge und Vorsicht zu Werk gehn zu müssen. Ehr er die neue Wahrheit fand, oder sie, die seinem Geiste gewiß vorschwebte, bekannt machte, versuchte er alle andern möglich scheinenden Hypothesen, und bewies ihre Unmöglichkeit durch die Beobachtungen; er stürzte sich in ein neues nicht weniger verwickeltes Labyrinth, ohne doch den Leitfaden zu verlieren, der ihn sicher wieder heraus führen muste, und ihn endlich zur einzigen Wahrheit, die noch übrig war, zurück brachte. Doch es ist der Mühe werth, den großen Mann an dieser Stelle seiner Wanderschaft selbst zu hören; und der klassische Leser sieht mit Vergnügen, daß Kepler sich in der Mitte dieser verwickelten Untersuchungen der Eklogen Virgils und seiner muthwilligen Galathee erinnerte (*):

„Malo me Galataea petit, lasciva puella,
„Et fugit ad salices, et se cupit ante videri.

„Dies kann ich mit Wahrheit von der Natur sagen. Je näher ich ihr komme, desto muthwilligere Sprünge macht sie, „durch desto mehr Seitenwege entschlüpft sie mir, der ich sie „schon ergrif, schon fest zu halten glaubte; und doch lockt sie „mich immer fort, sie zu greifen, als fände sie Vergnügen „an meinen Verirrungen.“ — So wollen wir ihm dann auch noch bis an's Ende folgen, um das Vergnügen der endlichen Entdeckung der Wahrheit mit ihm zu theilen, ohne doch an seinen neuen Arbeiten Theil zu nehmen.

(*) *De stella Mart.* Cap. 58. pag. 283.

Zweytes Keplerisches Gesetz. 34 Fig.

§. 136. Die in gleichen Zeiten bey den Apsiden durchlaufenen Bogen BQ, AP, verhalten sich wie die Entfernungen AS, BS (§. 133.). Wenn nun BQ zweymal oder überhaupt n mal so groß als AP, oder $AP = \frac{1}{n} BQ$ ist, so durchläuft der Planet bey B in der halben Zeit oder dem nten Theil die Hälfte oder den nten Theil von dem Bogen BQ den er in der ganzen Zeit durchläuft, d. i. $\frac{1}{n}$ BQ, oder einen Bogen der AP gleich ist. Folglich verhalten sich die Zeiten, worin gleiche Bogen AP oder $\frac{BQ}{n}$ bey A und B durchlaufen werden, wie 1 zu $\frac{1}{n}$, mithin wie BQ zu AP, oder wie AS zu BS, d. i. wie die Entfernungen selbst. Diesen Satz, der in den Apsiden richtig ist, dehnte Kepler auf die ganze Bahn aus, und nahm an, daß die Zeit, die der Planet in jedem Punkt seiner Bahn verweilt, oder womit er einen sehr kleinen Bogen von bestimmter Größe durchläuft, im Verhältniß des Radius Vektor steht, daß z. B. die Zeiten, womit der Planet den kleinen Bogen Ii und den eben so großen Dd durchläuft, sich verhalten wie SI zu SD. Kepler sah selbst die Unrichtigkeit dieses Verhältnisses im Kreise ein, glaubte aber, daß es vielleicht in der krummen Linie statt fände, die der Planet wirklich beschreibt, und so baute er auf diesem Grunde weiter fort. Wenn, so schloß er, die Zeit worin der kleine Bogen Dd beschrieben wird, sich verhält wie SD, also die Zeit durch den gleich großen Bogen d♂ wie Sd, ꝛc. so muß die ganze Zeit, worin die Summe dieser kleinen Bogen z. B. von D bis K oder der Bogen DK durchlaufen wird, sich auch wie die Summe aller zwischen D und K fallenden Linien SD, Sd, S♂, ꝛc. verhalten. Diese Summe ist aber nichts anders als der Flächen-Inhalt oder die Area des Sektors DSKD. Obgleich dieser letzte Satz wider unrichtig war, so hob glücklicher weise dieser Irthum den vorigen auf, und Kepler schloß aus zwey unrichtigen Vordersätzen die ganz

richtige Folge, daß die Zeiten worin verſchiedene Bogen, wie PI, DK, durchlaufen werden, ſich verhalten wie die Area der Sektoren an der Sonne, PSI, DSK. Dies iſt eins der berühmten Keplerſchen Geſetze, welches ſich auch ſo ausdrücken läſt: in gleichen Zeiten beſchreibt jeder Planet gleiche Sektoren um die Sonne. Wir wollen es das zweyte nennen, weil es natürlicher ſcheint, die Natur der krummen Linie die der Planet beſchreibt (worin das erſte Geſetz beſteht) vor dem Geſetz, nach dem er jene Linie durchläuft, vorher gehn zu laſſen, obgleich Kepler dieſes zweyte Geſetz zuerſt entdeckte, und es auch in der That, phyſiſch betrachtet, vor jenem her geht, weil es ein allgemeines Geſetz iſt, das allen krummen Linien zukömmt, die um einen Zentral-Körper beſchrieben werden können. Das erſte der himmliſchen Geſetze ſchloß Kepler alſo aus falſchen Prämiſſen, und Irthümer führten zur Entdeckung der Wahrheit. Indeß ſuchte er doch wenigſtens zu beweiſen, daß es in den Apſiden wirklich ſtatt finde.

§. 137. Wenn man durch den Gleich-Punkt E eine gerade Linie PEQ nahe bey der Apſidenlinie zieht, ſo werden die Bogen AP, BQ, in gleichen Zeiten durchlaufen (§. 133.), und die Sektoren ASP, BSQ, haben gleiche Area, wie es das zweyte Geſetz erfodert. Es iſt nämlich offenbar, daß die Area jedes Sektors ASP von zwey Stücken abhängt, von der Größe des Bogens AP und dem Radius SA. Iſt dieſer z. B. doppelt ſo groß, ſo wird auch der Sektor zweymal ſo groß; iſt der Bogen dreymal ſo groß, ſo wird auch der Sektor dreymal ſo groß: findet alſo beydes zugleich ſtatt, ſo muß der Sektor zweymal dreymal oder ſechsmal ſo groß ſeyn. Hieraus folgt überhaupt, daß die Sektoren ASP, BSQ, ſich verhalten wie die Produkte des Bogens in den Radius, d. i. wie AP.AS zu BQ.BS. Nun verhält ſich (§. 133.) AP zu BQ wie BS zu AS: alſo verhalten ſich die Sektoren wie BS.AS zu AS.BS, d. h. ſie ſind ſich gleich, wie die Zeiten. Indeß

Beweis deſſelben. 34. Fig.

war auch dies kein richtiger Beweis: denn erstlich galt er bloß in den Apsiden, und zweytens ist es falsch, wie sich bald nachher zeigte, daß die Bewegung um E vollkommen gleichförmig sey.

Es folgt hieraus zugleich, daß die wahren Winkel-Geschwindigkeiten sich verkehrt wie die Qvadrate der Entfernungen verhalten (§. 133.): da sich nun auch die scheinbare Größe der Sonne verkehrt wie ihre Entfernung verhält, oder desto kleiner wird, je mehr sich die Sonne entfernt, so müssen sich auch die Winkel-Geschwindigkeiten, oder die in gleichen Zeiten um die Sonne beschriebenen Winkel A S P, B S Q, wie die Qvadrate der scheinbaren Durchmesser der Sonne verhalten. Der gröste Durchmesser der Sonne in B ist = 32′ 36″ = 1956″, der kleinste in A = 31′ 31″ = 1891″. Multiplizirt man jede dieser Zahlen mit sich selbst, so erhält man die Qvadrate, 3325936 und 3575881, und genau so verhalten sich auch die grösten und kleinsten stündlichen Bewegungen in B und A, nämlich 2′ 33″ und 2′ 23″.

Die genauern Beobachtungen der Neuern haben bewiesen, daß dieses Verhältniß in der ganzen Sonnenbahn statt findet, daß die Winkel die die Sonne um die Erde in gleichen Zeiten zu beschreiben scheint, sich beständig verhalten, wie die Qvadrate der scheinbaren Durchmesser der Sonne, also umgekehrt wie die Qvadrate der Entfernungen. Dies gab also, wenn z. B. die Bogen I i, D d, in gleichen Zeiten durchlaufen sind, das Verhältniß zwischen den Winkeln I S i, D S d, und den Entfernungen S I, S D. Durch diese beyden Dinge aber wird die Area des Sektors bestimmt; und es folgte aus diesem Verhältniß, daß durch die ganze Sonnenbahn, die in gleichen Zeiten beschriebenen Sektoren gleiche Area haben: wodurch das zweyte Keplersche Gesetz aus den Beobachtungen unmittelbar bewiesen war.

Newton bewies in der Folge, daß es ein allgemeines physisches Gesetz ist, welches immer statt finden muß, so bald

ein Körper um einen Zentral-Körper läuft, seine Bahn mag übrigens beschaffen seyn wie man will.

Uebrigens geben unsre astronomischen Tafeln, die nach diesem Gesetz berechnet sind, und eben dadurch so vollkommen mit dem Himmel überein stimmen, einen täglichen Beweis für die Wahrheit desselben.

Die Ellipse

§. 138. Unter allen krummen Linien, die sich auf dem Durchmesser eines Kreises **A B** beschreiben lassen, ist keine die dem Kreise selbst so ähnlich, die gleichsam so nahe mit ihm verwandt ist, und so viele Eigenschaften mit ihm gemein hat, als die unter dem Namen der Ellipse wahrscheinlich allen unsern Lesern bekannte Linie. Man darf den Kreis **A D B H** (35. Fig.) nur etwas um den Durchmesser **A B** drehen, daß 35. Fig.
er eine schiefe Stellung gegen das Auge erhält, so verwandelt sich die Gestalt des Kreises in jene krumme Linie. Der Durchmesser **A B** erscheint uns immer in der nämlichen Größe, der Durchmesser **D H** aber, so wie die ihm parallelen Sehnen **P Q**, scheinen sich zu verkürzen. Der Kreis scheint nach dieser Richtung immer mehr eingedrückt, oder nach **A B** länglicht, und wir sehen statt des Kreises eine Ellipse, die desto mehr von ihm abweicht, je weiter sie um **A B** gedreht ist, sich dem Kreise wider nähert, wenn sie zurück gekehrt wird, und endlich wider zum Kreise wird, wenn sie ihre ursprüngliche Lage **A D B H** wider erhält, wo sie dem Auge gerade zugekehrt war. Man sieht hieraus, daß sich auf dem Durchmesser **A B** nur ein einziger Kreis, aber unzählige Ellipsen **A E B G** zeichnen lassen, die mehr oder weniger vom Kreise abweichen, wodurch sie sich eben von einander unterscheiden. Der von **A B** am weitsten entfernte Durchmesser **D H** wird am meisten verkürzt: die Ellipse wird also in den Punkten **E, G**, am meisten vom Kreise abweichen, so daß der Unterschied oder das Verhältniß zwischen **D H** oder **A B** und **E G** die Natur der individuellen Ellipse unter den unzähligen möglichen bestimmt; so wie ihre Größe vom Durchmesser **A B** abhängt. Man nennt daher

Große und kleine Axe.

A B, **E G**, die Haupt-Durchmesser oder Axen der Ellipse, jene die große, diese die kleine Axe. Die Ellipse hat eine Menge höchst merkwürdiger Eigenschaften, wovon wir hier nur einige wenige erzählen können.

1) In jeder Ellipse gibt es einen Punkt **C**, der die Eigenschaft hat, daß alle durch ihn gezogenen Sehnen **A B**, **E G**, **N O**, ꝛc. nicht allein in zwey gleiche Theile, **C A = C B**, **C E = C G**, **C N = C O**, ꝛc. getheilt werden, sondern auch selbst die Ellipse in zwey gleiche und ähnliche Hälften, **A E B**, und **A G B**, **E A G** und **E B G**, **N A O** und **O B N**, ꝛc. theilen. Dieser Punkt **C** heist daher der Mittelpunkt der Ellipse, und alle Sehnen durch **C** heißen Durchmesser, unter denen der gröste und kleinste, **A B**, **E G**, die auf einander senkrecht stehn, die Axen genannt werden. Alle mit der kleinen Axe **E G** parallelen, oder auf **A B** senkrechten Sehnen **p q**, werden von der großen Axe **A B** in **M** halbirt, und umgekehrt.

Mittelpunkt.

Durchmesser.

2) In der großen Axe jeder Ellipse gibt es an beyden Seiten des Mittelpunkts, in gleichen Entfernungen, zwey Punkte **S**, **F**, die in mehreren Rücksichten sehr merkwürdig sind. a) Sie sind die einzigen, deren Entfernung von jedem Punkt **p** der Ellipse sich auf eine sehr einfache Art ausdrücken läst. b) Die Summe beyder Entfernungen $Sp + Fp$ von jedem Punkt der Ellipse ist beständig der großen Axe **A B** gleich: und hierauf gründet sich die gewöhnliche Methode, eine Ellipse zu zeichnen, indem man eine Schnur **S p F** um zwey Stifte **S**, **F**, schlägt, und vermittelst derselben einen Bleystift **p** herum führt. c) Hieraus folgt zugleich, daß ihre Entfernungen von den Endpunkten der kleinen Axe, **E**, **G**, nämlich **S E = F E**, der halben großen Axe **C A = C B** gleich sind, weil beyde zusammen die ganze Axe ausmachen. d) Beyde Linien **S p** und **F p** machen in jedem Punkt **p** mit dem Bogen der Ellipse gleiche Winkel **S p N = F p n**, so daß aller Schall oder alles Licht das von einem dieser Punkte ausgeht,

durch die Reflexion an der Peripherie der Ellipse, im andern Punkt gesammelt wird: daher diese Punkte S, F, die Brennpunkte genannt werden. Brennpunkte.

3) Die wichtigste Eigenschaft der Ellipse, woraus sich alle übrigen herleiten lassen, ist diese. Wenn man aus irgend einem Punkt P des Kreises auf die große Axe eine Linie PM senkrecht zieht, die die Ellipse in p trifft, so ist beständig PM: pM = DC: EC, d. i. wie die große Axe zur kleinen.

§. 139. Diese Eigenschaften der Ellipse, die schon den griechischen Geometern bekannt waren, besonders aber die beyden Brennpunkte, haben eine so auffallende Uebereinstimmung mit dem was Kepler von den Planetenbahnen bewiesen hatte, daß fast kein Zweifel mehr über die Natur dieser Bahnen möglich war. Ihre geringe Abweichung vom Kreise führt gerade auf die Ellipse, und die beyden Brennpunkte bieten sich von selbst dar, der eine zum Sitz der Sonne, der andre zum Punkt um den die Bewegung gleichförmig ist. Diese zwey Punkte außer dem Mittelpunkt, welche die Beobachtungen schon den Griechen angezeigt hatten, würden im Kreise und jeder andern krummen Linie ganz willkührlich seyn; nur in der Ellipse sind diese Punkte von der Natur selbst angezeigt, und zeichnen sich durch so viele merkwürdige Eigenschaften aus, daß sie in der That wichtiger sind als der Mittelpunkt selbst. Indeß, so wenig die elliptischen Bahnen einigem Zweifel unterworfen waren, nachdem es bewiesen war, daß es keine Kreise sind, wolte Kepler sich doch auch hievon durch die Beobachtungen auf eine unmittelbare Art überzeugen. Durch die nun so oft erklärten Methoden konnte er, ohne alle Hypothese bloß aus den Beobachtungen, die Sonnenferne und Ekzentrizität der Bahn, so wie die wahre heliozentrische Länge, Anomalie und Entfernung des Planeten finden. Kepler berechnete nun auch nach der Theorie des ekzentrischen Kreises APB (36. Fig.), in dem das Verhältniß von CS = c zu CA = a gegeben war, sowol den Radius Vektor SP = s als die wahre Ano- 36. Fig. Erstes Keplersches Gesetz.

malie ASP = u, und verglich beyde mit den unmittelbar aus den Beobachtungen berechneten, die wir r und v nennen wollen. Er fand das allgemeine Resultat, daß in allen Punkten der Bahn r kleiner als s, daß aber v bald kleiner bald größer als u war, und zwar daß v immer kleiner als u war, so lange beyde nicht über 90° waren, also durch den Theil der Bahn APH, größer aber in dem Theil der Bahn HQB. Alle diese durch die Beobachtungen bewiesenen Thatsachen werden erklärt, wenn die Planetenbahn eine innerhalb des Kreises fallende krumme Linie A p E q B wie die Ellipse ist. Hier ist Sp = r immer kleiner als SP = s, und diesseits SH wo u und v zusammen fallen, ist ASp = v kleiner als ASP = u, jenseits aber ist ASq = v größer als ASQ = u. Um nun zu entscheiden, was dies für eine krumme Linie sey, muste das allgemeine Gesetz bekannt seyn, dem der Unterschied zwischen r und s, so wie zwischen v und u folgte; und Kepler fand nach unzähligen Versuchen endlich folgendes. Wenn man aus jedem Punkt P den der Planet im ekzentrischen Kreise einnehmen solte, PM auf die Apsidenlinie senkrecht, und den Halbmesser PC zieht, diesen verlängert, und aus der Sonne S die senkrechte Linie SG darauf fallen läst, so war 1) der wahre Radius Vektor r beständig der Linie PG gleich, welche kleiner als die Hypothenuse SP = s ist. 2) Wenn man nun mit dieser Oefnung des Zirkels PG = r aus S einen Kreisbogen schlug, der PM in p traf, so war die beobachtete wahre Anomalie v immer ASp gleich; und da nun auch Sp = r war, so war p der wahre Ort des Planeten, der sich also immer in der Ordinate PM befand. Die Untersuchung, ob alle diese Punkte p, die der Planet nach und nach einnahm, eine Ellipse bildeten, stellte Kepler auf folgende Art an. Er nahm den Winkel ACP = ε wilkührlich an, wodurch zugleich der Punkt P im Kreise, und die Ordinate PM so wie die Abszisse CM bestimmt war. Nun kannte er im rechtwinklichten Dreyeck SGC, SCG = ε und SC = c, woraus er CG = c . cos ε (§. 25. n. 6.), mithin PG oder r = PC + CG

$= a + c.\cos\varepsilon$ fand. Ferner war im Dreyeck PCM, $CM = a.\cos\varepsilon$, alſo $SM = c + a.\cos\varepsilon$, woraus im Dreyeck SpM, $\frac{SM}{Sp} = \cos pSM$, oder $\cos v = \frac{c + a.\cos\varepsilon}{a + c.\cos\varepsilon}$ folgte. Nimt man $\varepsilon = ACD = 90°$, ſo iſt SC ſelbſt auf CD ſenkrecht, die Punkte C, G, fallen zuſammen, ſo wie P in D fällt: es iſt alſo $CD = a$ das was vorher $PG = r$ war. Der Radius Vektor iſt demnach $SE = a$, und nun findet man im Dreyeck SCE, aus der Hypothenuſe $SE = a$ und dem Katheten $SC = c$, den andern Katheten CE den wir b nennen wollen.

Nun ſey (35. Fig.) APDB eben der ekzentriſche Kreis, 35. Fig.
$CA = CD = a$, $CS = c$, und man zeichne über AB die Ellipſe ApEB, in der die Entfernung der Brennpunkte vom Mittelpunkt $CS = CF$ der Ekzentrizität c gleich iſt: in einen Brennpunkt S befindet ſich die Sonne. Nach der Natur der Ellipſe iſt nun 1) $SE = FE = a$ (§. 138. n. 2. c), woraus, weil auch $CS = c$ iſt, folgt, daß das Dreyeck CSE mit dem im ekzentriſchen Kreiſe überein kömmt, mithin die halbe kleine Axe $CE = b$ iſt, und der durch die Beobachtungen gegebene Punkt E in der Ellipſe liegt; 2) $a : b = PM : pM$ (§. 138. n. 3.), oder $pM = \frac{b}{a}.PM$; und hieraus folgt allgemein, daß auch in der Ellipſe $CM = a.\cos PCM = a.\cos\varepsilon$, $SM = c + a.\cos\varepsilon$, $Sp = a + c.\cos\varepsilon$, und $\cos pSM = \frac{c + a.\cos\varepsilon}{a + c.\cos\varepsilon}$ iſt, daß alſo Sp und pSM mit den obigen Werthen von r und v überein kommen, folglich alle durch die Beobachtungen beſtimmten Punkte p in einer Ellipſe liegen. Es iſt hier nicht der Ort, dieſe Rechnung im allgemeinen zu erklären; ein Beyſpiel wird aber alles deutlich machen. Der Winkel ACP oder ε ſey $= 60°$, $a = 100$, $c = 2$: ſo findet man nach Keplers Beobachtungen, $\cos CSE = \frac{c}{a} = \frac{2}{100}$ alſo $CSE = 88°\,51'\,14''$, und $CE = a.\sin CSE$, d. i. $b = 99,98$. Man hat ferner $a.\cos\varepsilon = 50$,

$c . \cos \varepsilon = 1$, also $c + a . \cos \varepsilon = 52$ und $a + c . \cos \varepsilon = 101 = Sp = r$, woraus sich $\cos v = \frac{52}{101}$ und $v = 59° 0' 45''$ ergibt. — In der Ellipse, deren halbe große Axe $a = 100$, die Ekzentrizität $c = 2$ und die halbe kleine Axe $b = 99{,}98$ ist, und $ACP = \varepsilon = 60°$ angenommen wird, hat man $PM = a . \sin \varepsilon = 86{,}60254$, $CM = a . \cos \varepsilon = 50$ und $SM = 52$. Dies gibt $Mp = \frac{b}{a} . PM = \frac{99{,}98}{100} . 86{,}60254 = 86{,}5852$; $\text{tang } MSp = \frac{Mp}{SM} = \frac{86{,}5852}{52}$, also $MSp = 59° 0' 45''$ der wahren Anomalie v gleich, und $Sp = \frac{SM}{\cos MSp} = \frac{52}{\cos 59° 0' 45''} = 101$ dem Radius Vektor r gleich. Der Punkt p liegt also in der Ellipse.

Auf ähnliche Art gelangte Kepler zur Entdeckung seines ersten Gesetzes, daß jede Planetenbahn eine Ellipse ist, in deren einem Brennpunkt sich die Sonne befindet. Die Ekzentrizität ist also nichts anders, als die Entfernung der Brennpunkte vom Mittelpunkt der Ellipse. Auch von diesem Gesetz geben unsre danach berechneten astronomischen Tafeln tägliche Beweise, und Newton zeigte, daß es eine nothwendige physische Folge von der Attraktion der Sonne ist, die die Planeten in ihren Bahnen hält.

Drittes Keplersches Gesetz.

§. 140. Alle Planetenbahnen haben demnach einen einzigen Punkt mit einander gemein, nämlich einen ihrer Brennpunkte, den die Sonne einnimt. Alles übrige, die Entfernung des Mittelpunkts der Ellipse von diesem Brennpunkt, oder die Ekzentrizität, die große Axe, ihre Lage, und die Lage der Ebne worin die Ellipse liegt, ist in jeder Bahn verschieden. Wenn z. B. (37. Fig.) AP die Erdbahn ist, in deren einem Brennpunkt S die Sonne sich befindet, so hat eine andre Planetenbahn die Lage BQ. Beyde haben den gemeinschaftlichen Brennpunkt S, aber sonst nichts gemein: der Mittelpunkt der Erdbahn liegt in C, der Planetenbahn in E, die große Axe der Erdbahn ist AP, der Planetenbahn BQ, die Sonnenferne

37. Fig.

der erstern ist A, der letztern Q, und erstre kömmt dem Kreise viel näher als letztre, deren Ekzentrizität SE grösser ist. Beyde Bahnen schneiden sich nicht wirklich in den Punkten G, H, wie es in der Zeichnung scheint, sondern diese Punkte sind vielleicht weit ober- oder unterhalb der Erdbahn, weil die Bahnen in verschiedenen Ebnen liegen. Der einzige Brennpunkt S, der zugleich der wahre physische Brennpunkt unsers Planeten-Systems ist, der Sitz der Sonne, dieser Quelle alles Lichts und aller Wärme die unser System durchströmt, ist der Zentral-Punkt der alle Bahnen zu einem Ganzen vereinigt.

Nachdem Kepler so glücklich gewesen war, die Gesetze, wodurch jede einzelne Planetenbahn bestimmt wird, zu entdecken, war er überzeugt, daß auch ein allgemeines Gesetz vorhanden seyn müsse, welches die einzelnen Glieder des ganzen Sonnen-Systems mit einander verbinde. Er bemerkte bald, daß die Planeten, je entfernter sie von der Sonne sind, nicht bloß desto mehr Zeit zu einem Umlaufe brauchen, weil ihre Bahnen grösser sind, sondern daß sie sich in der That langsamer bewegen. Saturn ist ungefähr zweymal so weit von der Sonne als Jupiter, Mars zweymal so weit als Venus, und Venus zweymal so weit als Merkur: die Bahnen des ♄, des ♂, und der ♀, sind folglich zweymal so groß als die Bahnen des ♃, der ♀, und des ☿; sie müsten also auch zweymal so viel Zeit zu einem Umlauf brauchen, wenn ihre Geschwindigkeiten gleich wären; allein jene Planeten brauchen ungefähr dreymal so viel Zeit als diese, bewegen sich also wirklich langsamer, woraus schon Kepler ganz richtig schloß, daß die Kraft der Sonne in grössern Entfernungen schwächer werde Er suchte nun das genaue Verhältniß zwischen den Entfernungen und Umlaufszeiten der Planeten, und fand endlich nach vielen vergeblichen Versuchen, folgendes, welches das dritte Keplersche Gesetz genannt wird: die Quadratzahlen der planetarischen Umlaufszeiten verhalten sich genau wie die

Kubikzahlen der großen Halb-Axen der elliptischen Planetenbahnen, welche mit den mittlern Entfernungen der Planeten von der Sonne einerley sind (S. §. 141.).

Dieses Gesetz ist nicht allein durch die genauesten Bestimmungen der Entfernungen, in neuern Zeiten auf's strengste bewiesen, sondern nachdem Newton gezeigt hatte, daß es eine nothwendige physische Folge der Attraktion der Sonne sey, bedient man sich desselben besonders bey neu entdeckten Planeten und Kometen, um die Entfernung von der Sonne aus der Umlaufszeit, d. h. die mittlere Entfernung aus der mittleren Bewegung, oder diese aus jener herzuleiten: und diese Resultate stimmen mit allen Beobachtungen auf's vollkommenste überein. Kepler hatte z. B. aus den Beobachtungen gefunden, daß die großen Axen der Erd- und der Mars-Bahn sich verhalten wie 1 zu 1,5235; ihre Sideral-Umläufe aber sind beynahe von $365\frac{1}{4}$ Tagen (Sph. §. 98.) und 687 Tagen (§. 122.). Multiplizirt man diese Zahlen mit sich selbst, so erhält man die Quadrate 133407,56 und 471969, welche sich verhalten wie 1 zu 3,538. Multiplizirt man aber jede der Zahlen 1 und 1,5235 mit sich selbst, und diese Quadrate, 1 und 2,321 wider mit 1 und 1,5235, so erhält man die Kubikzahlen 1 und 3,536 die sich verhalten wie jene Quadratzahlen.

Viertes Kapitel.

Elliptische Berechnung der Planetenbahnen.

Elemente einer Planetenbahn.

§. 141. Die weitläuftigen Beobachtungen und Rechnungen, die bisher den Gegenstand dieses Abschnitts ausgemacht haben, waren die Arbeiten wodurch Kepler den Acker bestellte, der einst so herrliche Früchte tragen sollte. Durch seinen

unermüdeten Fleiß war die Saat in die Erde gebracht, die von Newton gepflegt, in schönerem Gewande wider an's Licht trat, und unter seiner sorgfältigen Wartung zu einer Reife gelangte, die bloß die Hand des Schnitters und Sammlers erwartete, und den neuern Zeiten das schönste Erndtefest bereitete. Das 2. Kapitel zeigte, wie aus geozentrischen Beobachtungen, die einzelnen Stücke die eine Planetenbahn bestimmen, gefunden werden. Das 3. Kapitel entwickelte aus diesen Materialien die Natur der Planetenbahnen und die allgemeinen Gesetze ihrer Bewegung; das gegenwärtige Kapitel wird uns lehren, wie aus diesen Gesetzen die Bewegung und der wahre Ort des Planeten für jede Zeit berechnet wird.

Eine vollständige Kenntniß von der Bewegung eines Planeten erhalten wir nur durch die Beantwortung folgender drey Fragen: 1) In welcher Ebne liegt seine Bahn? 2) Was für eine Figur hat diese Bahn? 3) Wie durchläuft der Planet diese Figur oder diese krumme Linie? Die Lage einer Ebne läst sich nur in Beziehung auf eine andre bekannte Ebne angeben, und es ist natürlich, daß wir dazu die Ebne unsrer eigenen Bahn annehmen, in der wir uns selbst immer befinden. Die erste Frage ist daher beantwortet, wenn wir die Linie kennen in welcher, und den Winkel unter dem die Planetenbahn die Ekliptik schneidet, d. i. durch die Länge der Knoten und die Neigung (§. 121.). Die zweyte Frage wird im allgemeinen durch das erste Keplersche Gesetz beantwortet. Jede Planetenbahn ist eine Ellipse, deren einen Brennpunkt die Sonne einnimt; und die individuelle Beschaffenheit dieser Ellipse wird bestimmt durch ihre Größe und den Grad ihrer Abweichung vom Kreise, d. i. durch die große Axe und die Ekzentrizität. Allein dies ist nicht hinlänglich. Eine Ellipse von dieser Größe und Figur kann in derselben Ebne, die durch die erste Frage bestimmt ist, herum gedreht und in unzählige verschiedene Lagen gebracht werden: ihre wirkliche Lage aber wird bestimmt durch die Lage der Apsi-

denlinie, oder den Winkel den sie mit der Knotenlinie macht. Die dritte Frage endlich wird durch das erste und zweyte Keplersche Gesetz beantwortet, bis auf einen einzigen Umstand, den kein Gesetz bestimmen kann, weil er eine Thatsache betrifft, die von dem Zufall oder der Willkühr abhängt. Jeder Weltkörper wird, wenn er der Sonne nahe genug gebracht ist, nach den Keplerschen Gesetzen eine Ellipse um sie beschreiben, er mag heute oder vor Millionen Jahren aus dem Nichts hervor gerufen seyn, er mag seine Bewegung im Aphelium oder Perihelium anfangen. In jedem aller möglichen Fälle wird er zwar dieselbe Bahn beschreiben, aber er kann sich heute oder in jedem andern Augenblick, an sehr verschiedenen Orten dieser Bahn befinden. Welchen Punkt er in diesem Augenblick einnimt, das hängt von der Zeit und dem Ort ab, da er seine ewige Laufbahn anfing, das ist also ein uns ganz unbekanntes Faktum. So bald aber nur ein Punkt durch die Beobachtungen bestimmt ist, den der Planet in irgend einem Augenblick einnahm, so findet man daraus, vermöge der Keplerschen Gesetze, seine ganze wirkliche Bewegung, den Ort den er zu jeder Zeit einnehmen wird, und alle Lagen, alle Schicksale, die ihm auf seiner nie endenden Wanderschaft bevor stehen. Ein solcher beobachteter Ort ist natürlich der **wahre** Ort des Planeten, aus dem man den **mittleren** herleitet, weil sich daraus alles übrige weit leichter berechnen läst. Diese mittlere Länge eines Planeten in seiner Bahn zu einer gewissen Zeit heist die Epoche, woraus seine mittlere und wahre Länge für jede andre Zeit berechnet wird. Alle diese Dinge zusammen, wodurch nicht allein die Bahn des Planeten, sondern auch die Ebne worin sie liegt, und die Oerter die der Planet zu jeder Zeit darin einnimt, bestimmt werden, heißen die Elemente der Planetenbahn, und sind folgende sechs die ganz unabhängig von einander sind:

1) Länge des Knotens, 2) Neigung, 3) große Axe, 4) Ekzentrizität, 5) Länge der Sonnenferne, 6) Epoche.

Man rechnet gewöhnlich dazu noch ein 7tes, nämlich die Umlaufszeit oder die mittlere Bewegung; da diese aber kraft des dritten Keplerschen Gesetzes aus n. 3) folgt, oder vielmehr diese aus jener, so ist eine von ihnen den übrigen untergeordnet, und gehört nicht eigentlich zu den Elementen. Eben so wird die gröste Gleichung, oder der gröste Unterschied zwischen dem wahren und mittleren Ort eines Planeten, der 90° von den Apsiden eintrifft (§. 114.), schon durch n. 4) bestimmt. Die große Axe ist die Summe der grösten und kleinsten Entfernung im Aphelium und Perihelium; ihre Hälfte ist also das Mittel zwischen beyden Extremen: daher man auch die halbe große Axe die mittlere Entfernung des Planeten von der Sonne nennt.

§. 142. Die Methoden wodurch die Knotenlinie und Neigung bestimmt wird, sind die nämlichen, die Bahn mag Kreis oder Ellipse seyn, weil es hier bloß auf die Ebne, nicht aber die Figur der Bahn ankömmt: die Astronomen bedienen sich also auch jetzt noch der oben erklärten Methoden (§. 124.). Auf die so genannten elliptischen Elemente aber, die Ekzentrizität und die Lage der Apsiden, muß die Figur der Ellipse, die dadurch bestimmt wird, allerdings einen großen Einfluß haben. Statt der Keplerschen bedient man sich daher in der neuern Astronomie genauerer Methoden, die auf folgenden Gründen beruhen. Bestimmung der elliptischen Elemente durch Beobachtungen.

Es sey (38. Fig.) S die Sonne, A das Aphelium des Mars, M, N, zwey heliozentrische Längen, die entweder in der ☌ unmittelbar beobachtet, oder durch die im 2. Kap. erklärten Methoden aus den geozentrischen hergeleitet, und vermittelst der Länge des ☊ und der Neigung, von der Ekliptik auf die Bahn des Mars reduzirt sind (§. 121.); in m, n, denke man sich die dazu gehörigen mittleren Oerter: so kennt man genau, aus den Beobachtungen beyder Längen Unterschied oder den Winkel MSN = α, und aus der Zwischenzeit den Unterschied der mittleren Längen oder den Winkel mSn = β. 38. Fig.

Nun nehme man die Länge der Sonnenferne = A und die Ekzentrizität = γ so an, wie sie durch die obigen Methoden schon mit ziemlicher Richtigkeit bekannt sind, ziehe A von den wahren Längen M, N, ab, und berechne für diese wahren Anomalien ASM, ASN, vermittelst der Ekzentrizität γ nach der elliptischen Theorie, die Gleichungen des Mittelpunkts MSm, NSn, woraus sich die mittleren Anomalien ASm, ASn, folglich auch ihr Unterschied mSn ergibt. Kömmt dieser nicht genau mit β überein, so behält man A bey, ändert aber γ so lange, bis man einen Werth für mSn erhält, der β gleich ist; und dieser Werth von γ ist desto richtiger, je näher die Anomalien ASM, ASN, 90° sind. Eben so verfahre man mit zwey andern Beobachtungen L, K, die nahe bey den Apsiden liegen, lasse aber nun die eben gefundene Ekzentrizität ungeändert, und ändre A so lange, bis der berechnete Unterschied der mittleren Anomalien, wie vorhin, mit der Zwischenzeit genau überein stimmt: so ist beydes A und γ gefunden.

Folgende Methode ist noch vortheilhafter. Aus zwey Beobachtungen M, N, fand man für einen angenommenen Werth von A den zugehörigen Werth von γ. Man ändre nun A um etwa 1°, nehme mit A + 1° = A′, statt A, dieselbe Berechnung der Beobachtungen M, N, vor, und finde die Ekzentrizität um 0,0001 größer als vorher, d. i. γ + 0,0001 = γ statt γ. Man hat also zwey Hypothesen, A, γ, und A′, γ′, und keine dieser beyden Größen kann geändert werden, ohne daß zugleich die andre verhältnißmäßig geändert werde, weil sie sonst den Beobachtungen M, N, widersprechen würden. Welche von beyden Hypothesen der Wahrheit am nächsten komme, entscheidet man durch eine dritte Beobachtung in K, für welche man, wie eben erklärt ist, die wahre Anomalie und die Gleichung des Mittelpunkts, folglich die mittlere Anomalie, nach beyden Hypothesen, A, γ, und A′, γ′, berechnet, und diese mittlere Anomalie mit der vorher berech-

neten in M vergleicht. Beyder Unterschied müste genau der Zeit zwischen den Beobachtungen in M und K entsprechen, wenn A, γ, oder A', γ', richtig wären; und man sieht leicht, nicht allein welche von beyden Hypothesen die richtigste ist, sondern auch wie sie durch eine einfache Regel de Tri geändert werden müsse, damit der Unterschied zwischen den mittleren Anomalien in M und K der dazwischen verflossenen Zeit genau entspreche. Diese verbesserten Werthe von A und γ geben dann genau die Länge der Sonnenferne und die Ekzentrizität. Durch eine Menge solcher Kombinationen sind endlich unsre Planeten-Tafeln zu ihrem jetzigen Grade der Vollkommenheit gebracht.

§. 143. Die Vergleichung der neuern Bestimmungen mit den ältern zeigte bald, daß auch die Lage der Apsiden, so wie die der Knoten, veränderlich, aber nicht gleich dieser rückgängig sey, sondern vielmehr vorrücke. Die Länge der Sonnenferne der Erdbahn hat z. B. in 100 Jahren um $1^\circ 43\frac{1}{2}'$ zugenommen, welches in 1 Jahr 62″,05 in Ansehung der Aequinoktialpunkte macht, folglich wenn man 50″,25 davon abzieht, eine jährliche Bewegung unter den Fixsternen von 11″,8 nach der Ordnung der Zeichen gibt. Die Apsiden des Mars und Saturns haben eine noch schnellere rechtgängige Bewegung; nur die Apsiden der Venus gehen zurück. Bewegung der Apsidenlinie.

Wenn A und γ genau bestimmt ist (§. 142.), so gibt jede beobachtete heliozentrische Länge M, z. B. in der δ, die wahre Anomalie $A S M = \gamma S M - \gamma S A$, d. i. $v = M - A$, für welche man mit γ die Gleichung des Mittelpunkts $M S m = \varphi$ berechnet, also die mittlere Anomalie $A S m = A S M + M S m$ oder $\mu = v + \varphi$, folglich auch die mittlere Länge $\gamma S m = A S m + \gamma S A = \mu + A$ findet. Diese gibt eine Epoche, die man vermittelst der bekannten mittleren Bewegung, auf den Anfang eines Jahrs oder Jahrhunderts reduzirt, und danach Tafeln berechnen kann. 38. Sig. Epoche.

Einfache elliptiſche Hypotheſe.

§. 144. So bald die Elemente einer Planetenbahn durch die Beobachtungen beſtimmt ſind, iſt die Berechnung ihrer Bewegung nach den Keplerſchen Geſetzen, ein rein geometriſches Problem, deſſen Auflöſung bloß auf der Natur der Ellipſe beruht, und daher durch die Fortſchritte, die die Analyſe der krummen Linien in neuern Zeiten gemacht hat, zur gröſten Vollkommenheit gebracht iſt. Kepler hielt eine direkte Auflöſung dieſes Problems noch für unmöglich, und half ſich durch eine indirekte Methode oder eine Art von regula falsi (*). Nachher ſuchte man ſich die Sache durch die Hypotheſe zu erleichtern, daß die wahre Bewegung um den zweyten Brennpunkt F (39. Fig.) gleichförmig ſey, eine Hypotheſe die durch die Ptolemäiſchen und Tychoniſchen Beobachtungen bewieſen zu ſeyn ſchien, und wegen der äußerſt leichten Rechnung die einfache elliptiſche Hypotheſe genannt wird. In der That war der Gedanke ſehr natürlich, daß wenn der eine Brennpunkt eine ſo große Rolle ſpielt, auch der andre wahrſcheinlich nicht ganz ohne alle Bedeutung ſeyn werde. Wenn S die Sonne, F der andre Brennpunkt oder das punctum aequantis, A die Sonnenferne, und der Planet in P iſt, ſo findet man aus der mittleren Bewegung des Planeten, für jede Zeit ſeine mittlere Anomalie μ, die hier $=$ AFP angenommen wird. Außerdem kennt man den Halbmeſſer der Bahn $CA = a$, und die Ekzentrizität $CS = CF = c$, alſo auch $SF = 2c$. Wenn nun FP verlängert wird, bis FD oder $FP + PD = 2a$ iſt, ſo iſt $PD = PS$, weil auch $FP + PS = 2a$ iſt (§. 138. n. 2. b)). Das Dreyeck SPD iſt alſo gleichſchenklicht, folglich $PDS = PSD$ (Sph. §. 15. n. 9.), und da der äußre Winkel FPS der Summe jener beyden Winkel gleich iſt, ſo iſt $FPS = 2 . PDS$. Nun

39. Fig.

(*) *De stella Mart.* pag. 300. „Mihi sufficit credere, solvi a priori „non posse. Erranti mihi quicunque viam monstraverit, is erit „mihi magnus Apollonius.“

kennt man im Dreyeck FSD, den Winkel $SFD = 180° - \mu$, und die einschließenden Seiten $FD = 2a$ und $FS = 2c$, woraus der Winkel FDS berechnet wird. Dies gibt die Gleichung des Mittelpunkts $FPS = 2.FDS$, und die wahre Anomalie $FSP = \mu - FPS$. Da man nun im Dreyeck FPS alle Winkel und die Seite $FS = 2c$ kennt, so berechnet man daraus den Radius Vektor SP, wodurch alles gefunden ist. Diese Methode gibt aber keine Genauigkeit, weil die Bewegung um F nicht gleichförmig ist; und die Fortschritte, die die Analyse in neuern Zeiten gemacht hat, haben längst Keplers pium desiderium erfüllt, und eine direkte und strenge Auflösung dieses Problems gelehrt, wovon wir hier nur den Gang im allgemeinen anzeigen können.

Elliptische Berechnung.

§. 145. Aus der bekannten mittleren Bewegung, Epoche, und Sonnenferne des Planeten, findet man für jede Zeit, durch bloße Addition, die mittlere Anomalie μ, woraus man vermittelst der Ekzentrizität, die Gleichung des Mittelpunkts, die wahre Anomalie und Länge, und den Radius Vektor berechnet, oder in den Tafeln berechnet findet. Die gewöhnliche Aufgabe in der Astronomie ist daher, aus der mittleren Anomalie alles übrige zu finden; und da diese, nach dem zweyten Keplerschen Gesetz, dem elliptischen Sektor proportional ist (§. 136.), so ist das eigentliche geometrische Problem, dessen Auflösung Kepler für unmöglich hielt, dieses: aus der Area eines elliptischen Sektors um den Brennpunkt, den Winkel am Brennpunkt und den Radius Vektor der Ellipse zu finden.

Aus der Epoche, der Länge der Sonnenferne A (35. Fig.), und der mittleren Bewegung, kennt man die Zeit da der Planet in A war. Für jede andre Zeit, die um t Sekunden später fällt als der Durchgang durch die Sonnenferne, hat man also, wenn T die ganze Umlaufszeit des Planeten ist, die mittlere Anomalie μ durch folgende Proportion, $T : t = 360° : \mu$. Nun ist μ der Area des Sektors $ASp = S$ 35. Fig.

proportional: nennt man also die Area der ganzen Ellipse E, so ist $360° : \mu = E : S$ oder $T : t = E : S$. Wenn man die große Axe AB in unzählige kleine Theile wie MT theilt, so ist auch die Fläche der Ellipse so wie des Kreises, in eine Menge solcher kleinen Flächen wie MpnT und MPRT getheilt, die sich, da sie gleiche Basis MT haben, wie ihre Höhen Mp, MP, verhalten müssen. Eben dieses Verhältniß werden also auch die Summen aller dieser kleinen Vierecke, oder die Flächen der ganzen Ellipse und des ganzen Kreises, E, C, haben. Nun ist vermöge der Natur der Ellipse (§. 138. n. 3.) $MP : Mp = CD : CE = a : b$, also auch $a : b = C : E$ oder $E = \frac{b}{a} C$. Die Fläche des Kreises C ist für jeden Halbmesser a aus der Geometrie bekannt, wodurch also auch E gegeben ist, folglich auch $S = \frac{t}{T} E$. Aus dieser Area S des Sektors ASp, wird nun durch die Rechnung des Unendlichen, die jetzt nicht mehr Schwierigkeiten hat als die gewöhnliche Analyse, der Winkel ASp oder die wahre Anomalie berechnet, und aus diesem Winkel der Radius Vektor Sp.

Kepler, zu dessen Zeit die Analysis des Unendlichen noch nicht erfunden war, stellte die Rechnung auf folgende
36. Fig. Art an. Er nahm den Winkel $ACP = \varepsilon$ (36. Fig.) den er die ekzentrische Anomalie nannte, willkührlich an, berechnete aus den bekannten Eigenschaften des Kreises die Fläche des Sektors ACP, der sich zur ganzen Kreisfläche C verhält wie ε zu 360°, und dann die Fläche des Dreyecks CSP, in dem durch den Winkel $SCP = 180° - \varepsilon$ und die einschließenden Seiten $CP = a$, $CS = c$, alles bekannt war: so erhielt er die Area $ASPA = s$, indem er jene beyden Flächen addirte. Er kannte also auch den elliptischen Sektor $ASpA = S = \frac{b}{a} s$, so wie die ganze elliptische Fläche $E = \frac{b}{a} C$, woraus sich die mittlere Anomalie μ durch die Proportion $E : S = 360° : \mu$,

nach dem zweyten Gesetz ergab. Endlich war im Dreyeck PCM, $CM = a \cdot \cos s$, also $SM = CM + CS = a \cdot \cos s + c$. Da nun auch der Radius Vektor $Sp = a + c \cdot \cos s = r$ bekannt war (§. 139.), so berechnete er im rechtwinklichten Dreyeck MSp, aus den Seiten SM, Sp, die wahre Anomalie $MSp = v$. Er hatte also drey zusammen gehörige Grössen, r, μ, v, und fand auf diese Art, in allen Punkten der Bahn, für jede mittlere Anomalie μ, die dazu gehörige wahre Anomalie v und den Radius Vektor r, wodurch das Problem aufgelöst war, wiewol auf einem indirekten Wege.

Neue Planeten.

§. 146. Wenn man die Entfernung der Planeten von der Sonne aufmerksam betrachtet, so kann man sich des Gedankens nicht erwehren, daß außer den seit den ältsten Zeiten bekannten Planeten, und den von Zeit zu Zeit erscheinenden Kometen, das Gebiet unsrer Sonne noch von einer Menge uns unbekannter, vielleicht immer unsichtbarer Planeten bevölkert seyn mag. Diese Entfernungen verhalten sich ungefähr wie die Zahlen 4, 7, 10, 15, 52, 95. Die der vier untersten Planeten nehmen, wie man sieht, fast auf gleiche Art zu; aber zwischen Mars und Jupiter zeigt sich plötzlich eine große Lücke, und man vermuthete längst, daß sie mit einem oder mehreren Planeten angefüllt sey, die wir noch nicht bemerkt haben, weil sie entweder wegen ihrer geringen Größe, oder ihrer das Sonnenlicht wenig reflektirenden Oberfläche, schwer oder gar nicht zu sehen sind. Von der andern Seite war es zwar leicht zu begreifen, daß die ungeheuren Massen des Jupiters und Saturns einen großen Zwischenraum haben müsten, um sich nicht gar zu sehr in ihrer Bewegung um die Sonne zu stören; daß aber Saturn, der fast wie ein Stern erster Größe am Himmel glänzt, der äußerste Planet unsers Sonnen-Systems seyn solte, war höchst unwahrscheinlich; es war vielmehr zu vermuthen, daß es in dem unermeßlichen Raum, der ihn von den nächsten Fixsternen trennt, noch Pla-

neten gebe, die uns wie Sterne der fünften oder sechsten Grösse erscheinen, bis sie uns endlich wegen ihrer großen Entfernung ganz unsichtbar werden.

Diese letztere Vermuthung bestätigte sich ehr als jene. Am 13 Märtz 1781 bemerkte H. Herschel in England zufälligerweise, daß ein Stern in den Zwillingen, der dem bloßen Auge von der 7ten Größe schien, im Fernrohr einen sehr merklichen Durchmesser, und eine eigene Bewegung hatte. Dieser merkwürdige Fremdling, den der Entdecker anfangs für einen Kometen hielt, ward in ganz Europa mit der Sorgfalt, die dieser Gegenstand verdiente, beobachtet, und bald von den Astronomen für einen neuen Haupt-Planeten unsers Sonnen-Systems anerkannt, der ungefähr zweymal so weit von der Sonne ist als Saturn, und mehr als 80 Jahre zu einem Umlaufe braucht. Die Keplersche Methode, die Planeten immer nach einem ganzen Umlauf zu beobachten, ließ sich wegen Länge der Zeit hier nicht anwenden; aber glücklicher weise weicht seine Bahn sehr wenig vom Kreise ab, und fällt fast mit der Ekliptik zusammen, wodurch ihre Bestimmung sehr erleichtert ward. Man berechnete nach diesen vorläufigen Elementen, seinen Ort rückwärts für die Zeiten, da Flamstead und Mayer ihre Sternverzeichnisse machten, und fand wirklich an solchen Stellen Sterne von der 7ten Größe in den Verzeichnissen aufgeführt, die jetzt nicht mehr am Himmel gefunden werden. Es war mehr als wahrscheinlich, daß der Planet für einen Fixstern angesehen und als solcher eingetragen war; und so diente ein solcher in den Verzeichnissen angegebener Ort statt einer ältern Beobachtung, wodurch es bey den großen Fortschritten, die die Theorie indeß gemacht hatte, leicht ward, die Elemente dieses neuen Planeten mit einer Genauigkeit zu bestimmen, die der der ältern Planeten fast gleich kömmt. Man hat ihm in Deutschland den Namen Uranus und das Zeichen ♅, in England den Namen Georgium Sidus, in Frankreich den Namen Herschel gegeben.

Die erste Vermuthung ward auf eine noch merkwürdigere Art bestätigt. In den ersten Jahren des jetzigen Jahrhunderts, 1801 d. 1 Januar, 1802 d. 28 Märtz, 1804 d. 1 September, und 1807 d. 29 Märtz, wurden von H. Piazzi in Sizilien, und den HH. Olbers und Harding in Deutschland, zwischen Mars und Jupiter, vier neue Planeten entdeckt, die fast die nämliche mittlere Entfernung von der Sonne von $2\frac{1}{2}$ Halbmessern der Erdbahn haben, deren Bahnen aber, vermöge ihrer großen Ekzentrizität (die bey einem über den vierten Theil des Halbmessers seiner Bahn beträgt), und der beträchtlichen Winkel unter denen sie sich schneiden, so in einander geschlungen sind, daß sie ungestört ihren Lauf um die Sonne verrichten können, ohne sich zu begegnen, obgleich ihre Bahnen sich zuweilen wirklich schneiden. Man hat ihnen die Namen Ceres, Pallas, Juno, Vesta, und die Zeichen ⚳, ⚴, ⚵, ⚶, gegeben. Sie sind so klein, daß sie unerachtet ihrer nicht großen Entfernung von uns, doch kaum dem bloßen Auge als Sterne der 6ten bis 9ten Größe sichtbar sind; und die Kürze der Zeit in der diese vier entdeckt sind, läst vermuthen, daß es in dieser Gegend noch mehrere gibt. Die Elemente ihrer Bahnen, die noch jetzt alle Astronomen beschäftigen, sind schon mit hinlänglicher Genauigkeit bekannt, um sie nach ihrem jährlichen Verschwinden in den Sonnenstralen, immer wider zu finden, welches ihre außerordentliche Lichtschwäche sonst sehr schwer machen würde.

Elemente aller Planetenbahnen.

§. 147. Die Elemente aller Bahnen, die mit den oben bereits gegebenen (§. 122. 124. und Sph. §. 97. 98.), unsre ganze Kentniß von unserm Planeten-System, das Resultat von 2000 jährigen Beobachtungen und Rechnungen, begreifen, sind in den wenigen Zahlen folgender Tabellen enthalten. Die Epochen aller Elemente sind für die Mitternacht zwischen dem 31 Dezember 1800 und dem 1 Januar 1801, mittlerer Zeit in Paris; mit Ausnahme der 4 neuesten Pla-

neten, für welche der Anfang des Jahrs 1808 zur Epoche angenommen ist.

	Epoche	Sonnenferne	Ihre jährliche Sideral-Bewegung	Halbe große Axe oder mittlere Entfernung
☉	177°.47'.17'',5.	347°.21'.42'',0.	+ 2'',393.	19,1833050
♄	135. 20. 31, 5.	269. 8. 57, 9.	+19, 371.	9,5387705
♃	112. 12. 36, 1.	191. 8. 35, 1.	+ 6, 638.	5,2027911
♂	264. 52. 50.	326. 42. 30, 2.	〃 〃	2,767222
♀	253. 8. 33.	301. 5. 55.	〃 〃	2,765443
☿	290. 29. 50, 5.	233. 13. 24, 7.	〃 〃	2,668015
☾	168. 10. 44.	69. 57. 56.	〃 〃	2,359924
☊	64. 7. 2, 3.	152. 24. 23, 9.	+15, 824.	1,5236935
☌	100. 9. 13.	279. 30. 5.	+11, 798.	1,0000000
☍	10. 44. 35.	308. 37. 0, 9.	— 2, 678.	0,7233323
☋	163. 56. 27.	254. 21. 46, 9.	+ 5, 835.	0,3870981

	Ekzentrizität	Ihre Aendrung in 100 Jahren	Gröste Gleichung des Mittelpunkts
☉	0,04667030	— 0,000025072	5°.20'.58'',0.
♄	0,05616830	— 0,000312402	6. 26. 19, 5.
♃	0,04817840	+ 0,000159350	5. 31. 20, 3.
♂	0,0785134	— 0,000583	9. 0. 12, 6.
♀	0,2461011	〃 〃 〃	28. 24. 11, 0.
☿	0,2554521	〃 〃 〃	29. 29. 56, 8.
☾	0,088016	〃 〃 〃	10. 5. 41, 6.
☊	0,09313400	+ 0,00009017 6	10. 40. 59, 0.
☌	0,01685318	— 0,00004163 2	1. 55. 52, 7.
☍	0,00685298	— 0,00006271 1	0. 47. 7, 1.
☋	0,20551494	+ 0,00000386 7	23. 40. 1, 5.

	Sideral-Umlauf Tage. St. M. S. T.	Tropischer Umlauf Tage. St. M. S.	Synod. Umlauf Tage. St. M. S.
☉	30688. 17. 6. 16. 10.	30589. 1. 24. 27.	369. 15. 44. 41 1/3.
☾	1681. 9. 0. 0. 0.	1681. 1. 48.	466. 14. 59. 0.
♄	1679. 18. 2. 0. 0.	1679. 10. 51.	466. 17. 59. 0.
♃	1591. 18. 27. 0. 0.	1591. 12. 0.	474. 0. 43. 0.
♂	1324. 4. 15. 0. 0.	1323. 23. 47.	504. 9. 13. 0.

		Länge des ☊	Neigung	Die Knoten der Uranus-Bahn haben jährlich eine rückgängige Sideral-Bewegung von 35″,98; die Neigung nimt in 100 Jahren um 3″,1 zu.
1801.	☉	72°.51′.14″.	0°.46′.26″.	
1808.	☾	80. 55. 8.	10. 37. 32.	
	♄	172. 33. 18.	34. 37. 43.	
	♃	171. 6. 42.	13. 4. 11.	
	♂	103. 12. 47.	7. 8. 21.	

In runden Zahlen macht demnach

☉ in 84 Jahren 1 Umlauf um die Sonne und ist 83 mal in ☌ oder ☍.

☾ und ♄ in 14 — 3 — — — — — 11 — —

♃ in 13 — 3 — — — — — 10 — —

♂ in 11 — 3 — — — — — 8 — —

Ueberhaupt geben die obigen Tabellen (Vergl. §. 122. u. 124.) zu folgenden Bemerkungen Anlaß. Alle Planetenbahnen, die bis zum 19ten Jahrhundert bekannt waren, haben nicht allein eine so geringe Neigung, daß sie fast mit der Erdbahn in einer Ebne liegen, sondern auch eine so kleine Ekzentrizität, daß sie wenig vom Kreise abweichen. Stellt man sich also einen Streifen an der Sphäre vor, der die Ekliptik an beyden Seiten in einer Breite von etwa 3° umgibt, so schließt derselbe die Bahnen des ☉, ♄, ♃, ♂, der ☿ und ♀ ein. Nur ☿ macht in beyden Stücken eine Ausnahme: seinetwegen muste man den Zodiak (Sph. §. 78.) 7° breit machen, und seine Ekzentrizität übertrifft die aller übrigen Planeten bey weitem, sie ist sogar 12 mal so groß als die der Erdbahn,

und 27 mal so groß als die der Venus. Diese Ausnahmen von den Regeln, in die man bisher die Planetenbahnen hatte zwingen wollen, sind noch auffallender an den vier in diesem Jahrhundert entdeckten, besonders an der Pallas. Sie entfernt sich fast 35° von der Ekliptik, und ihre Ekzentrizität, so wie die der Juno, ist so beträchtlich, daß der Unterschied zwischen der wahren und mittleren Länge bis zu 29½° steigt. Unter allen Planetenbahnen weichen am wenigsten vom Kreise ab, ♀, ☿ und die drey obersten Planeten, am meisten ⚳, ⚴ und ☿. Von der Ekliptik entfernen sich am meisten die vier neuen Planeten und ☿, besonders aber ⚴, am wenigsten ☉, ☽, ♂, ♄.

Fünftes Kapitel.

Die Kometen.

Wahrscheinlich große Anzahl der Kometen.

§. 148. Das Studium der Astronomie, besonders der Geschichte derselben, kann sowol zum Stolz als zur Demuth reitzen, kann Freude über die glücklich überwundenen Schwierigkeiten oder Furcht vor den größeren noch bevorstehenden erwecken. Jede neue Entdeckung in der Sternkunde macht nicht allein neue Rechnungen und Untersuchungen nöthig, sondern schärft zugleich den Blick des Astronomen; und das Auge, das noch kaum die Gränzen des Planeten-Systems erreichen konnte, wendet sich nun von diesem kleinlichen Gegenstande ab, um in Fernen zu dringen, die nur der Vorhof eines neuen Tempels sind, der, jetzt noch selbst in Dunkelheit begraben, einst eine noch fernere und düstrere Gegend erleuchten wird, wenn das Auge an sein schwächeres Licht gewöhnt ist.

Die Alten kannten außer den Fixsternen, der Erde, der Sonne und dem Monde, nur fünf Planeten, und hatten kei-

nen Grund zu zweifeln, daß hiemit das Weltgebäude, von dessen Größe sie sehr eingeschränkte Begriffe hatten, hinlänglich angefüllt sey. Die genauen Messungen, die die Neuern über die Entfernung der Weltkörper anstellen konnten, gaben ihnen richtigere Begriffe von der unermeßlichen Größe des Weltalls, aber auch zugleich von den ungeheuren leeren Räumen die dort verschwendet schienen. Das Weltgebäude lag vor unsern Augen grösstentheils wüst und unbebaut, in einen unendlichen Raum ausgestreckt da; nur ein kleiner Winkel, der einzige den unser kurzsichtige Blick übersehen konnte, zeigte sich, gleich einer Oasis in der Wüste, mit äußerster Sorgfalt angebaut, und bewies, daß die Natur auch hier so wie auf dem Erdboden, dem Grundsatz der Sparsamkeit getreu, jeden Fleck benutzt hatte. War es glaublich, daß sie über unsern Gesichtskreis hinaus, diesem Grundsatz untreu gewesen sey? Die Erfindung der Fernröhre beantwortete diese Frage auf eine, wie es anfangs schien, befriedigende Art. Nicht allein der bisher für unbenutzt gehaltene Raum jenseits des Saturns und zwischen Mars und Jupiter, ward mit 5 neuen Haupt-Planeten angefüllt, sondern eine ganz neue Welt eröffnete sich durch die Entdeckung der Trabanten oder Neben-Planeten: und statt der den Alten bekannten sechs Planeten und einem Monde, kennen wir jetzt eilf Haupt-Planeten und achtzehn Neben-Planeten oder Monde.

Obgleich nun hiedurch die Zahl der Weltkörper unsers Sonnen-Systems sich vierfach vermehrt hatte, so gab es doch in der Lage der Planetenbahnen einige besondre Umstände, die die Vermuthung erregen musten, daß selbst diese Anzahl von 29 Planeten nur ein höchst unbedeutender Theil von der ganzen Menge aller zu unserm Sonnen-System gehörigen Körper sey. Alle diese Planeten haben das eigenthümliche, daß sie nach einer Richtung, von der rechten nach der linken Seite, um die Sonne oder ihren Haupt-Planeten laufen, daß ihre Bahnen sehr wenig vom Kreise abweichen, und daß ihre Eb-

nen in einen so engen Raum zusammen gedrängt sind, daß dadurch an der Sphäre nur eine Zone von etwa 15° Breite ausgefüllt wird. Welch ungeheurer Raum blieb hier noch unbenutzt, selbst ohne die Gränzen des Gebiets der Sonne zu erweitern! Welche Mannigfaltigkeit in der Figur der Bahnen und ihrer Richtung war hier noch möglich! Wie sehr man auch das Gebiet der Sonne einschränken will, so ist doch offenbar, daß es sich nach allen Seiten auf gleiche Art ausbreiten oder einen sphärischen Raum einnehmen muß. Ist es also nicht mehr als wahrscheinlich, daß dieser ganze sphärische Raum eben so wohl mit Weltkörpern angefüllt sey, als die 15 Grade die unsre Planetenbahnen einnehmen? Von den beyden Richtungen, nach denen sich ein Planet bewegen kann, ist die nach der rechten Seite offenbar eben so möglich als die nach der linken: nur der Zufall, oder die Willkühr des Urhebers und Gesetzgebers der Natur konnte jeden Weltkörper zur einen oder andern bestimmen. Ist man also nicht berechtigt anzunehmen, daß beyde Richtungen gleich oft im Sonnen-System vorkommen müssen, daß uns also noch eine Menge von Weltkörpern unbekannt ist? Da es nämlich nicht weniger unwahrscheinlich ist, daß gerade alle uns bisher unbekannt gebliebenen Körper eine Bewegung nach der rechten Seite haben, so bleibt nur die Vermuthung über, daß diese unbekannten Körper sich nach allen möglichen Seiten bewegen, aber in so großer Anzahl vorhanden sind, daß die 29 bisher bekannten ganz dagegen verschwinden. Da endlich von jeder Größe, oder in jeder Entfernung von der Sonne, unzählige Ellipsen möglich sind, vom Kreise bis zur Ellipse die in eine gerade Linie zusammen schrumpft, so darf man wol vermuthen, daß alle die bisher bekannten kreisförmigen Bahnen nur einen sehr unbedeutenden Theil von der ganzen Zahl aller Weltkörper ausmachen, die in mehr oder weniger länglichten Ellipsen, in größern oder kleineren Bahnen, in allen möglichen Lagen und Richtungen um die Sonne laufen. Dies wird desto

wahrscheinlicher, wenn wir unten sehen werden, daß in derselben Entfernung von der Sonne sich ohne Vergleich mehr länglichte Ellipsen als kreisförmige Bahnen legen lassen.

Alle diese Erwartungen sind, wie die Folge zeigen wird, durch die Erfahrung vollkommen bestätigt. Mehrere hundert den Alten unbekannte Weltkörper sind bereits beobachtet, die in sehr länglichten Ellipsen rechts und links um die Sonne laufen, und deren Bahnen alle möglichen Lagen haben, und so den ganzen sphärischen Raum des Reichs der Sonne ausfüllen.

Verschiedene Meinungen über die Kometen.

§. 149. Diese neue Art von Weltkörpern war indeß den Alten nicht unbekannt, wiewol sie es der Mühe nicht werth oder unmöglich hielten, ihre Bahnen, wie die der Planeten, zu bestimmen. Das merkwürdigste war ihnen die äußre Form, durch die sich in der That diese Weltkörper vor allen übrigen auszeichnen. Man sieht bey ihnen äußerst selten einen festen runden Kern, gewöhnlich nur ein den Nebelflecken ähnliches mattes Licht, das nach der Peripherie hin schwächer wird und die Gestalt eines lockigten Haars hat, wovon sie den Namen Kometen oder Haarsterne erhalten haben (*). Diese Atmosphäre, die den eigentlichen Kern umgibt und mehrentheils so bedeckt daß er ganz unsichtbar ist, ist so dünn, daß man, wie schon die Alten bemerkt hatten (**), die Sterne dadurch sieht: sie nimt bald eine runde Gestalt an, bald eine länglichte, in welchem Fall Aristoteles ihnen den Namen Bartsterne gibt (***). Seneka bemerkt (****), daß sie an

---

(*) κομήτης, ἀστὴρ κομήτης, von κόμη das Haar.

(**) *Seneca, Nat. Quaest.* VII. 18. „Nunquam apparet stella per „stellam. Per Cometen autem non aliter quam per nubem ul„teriora cernuntur.“

(***) πωγωνίας bärtig, von πώγων der Bart.

(****) l. c. VII. 17.

Gestalt, Größe und Farbe sehr verschieden sind, einige roth ohne Glanz, andre weiß mit reinem schwachen Licht, andre einer Flamme gleich mit glühendem Rauch umgeben, noch andre blutroth mit veränderlichem Licht. Alles dies beweist, daß Haar, Schweif, Farbe, ꝛc. etwas zufälliges ist.

Die Frage, was für Körper die Kometen eigentlich sind, ward von den alten Philosophen sehr verschieden beantwortet, und ist erst seit etwas mehr als 100 Jahren völlig entschieden. Die mancherley Meinungen der Alten, die zum Theil so thöricht sind, daß sie jetzt keine Erwähnung mehr verdienen, findet man von Aristoteles (*), Seneka (**), und Plutarch (***) gesammelt. Nach ersterem hielten Anaxagoras und Demokrit die Kometen für das zusammen fließende Licht mehrerer nahe bey einander stehender Planeten; einige Italiener oder so genannte Pythagoreer hielten sie selbst für Planeten, die sich wenig von der Sonne entfernen, und daher gleich dem Merkur nur selten sichtbar werden. Aristoteles selbst verwirft diese Meinung, weil die Kometen oft weit von der Sonne, in Ost und West, in Norden und Süden erscheinen. Er glaubt vielmehr, daß sie aus einer feuerartigen Materie entstehen, die aus den höchsten Regionen unsrer Luft ausdünstet, und sich irgendwo anhäuft, und setzt sie mit der Milchstraße, den Sternschnuppen, Feuerkugeln, und den aus der Luft fallenden Steinen in eine Klasse (****).

Seneka, nachdem er die verschiedenen Meinungen der Alten, und zuletzt die zu seiner Zeit herschende angeführt hat, welche die Aristotelische war, setzt hinzu: „Ich bin nicht „dieser Meinung. Ich halte die Kometen nicht für plötzlich „entzündete Massen, sondern rechne sie zu den ewigen Werken

---

(*) *Meteorolog.* L. I. c. 6.

(**) *Nat. Quaest.* Lib. VII.

(***) *De Placit. Philos.* III. 2.

(****) l. c. cap. 7. 8.

„der Natur" (*). Nachdem er nun bewiesen hat, daß sie keine Meteore sind, widerlegt er den Einwurf, daß sie keine Planeten seyn können, weil sie nicht wie diese in der Ekliptik, sondern in allen Gegenden des Himmels erscheinen. „Wer," sagt er, „wagt es, den Gestirnen solche Gränzen vorzuschrei„ben, und göttliche Dinge in so enge Schranken einzuzwän„gen? Auch die Planeten haben nicht alle dieselbe Bahn; „warum sollte es nicht andre geben, deren Bahnen ganz und „gar davon verschieden sind? Ist etwa der Himmel in eini„gen Theilen undurchdringlich?" — Ist es nicht der Größe „der Welt angemeßner, daß sich in ihr die Wege auf alle „Art durchkreutzen, und ihr ganzer Raum eine gebahnte „Straße sey? Kann man glauben, daß in diesem grösten „und schönsten Körper, unter den unzähligen Sternen die die „Zierde unsrer Nächte sind, es nur fünf gebe, denen es er„laubt sey sich zu bewegen, alle übrigen aber unbeweglich ste„hen?" (**) — Nun beantwortet er den Einwurf, daß wir ihre Bahnen und die Gesetze ihrer Bewegungen nicht kennen, und geräth in eine liebenswürdige Schwärmerey. „Wie viele „Dinge sind uns unbekannt, deren Existenz wir doch zugeben „müssen! Jedermann gesteht das Daseyn unsrer Sele; aber „wie viele Meinungen gibt es darüber, und wird es künftig „geben! Man wird sagen, sie sey ein Geist, eine bloße „Harmonie, ein Theil des göttlichen Wesens, verdünnte Luft, „Blut, Wärmestoff. Und der Sele, die sich selbst nicht kennt, „sollte alles andre offenbar seyn! (***) — Vor noch nicht „1500 Jahren hat Griechenland die Sterne gezählt und be„nannt. Noch jetzt gibt es viele Völker, die den Himmel „nur von Ansehn kennen. Wir selbst haben erst vor kurzem „die Ursachen der Finsternisse ergründet. Es wird eine Zeit

---

(*) l. c. cap. 22.
(**) l. c. cap. 23. 24.
(***) l. c. cap. 24.

„kommen, da das was jetzt dunkel ist, durch den Fleiß von „Jahrhunderten klar wird; eine Zeit, da unsre Nachkommen „sich wundern werden, daß so evidente Dinge uns unbekannt „gewesen sind. (*) — Einst wird jemand die Bahnen der „Kometen, ihre Größe und Beschaffenheit entdecken und be„weisen. — Man wendet ein, Sterne sind undurchsichtig, „Kometen aber durchsichtig. Ich antworte: sie sind es nicht „da, wo der dichte Weltkörper selbst ist, sondern nur wo sein „dünner Schimmer sich ausbreitet und in Locken zerstreut. „Aber, sagt man, die Sterne sind rund, die Kometen lang „gestreckt. Das scheint nur so. Die Kometen selbst sind „gleich allen Weltkörpern Kugeln; ihr Licht aber verbreitet „sich weiter, als das der übrigen. (**) — Die Natur schnitzt „ihr Werk nicht nach einem Leisten, sondern findet Vergnügen „an Mannigfaltigkeit. Sie zeigt uns die Kometen nur selten, „bestimmt ihnen andre Oerter, andre Zeiten, andre Bahnen, „als den übrigen Weltkörpern. Durch ihre Größe, ihren stär„keren Glanz, ihre sonderbare Gestalt, ihren freyeren Lauf „nach allen Seiten, gibt die Natur ihrem Werk eine neue „Größe. (***). — Wir sollten nie bescheidener seyn, als „wenn wir in die Tempel der Götter treten. Wie viel mehr, „wenn wir über die Sterne, und die Natur der Götter strei„ten! Gott hat den menschlichen Augen nicht alles offenbaret. „Er selbst, der dieses Ganze gegründet und um sich her ge„baut hat, er selbst, der gröste und schönste Theil seines „Werks, entgeht unsern Augen, nur dem Verstande sicht„bar. (****) — Die Natur enthüllt ihr Heiligthum nicht „mit einem Mal. Wir halten uns für Eingeweyhte, und „kleben noch an der Schwelle." (*****)

(*) l. c. cap. 25.
(**) l. c. cap. 26.
(***) l. c. cap. 27.
(****) l. c. cap. 30.
(*****) l. c. cap. 31.

§. 150. Wenn man diese Aeußrung eines Philosophen aus dem ersten Jahrhundert, die in der That alles enthält, was damals ein aufgeklärter Philosoph und Astronom über die Kometen sagen konnte, gelesen hat, so kann man es nur aus der beynahe abgöttischen Verehrung, die Aristoteles bey Christen und Muselmännern genoß, erklären, daß seine unvernünftige Meynung über Seneka's helle Ideen bis zu Newton's Zeit allgemein die Oberhand behielt, und daß selbst Männer wie Tycho und Kepler, die Kometen für nichts anders als Meteore, oder höchstens für eine Art kosmischer Irrwische hielten, die bald hier bald da im Weltraum, in der Nachbarschaft eines Planeten, durch irgend einen Zufall sich plötzlich entzünden, und eben so schnell wieder verlöschen. Dieser unglückliche Gedanke ist wahrscheinlich die vornehmste Ursache, daß man nicht dran dachte, die Bewegung dieser Weltkörper astronomisch zu beobachten, und ihre Bahnen zu bestimmen. Tycho war der erste, der die Berechnung der Bahn des Kometen vom Jahr 1577 versuchte; freylich aber stimmte seine Rechnung schlecht mit den Beobachtungen, da er den Kreis zum Grunde legte, von dem die Kometenbahnen so sehr abweichen. Kepler glaubte den Beobachtungen näher zu kommen, wenn er die Bahn als eine gerade Linie betrachtete; und es ist merkwürdig, daß die ersten von Astronomen gemachten Hypothesen gerade auf die beyden Extreme fielen, zwischen welchen die Wahrheit, wie gewöhnlich, in der Mitte lag. Ein zusammen gedrückter Kreis verwandelt sich in eine Ellipse, die nach Verhältniß des Drucks immer länglichter, und endlich zur geraden Linie wird: zwischen dem Kreise und der geraden Linie liegt daher die ekzentrische Ellipse, welche die wahre Figur der Kometenbahnen ist. — In der Mitte des 17ten Jahrhunderts bewies Hevelke, daß ihre Bahn von der geraden Linie abweiche oder sich krümme, ohne doch das Gesetz ihrer Bewegung aufzusuchen, oder nur darauf zu fallen, daß sie sich um die Sonne bewegen. Dörfel bemerkte zuerst

Untersuchungen über die Kometen-Bahnen.

(1681), daß die Bahn des Kometen von 1680 mit einer Parabel überein käme, in deren Brennpunkt sich die Sonne befände. Newton, der nach dem was er selbst von der allgemeinen Schwere bewiesen hatte, nicht zweifeln konnte, daß die Kometen denselben Gesetzen folgen müsten, denen alle Weltkörper, selbst die Sternschnuppen unterworfen sind, zeigte fast um dieselbe Zeit, daß die Kometen gleich den Planeten, um die Sonne Ellipsen beschreiben, die aber so länglicht sind, daß sie in dem Theil den wir beobachten können, von einer Parabel nicht zu unterscheiden sind; er unterwarf sie wie die Planeten den Keplerschen Gesetzen, und berechnete danach die Bahn des Kometen von 1680. Hiedurch war nicht allein die planetarische Natur der Kometen-Bahnen bewiesen, sondern auch ihre Rückkehr zur Sonne, und Halley bemerkte zuerst, daß der Komet von 1682 schon im Jahr 1607 beobachtet sey, und 1759 wider erscheinen werde, welches auch eingetroffen ist. Von dieser Zeit an kann man die Theorie der Kometen-Bahnen als fest gegründet ansehen. Sie besteht mit wenigen Worten darin: daß die Kometen, gleich den Planeten, den Keplerschen Gesetzen gemäß, Ellipsen beschreiben, in deren Brennpunkt die Sonne sich befindet; daß diese sich aber von den Planeten-Bahnen durch ihre ungeheure Ekzentrizität unterscheiden, so daß sie in der Gegend ihrer Sonnennähe von einer Parabel nicht zu unterscheiden sind.

Kegelschnitte. §. 151. Es stelle (40. Fig.) CAB einen Kegel vor,
40. Fig. der bekanntlich entsteht, wenn eine gerade Linie ACX um einen ihrer Punkte C als um einen festen Punkt so gedreht wird, daß jeder ihrer Punkte A oder D einen Kreis AaBb oder DdEe beschreibt, welcher Kreis die Grundfläche des Kegels genannt wird, nachdem man den Kegel CAB oder CDE betrachtet, wovon jeder ein Stück des ganzen Kegels ist, dessen Größe keine Gränzen hat, weil die gerade Linie AX von unbestimmter Länge angenommen wird. Hieraus

folgt zugleich, daß durch diese Umdrehung der Linie **AX** nicht einer, sondern jedesmal zwey Kegel entstehen, wovon der zweyte **CXY** über **C** fällt. Wenn man sich nun vorstellt, daß ein solcher doppelter Kegel von einer Ebne geschnitten wird, so heist die daraus entstehende krumme Linie auf der Oberfläche des Kegels, die nach der verschiedenen Lage der schneidenden Ebne allerley Figuren erhalten kann, ein **Kegelschnitt**, deren es also so mancherley Gattungen gibt, als verschiedene Lagen der schneidenden Ebne. Aus der Art wie der Kegel entsteht, erhellt zuerst, daß der Schnitt jeder Ebne die mit den Grundflächen **AB**, **DE**, parallel ist, einen Kreis gibt: der **Kreis DdEe** ist also der erste Kegelschnitt. So bald man aber der schneidenden Ebne eine schiefe Lage wie **FG** gibt, so entsteht der zweyte Kegelschnitt, die **Ellipse**, die desto länglichter ist oder desto mehr vom Kreise abweicht, je weiter die schneidende Ebne **FG** sich von der Grundfläche **FF'** entfernt, je schiefer ihre Lage ist. Sie bleibt aber immer noch eine sich schließende oder in sich selbst zusammen laufende Linie, wiewol dem Kreise immer unähnlicher, bis die schneidende Ebne die Lage **FH** erhält, die der Linie **CB** parallel ist. In dieser Lage entwickelt sich der dritte Kegelschnitt, die **Parabel IFK**, eine krumme Linie, die sich nicht gleich der Ellipse, in **G** oder einem andern Punkt der Linie **CB** schließen kann, weil sie mit ihr parallel ist, sondern die mit ihren zwey Aesten **FI**, **FK**, ins unendliche fort läuft, weil der Kegel keine Gränzen hat. So bald sich die Ebne im geringsten über diese Lage hinaus dreht, also die parallele Lage mit **CB** verläst, so wird sich der untre Theil der Ebne **FH** noch weiter von **CB** entfernen, der obre aber um eben so viel derselben-Linie **CY** wieder nähern; und die Ebne muß die Linie **BCY** oberhalb **C** in irgend einem Punkt **M** schneiden wie **LM**: es entsteht der vierte Kegelschnitt, die **Hyperbel**, die aus zwey gegen einander über stehenden krummen Linien **Lkl**, **Mmn**, besteht, deren keine sich schließen kann, sondern jede gleich der Parabel,

mit zwey Aesten Lk, Ll, ins unendliche fort läuft. Die Hyperbeln, die also immer paarweise entstehen, dauern fort, wenn sich die schneidende Ebne LM um L weiter nach C dreht. So bald sie aber über C hinaus in irgend einen Punkt E fällt, so entsteht, wie man leicht sieht, wider eine Ellipse LE, die aber eine entgegen gesetzte Lage hat, als die der Ellipse FG war, wie FE. Außer diesen vier Kegelschnitten gibt es also keine andre: zwey von ihnen, der Kreis und die Ellipse, sind zusammen laufende Linien; die beyden andern erstrecken sich ins unendliche, ohne sich je zu schließen.

Wenn man sich vorstellt, daß die schneidende Ebne sich immer fort um einen festen Punkt F dreht, und daß sie von FC anfängt nach und nach die Lagen FE, FF', FG, FH, ꝛc. anzunehmen, so sieht man, daß es unzählige Ellipsen gibt, die alle von einander durch ihre Länglichkeit oder Ekzentrizität verschieden sind, weil alle Punkte in der Linie CB, ausgenommen den einzigen Punkt F', Ellipsen geben, und die Linie CB keine Gränzen hat; für die Parabel aber gibt es nur eine einzige Lage FH, so wie für den Kreis die einzige FF', also gegen unzählige Ellipsen nur einen Kreis und eine Parabel, die die Gränze zwischen den Ellipsen und Hyperbeln ist, welche letztern über FH hinaus folgen. Wenn sich nun die schneidende Ebne um L dreht, so erhellt auf eben die Art, daß jeder Punkt M in der Linie CY ein Paar Hyperbeln gibt, deren es also auch eine unendliche Zahl gegen eine Parabel gibt. Dieser Umstand allein gibt uns einen Aufschluß, warum alle Planeten in Ellipsen, und nicht im Kreise laufen, wenn es gleich bewiesen ist, daß die Keplerschen Gesetze nicht allein von der Ellipse, sondern von allen Kegelschnitten gelten. Es ist nämlich das unendliche gegen eins zu wetten, daß jede Planetenbahn nicht ein Kreis, sondern eine Ellipse sey. Zwar sind eben so viele Hyperbeln möglich als Ellipsen; da aber jene keine geschlossenen Linien sind, so würde der Planet uns nur einmal erscheinen, und sich dann auf immer von

uns entfernen, also aufhören ein Planet zu seyn. Dasselbe was vom Kreise gesagt ist, gilt von der Parabel: es ist nicht die geringste Wahrscheinlichkeit, daß ein Komet je wirklich eine Parabel um die Sonne beschrieben habe; allein da ihre Ellipsen F G so äußerst ekzentrisch sind, daß der Brennpunkt S den die Sonne einnimt, fast in F fällt, so wird der Theil ihrer Ellipse um F, S, fast mit der Parabel zusammen fallen: denn man begreift leicht, daß der obre Theil F der Ellipse F G, je weiter der untre Theil G sich nach B oder H dreht, desto mehr sich der Parabel F H nähert, die in der That die Gränze ist, der die Ellipsen sich immer mehr und mehr nähern, je ekzentrischer sie werden. Da uns nun die Kometen bloß in dem Theil F ihrer Bahn, der nahe bey der Sonne S liegt, sichtbar sind, und die Berechnung der Parabel weit einfacher ist als die der Ellipse, so behandelt man die Kometen-Bahnen gewöhnlich wie Parabeln.

Beobachtung der Kometen.

§. 152. Da es ein äußerst seltner Zufall ist, daß man die Kometen im Meridian beobachten kann, auch ihr schwaches Licht die Erleuchtung der Fäden nicht immer erträgt, so vergleicht man sie gewöhnlich mit einem bekannten Stern, vermittelst eines kreisrunden Ringes in einem gewöhnlichen Fernrohr. Solche Beobachtungen, die an keine Gegend des Himmels gebunden sind, lassen sich in einer Nacht sehr oft widerholen; und da dieselbe Methode auch gewöhnlich bey den neuesten Planeten wegen ihrer Lichtschwäche angewandt werden muß, so wollen wir sie hier mit wenigen Worten erklären. Wenn (41. Fig.) M A B N ein solcher Kreis im Brennpunkt des Fernrohrs, und C sein Mittelpunkt ist, so gehört hiezu weiter nichts als eine Einrichtung, wodurch das Fernrohr in jeder Lage vollkommen befestigt werden kann. Man wählt einen bekannten Stern, dessen Abweichung von der des Kometen um weniger verschieden ist, als das Feld des Fernrohrs beträgt; und wenn dieses nun so gestellt ist, daß der Stern und der Komet vermöge der täglichen Bewegung durch den Ring

41. Fig.

gehn, also die parallelen Sehnen AB, DE, beschreiben müssen, so besteht die ganze Beobachtung darin, daß man die Zeit des Ein- und Austrits des Sterns, A und B, so wie des Kometen, D und E, auf einer berichtigten Uhr genau bemerkt. Da nun AB, DE, zwey tägliche Parallele vorstellen, so ist die darauf senkrechte Linie CFG ein Abweichungs-Kreis, der die Sehnen in ihrer Mitte F, G, theilt. Das Mittel der Zeit zwischen Ein- und Austrit gibt die Zeiten, da der Stern und der Komet, durch F und G gingen, und der Unterschied dieser Zeiten gibt, vermittelst des bekannten Ganges der Uhr, unmitrelbar den Unterschied der Rektaszension beyder Weltkörper, also da der Stern bekannt ist, die Rektaszension des Kometen. Die zwischen Ein- und Austrit verflossene Zeit gibt die Sehnen AB, DE, in Zeit, also vermöge des bekannten Ganges der Uhr, in Bogen, der aber durch die Abweichung des Sterns auf einen grösten Kreis reduzirt werden muß, wie es oben erklärt ist (Sph. §. 46.): wodurch man also die Hälfte der Sehnen AF, DG kennt. Um nun noch das Feld oder den Halbmesser des Ringes zu kennen, darf man nur irgend einen bekannten Stern genau durch den Mittelpunkt C gehn lassen, oder die längste Zeit beobachten, die dieser Stern gebraucht durch den Ring gehn: dies gibt den Durchmesser MN, also den Halbmesser CM = CA = CD. Man hat also in den rechtwinklichten Dreyecken CFA, CGD, die Hypothenuse CA, CD, und den einen Katheten AF, DG, woraus man den andern Katheten CF, CG, trigonometrisch berechnet. Beyder Unterschied FG gibt den Unterschied der Abweichung, also auch die Abweichung des Kometen selbst.

Parabolische Berechnung.

§. 153. Jede Ellipse AEBG (35. Fig.) wird, wie wir oben gesehen haben (§. 138.), völlig durch zwey Stücke bestimmt, nämlich die halbe große Axe CA = a, und die Ekzentrizität CF = c, statt der man auch die Entfernung der Brennpunkte vom Scheitel FA = e brauchen kann, weil

e = a — c iſt. Wenn nun (40. Fig.) die Ellipſe FG um F 40. Fig.
ſo gedreht wird, daß FG ſich der mit DE parallelen Lage FF′ nähert, bis ein Kreis daraus wird, ſo rücken die beyden Brennpunkte S, T, ſich immer näher, bis ſie endlich im Mittelpunkt des Kreiſes zuſammen fallen. Wird aber die Ebne FG ſo gedreht, daß ſie ſich der Lage FH nähert, bis eine Parabel daraus wird, ſo treten die Brennpunkte immer weiter aus einander, S nähert ſich F, T dem andern Ende G, und die Axe FG wird immer größer, bis ſie endlich in der Lage FH gar keine Gränzen mehr hat, und der Brennpunkt T ſich im unendlichen verliert. In beyden Fällen geht eins der Elemente der Ellipſe verloren: im erſtern c, und es bleibt bloß a der Halbmeſſer des Kreiſes über; im zweyten verliert ſich a, und es bleibt FS = e. So wie nun ein Kreis durch die Größe ſeines Halbmeſſers a völlig beſtimmt wird, ſo wird es auch die Parabel durch die Entfernung des Brennpunkts vom Scheitel e, welche mit der Entfernung des Kometen von der Sonne im Perihelium einerley iſt. Wenn alſo (42. Fig.) 42. Fig.
in der Parabel PAB, deren Scheitel oder Sonnennähe P, Brennpunkt S iſt, die Entfernung der Sonnennähe PS = e gegeben iſt, ſo iſt die ganze Parabel beſtimmt, und man findet aus der Natur dieſer Linie, für jede wahre Anomalie (*) PSA, PSB, nicht allein den Radius Vektor SA, SB, ſondern auch den Flächen-Inhalt des Sektors PSA, PSB, folglich nach dem zweyten Keplerſchen Geſetz, die Zeit durch PA, PB, alſo auch durch AB. Es folgt hieraus umgekehrt, daß man, wenn zwey Entfernungen SA, SB, gegeben ſind nebſt dem eingeſchloſſenen Winkel ASB, daraus die Sonnen-

---

(*) Man begreift, daß in der paraboliſchen Kometenbahn, die Anomalie nicht von der Sonnenferne, die hier gar nicht exiſtirt, ſondern von der Sonnennähe P gezählt werden muß, wo der Komet uns allein ſichtbar iſt.

nähe SP, die Anomalie ASP oder BSP, und die Flächenräume ASB und ASP, folglich nach dem zweyten Keplerschen Gesetz, die Zeiten durch AB und PA, herleiten kann.

Indirekte Bestimmung einer Kometenbahn.

§. 154. Die Methoden wodurch die Planeten-Bahnen bestimmt sind, setzen entweder die mittlere Bewegung, d. i. die ganze Umlaufs-Zeit als bekannt voraus, sie nehmen an, daß der Planet mehrmals in demselben Punkt seiner Bahn beobachtet sey, wie oben bey der Keplerschen Methode erklärt ist, oder daß die Bahn sehr wenig vom Kreise abweiche, wie es beym Uranus der Fall war. Beydes findet bey den Kometen nicht statt: sie sind uns nur einmal, und in einem sehr kleinen Theil ihrer Bahn sichtbar, die so weit vom Kreise abweicht, daß sie sich mit der Parabel vermischt. Allein gerade dieser letztere Umstand erleichtert die Berechnung ihrer Bahnen, weil man nicht nöthig hat unter unzähligen Ellipsen die rechte auszusuchen, sondern dafür die Parabel annehmen kann, die gleich dem Kreise durch ein Element, die Sonnennähe, bestimmt wird. Die großen Fortschritte die die Analyse in neuern Zeiten gemacht hat, haben eine vollständige und direkte Auflösung dieses Problems gegeben; aber man begreift leicht, daß sich diese weitläuftigen Rechnungen hier nicht vortragen lassen. Ich werde daher versuchen, einen kurzen Ueberblick der indirekten Methode zu geben, der man sich ehemals allein bediente, und die man auch noch jetzt zu den ersten Versuchen anzuwenden pflegt. Diese Methode besteht darin, daß man irgend ein Element der Kometen-Bahn willkührlich annimt, und daraus die übrigen Elemente und die Stellungen des Kometen berechnet, deren Vergleichung mit den Beobachtungen dann zeigt, ob das Element richtig angenommen sey, und wie es geändert werden müsse. Diese Methode ist der Keplerschen, die oben erklärt ist, so ähnlich, daß sie den Lesern durch wenige Worte deutlich werden wird. So wie Kepler vier Beobachtungen gebrauchte, um die el-

liptische oder ekzentrische Planetenbahn zu bestimmen (§. 130.), so sind in der Parabel, wo ein Element weniger zu bestimmen ist, drey Beobachtungen hinlänglich. Aus drey Beobachtungen eines Kometen lassen sich also alle Elemente seiner Bahn berechnen, die aber desto genauer gefunden werden, je mehr Beobachtungen gemacht sind, die man zu dreyen kombiniren kann.

Ihre Berechnung aus 3 Beobachtungen.

§. 155. Wenn A, B, (43. Fig.) zwey Oerter des Kometen sind, in denen er von der Erde in T, E, beobachtet ist, so daß, wenn AC, BD, auf der Ekliptik senkrecht, also C, D, die reduzirten Oerter des Kometen sind, aus den Beobachtungen die geozentrischen Längen ♈TC, ♈ED, und Breiten ATC, BED, also auch die Elongationen STC, SED, bekannt sind, so nehme man die Kommutations-Winkel an der Sonne CST = α, DSE = β wilkührlich an, wodurch in diesen Dreyecken alle Winkel bekannt sind. Hieraus und aus den bekannten Entfernungen der Erde, ST, SE, berechne man die verkürzten Abstände des Kometen von der Sonne, SC, SD. Aus den Elongationen, Kommutationen, verkürzten Abständen, und geozentrischen Breiten wird (§. 120.) die heliozentrische Länge und Breite nebst dem Radius Vektor SA, SB, berechnet, und erstre beyden geben (§. 121.) die Neigung der Bahn, die Länge des ☊, und die heliozentrischen Längen in der Bahn, also den Unterschied beyder, oder den Winkel ASB. Man hat also zwey Radios SA, SB, nebst dem eingeschlossenen Winkel ASB (42. Fig.), woraus man in der Parabel die Zeit durch AB berechnet (§. 153.). Stimmt diese nicht mit der Zeit zwischen beyden Beobachtungen überein, so wird der eine der beyden angenommenen Winkel β so lange geändert, bis die berechnete und beobachtete Zeit genau überein stimmen. Mit diesen Werthen von α und β berechnet man, wie eben erklärt ist, nicht allein die Zeit durch AB, die mit der beobachteten schon überein stimmt, sondern auch (§. 153.) die Entfernung des Kometen in der Sonnennähe

43. Fig.

SP, die Zeit durch PA, also wenn man diese von der Zeit der ersten Beobachtung in A abzieht, die Zeit da der Komet durch das Perihelium ging, endlich die Anomalie ASP, welche von der heliozentrischen Länge in A abgezogen, die Länge der Sonnennähe P gibt. Ob nun diese Elemente, die sich bloß auf den wilkührlich angenommenen Winkel α gründen, richtig sind, muß eine dritte Beobachtung K entscheiden. Für die Zeit dieser Beobachtung berechnet man aus den eben gefundenen Elementen der Parabel, den Radius Vektor SK und die wahre Anomalie PSK, also die heliozentrische Länge des Kometen in K, weil die Länge von P bestimmt ist. Diese nebst der Neigung und Länge des ☊, gibt die heliozentrische Breite und Länge in der Ekliptik (§. 121.), und diese ferner die geozentrische Länge des Kometen (§. 120.), die der beobachteten gleich seyn muß. Widrigenfals muß auch für α ein andrer Werth angenommen, und damit auf eben die Art der übereinstimmende Werth von β berrechnet werden, woraus andre Elemente der Bahn hergeleitet und durch die dritte Beobachtung geprüft werden. Aus zwey solchen Hypothesen für α, verglichen mit den Unterschieden die daraus zwischen der Rechnung und Beobachtung folgen, findet man leicht durch die Regel de Tri eine dritte Hypothese, die allen drey Beobachtungen genug thut: und diese gibt Elemente, die keiner Berichtigung weiter bedürften, wenn man sich auf jede Beobachtung vollkommen verlassen könnte. Da dies aber auch bey der grösten Sorgfalt und Geschicklichkeit des Beobachters unmöglich ist, so kombinirt man die genauesten Beobachtungen die man hat, und berichtigt die Elemente immer mehr und mehr. Zur Erleichtrung der parabolischen Rechnung hat man allgemeine Tafeln berechnet, die sich auf jede Parabel anwenden lassen.

Elliptische Rechnung.

§. 156. Auf diese Art sind alle Elemente der Kometenbahn gefunden, nämlich der Knoten und die Neigung, wodurch die Ebne der Bahn bestimmt wird, die Länge der

Sonnennähe und ihre Entfernung von der Sonne, welches die Bahn selbst bestimmt, endlich die Zeit des Durchgangs durch die Sonnennähe oder die Epoche, und die rechtgängige oder rückgängige Richtung der Bewegung. Wegen der großen Neigung der Kometenbahnen kann das Perihelium sehr weit über oder unter der Ekliptik, die Knoten aber müssen immer in der Ekliptik liegen: daher man die Länge der Sonnennähe durch den Winkel angibt, den die Apsiden-Linie mit der Knoten-Linie macht.

Da die Parabel keine Axe hat, von der die Umlaufs-Zeit der Weltkörper abhängt, so läst sich dieses letztre Element nur durch die elliptische Rechnung finden. Man begreift aber leicht, daß diese Rechnung nur bey solchen Kometen anwendbar ist, von deren Bahn ein großer Theil beobachtet ist, weil der Bogen nahe bey der Sonnennähe von der Parabel so unmerklich abweicht, daß man bey dem geringsten Fehler in den Beobachtungen, statt der Ellipse eine Parabel, folglich eine unendliche Umlaufs-Zeit finden würde. Ueberhaupt ist diese Rechnung sehr mißlich, weil aus einem sehr kleinen Bogen der uns bekannt ist, der ganze unbekannte Theil hergeleitet werden soll, der von so ungeheurer Größe ist, und auf dem der Komet vielleicht in der Nachbarschaft der großen Planeten Zufällen ausgesetzt ist, die einen Strich durch die ganze Rechnung machen. Selbst der kleine Theil der beobachtet ist, kann durch die Wirkung der nahen Planeten so gestört und verändert seyn, daß er gar nicht mehr zum übrigen Theil der Ellipse paßt; und die geringste Verrückung kann die berechnete Umlaufs-Zeit um Jahrhunderte, ja um eine Ewigkeit ändern. Indeß hat man diese elliptische Rechnung doch schon bey einigen Kometen, die uns glücklicherweise sehr lange sichtbar gewesen sind, mit gutem Erfolge angewandt, wodurch dann auch die übrigen Elemente natürlich eine kleine Aenderung leiden.

Umlaufs-Zeit der Kometen.

§. 157. Es gibt aber ein andres weit sichreres und einfacheres Mittel, wodurch sich die Umlaufs-Zeit eines Kometen bestimmen läst. Da die Kometen uns nur einige Monate, und zwar nahe bey ihrem Perihelium sichtbar sind, so ist die Zeit von einer Sichtbarkeit bis zur nächsten, oder genauer zwischen zwey Durchgängen durch das Perihelium, zugleich die Umlaufs-Zeit des Kometen. Es kömmt also nur darauf an, sich zu überzeugen, daß ein Komet der nämliche sey, der schon einmal beobachtet ist: und hiezu dienen die Elemente der Bahn, besonders diejenigen welche die Lage ihrer Ebne bestimmen, weil es wider alle Wahrscheinlichkeit ist, daß zwey Kometen dieselbe Bahn beschreiben. Hat man nun diese Elemente aus den Beobachtungen berechnet, und findet, daß sie mit den Elementen eines andern ehemals erschienenen Kometen überein kommen, so ist kein Zweifel an der Identität beyder Kometen, und die dazwischen verflossene Zeit gibt die Umlaufs-Zeit. Halley war der erste, der diese Methode auf den großen Kometen von 1682 anwandte, und die große Uebereinstimmung seiner Bahn mit der von 1607 bemerkte. Die Länge ihrer Knoten war nämlich, nach Halley's Rechnung, 40° 21′ und 40° 48′, ihre Neigung 17° 2′ und 17° 42′, die Länge der Sonnennähe 302° 16′ und 301° 36′, ihre kleinste Entfernung von der Sonne 0,5868 und 0,5825, und beyde hatten eine rückgängige Bewegung. Da die Periode dieses Kometen also von ungefähr 75½ Jahren ist, so sagte Halley seine Rückkehr zur Sonne auf das Jahr 1759 voraus; und seine Prophezeyhung ist vollkommen eingetroffen. Halley hatte zugleich mit der Periode von 75½ Jahren rückwärts gerechnet, und fand in den ältern Schriftstellern, daß wirklich in den Jahren 1531 und 1456 ein sehr großer Komet erschienen war, dessen Bahn mit der von 1682 überein stimmte. Dieser Komet ist also schon fünfmal beobachtet, und wird von manchen Lesern dieses Werks im Jahr 1834 zum sechsten Mal beobachtet werden. Auch in den Jahren 1380 und 1305, da er

hätte erscheinen sollen, findet man sehr große Kometen in den Chroniken erwähnt.

Eine ähnliche, wiewol nicht so vollkommene, Uebereinstimmung findet man zwischen den Elementen der Kometen von 1661, 1532, 1402, 1274, 1145, 891, 762, 632, 504, 375, 245, 117, und 11 vor Chr. Geb. so daß dieser Komet eine Periode von 129 Jahren hat, und bereits 13 mal beobachtet ist; ferner zwischen denen von 1556, 1264, 975, 395, und 874 vor Chr. Geb. Dieser Komet wäre also 5 mal beobachtet, und hätte eine Periode von 290 Jahren, dürfte also 1846 wider erwartet werden.

Vor allen andern aber verdient hier der durch seine Größe und andre Umstände äußerst merkwürdige Komet von 1680 erwähnt zu werden. Halley vermuthete, daß es der nämliche sey, der sich 44 Jahr vor der christlichen Zeitrechnung so berühmt gemacht hatte: und in der That kömmt er der Sonne so sehr nahe, daß er bey seiner ansehnlichen Größe nicht leicht, ohne auf der Erde bemerkt zu werden, durch das Perihelium gehen kann. Halley suchte daher in den Geschichtbüchern die grösten Kometen auf, und so fand es sich, daß dieser Komet höchst wahrscheinlich einen Umlauf um die Sonne in 575 Jahren macht, und trotz dieser langen Periode sich der Erde schon 7 oder 8 mal gezeigt, vielleicht auch fühlbar gemacht hat. Diese Erscheinungen umfassen unsre ganze Weltgeschichte, und es ist merkwürdig, daß fast jede derselben in eine Epoche fällt, die sich in der Geschichte des Menschen-Geschlechts auszeichnet. Zählt man von 1680 immer 575 Jahre zurück, so stößt man auf die Jahre 1106, 531 nach Chr. Geb. und 44, 619, 1194, 1769, 2344 vor Chr. Geb. Diese erste Erscheinung fällt ungefähr in die Zeit der Sündflut, die mehrere Physiker durch die Berührung eines Kometen erklärt haben. Die zweyte fällt wider in eine Ueberschwemmung im Zeitalter des Ogyges, unter dessen Regierung, nach einer alten Tradition, Venus, die man wahrscheinlich mit diesem Kometen

verwechselte, ihre Bahn, Größe, Gestalt und Farbe geändert haben soll. Die dritte Epoche ist die des Trojanischen Krieges, da die siebente der Plejaden Elektra, untröstlich über den Untergang ihres Vaterlands, die Reihentänze ihrer Schwestern verließ, und mit nieder hängendem Haar zum Nord-Pol floh. Seine vierte Erscheinung trifft genau mit dem berühmten Kometen der Sibyllinischen Orakel zusammen, in die Zeit der Zerstörung Ninive's, zwischen Drako und Solon, in das Ende der Regierung des Ankus Martius. Zum fünften mal war er sogar bey Tage sichtbar, als die Römer das Leichenbegängniß des grösten Mannes feyerten: der langhaarigte Komet, der die Völker zittern und die Sonne verbleichen machte, indem er die Sele des Diktators zum Olymp führte, erhielt den Namen *Julium Sidus*. Seine sechste Erscheinung, von Byzantinern und Chinesen erzählt, fällt in den Anfang der thatenreichen Regierungen Justinians in Konstantinopel und Nuschirvans oder Kosroes in Persien: blutige Kriege von außen, im innern Aufruhr, Hunger, Pest und Erdbeben, waren die unmittelbaren Folgen dieser Erscheinung. Die siebente die auch von Christen und Chinesen erwänt wird, fiel in den Anfang der Kreutzzüge, einer der wichtigsten Epochen des Menschen-Geschlechts. Die Zeit der letzten Erscheinung ist in politischer Rücksicht nicht merkwürdig, aber desto wichtiger in der Geschichte der Astronomie, deren schönster Tag angebrochen war. Newton und Halley berechneten seine Bahn, und machten an ihm die Entdeckung, daß die Kometen denselben Gesetzen folgen als die Planeten. Ob es bey seiner neunten Erscheinung im Jahr 2255 in Europa noch Astronomen geben werde, die seinen Lauf zu beobachten und zu berechnen im Stande sind, ist jetzt nicht leicht voraus zu sehen (*).

(*) *Gibbon's Roman Empire*, Vol. VII. Ch. 43.
Cométographie par *Pingré*, Tom. I. pag. 247. 249. 253. 277. 315. 384. T. II. p. 136.

§. 158. Die Kometen unterscheiden sich von den Planeten in Rücksicht ihrer Bahnen, durch die grössere Ekzentrizität, die grössere Neigung, und mannigfaltigere Richtung die sogar oft rückgängig ist; diese letztern beyden Dinge hängen aber so genau zusammen, daß sie im Grunde nur einen Karakter ausmachen. Man denke sich diejenige Hälfte einer Kometen-Bahn, die an der nordlichen Seite der Ekliptik liegt, und sie im Anfangspunkt selbst ☊ unter einem kleinen Winkel schneidet; man nehme an, daß der Komet in dieser Bahn immer nach derselben Richtung wie die Planeten, nach der Ordnung der Zeichen laufe; und man stelle sich nun vor, daß die Bahn immer höher über die Ekliptik erhoben werde, so daß die Neigung zunimt: so begreift man, daß die aus den Oertern, die der Komet nach und nach einnimt, auf die Ekliptik herab gelassenen Perpendikel vom Widder nach und nach in die Zeichen des Stiers ꝛc. fallen, so lange die Neigung kleiner als 90° ist. Wenn sich aber die Bahn senkrecht über der Ekliptik erhebt, so kann man weder sagen, daß jene Perpendikel nach der Seite des Stiers noch der Fische, weder daß sie links noch rechts von ☊ fallen. So bald endlich die Bahn sich noch weiter dreht, so daß die Neigung grösser als 90° wird, so fallen die Perpendikel von ☊ nach und nach in die Zeichen der Fische, des Wassermanns, ꝛc. und der Komet hat eine rückgängige Bewegung, obgleich er immer nach derselben Richtung läuft. Es ist also gleichgültig, ob man sagt, die Kometenbahn habe eine Neigung von 120° und sey rechtgängig, oder sie habe eine Neigung von 60° und sey rückgängig. In diesem Gesichtspunkt also unterscheiden sich die Bahnen der Kometen und der Planeten dadurch, daß letztre sich gegenseitig und die Ekliptik unter kleinen Winkeln von wenigen Graden, erstre aber unter allen möglichen Winkeln von 0 bis 180° schneiden.

Unterschied der Kometen und Planeten.

Was die Ekzentrizität betrifft, so findet darin auch unter den Planeten selbst eine sehr große Verschiedenheit statt, aber

es läst sich doch ein wesentlicher Unterschied zwischen den Planeten und Kometen angeben. Erstre entfernen sich nie so weit von uns und der Sonne, daß wir sie aus dem Gesicht verlieren: sie sind uns in der ganzen Ausdehnung ihrer Bahn sichtbar, den kleinen Theil ausgenommen, da sie nahe bey der ☌ von den Sonnenstralen verdunkelt werden. Die Kometen hingegen haben eine so große Ekzentrizität, daß sie uns nur bey ihrer Sonnennähe sichtbar, in dem grösten Theil ihrer Bahn aber unsern Augen wegen der ungeheuren Entfernung verborgen sind, so daß sie mehrentheils nur einige Wochen oder Monate sichtbar, aber Jahrhunderte oder Jahrtausende hindurch unsichtbar sind.

Alle übrigen Unterschiede hängen entweder von zufälligen Umständen ab, oder sind uns gänzlich unbekannt, wie schon oben aus dem Seneka bemerkt ist. Es ist wahr, daß einige Kometen mehr einem Haufen von Dünsten, einer Wolke, als einem dichten bewohnbaren Körper ähnlich sahen, daß sie nichts von einem soliden Kern, sondern bloß einen leuchtenden durchsichtigen Nebel zeigten; allein bey den meisten entdeckt man deutlich einen sphärischen dichteren Körper, der in einer leuchtenden Atmosphäre schwimmt, die ihn gleich lockigtem Haar umgibt oder in Gestalt eines langen Schweifes folgt. Beydes ist ganz zufällig, kein Theil des eigentlichen Kometen sondern seiner Atmosphäre, die bald mehr bald weniger von der Sonne erhitzt und verdünnt wird: daher es Kometen gibt, die das eine Mal sehr große Schweife hatten, und bey ihrer nächsten Zurückkunft zur Sonne gar keine. Das einzige beständige was man dabey bemerkt, ist, daß der Schweif immer in gerader Richtung von der Sonne abgewandt ist.

Merkwürdige Kometen.

§. 159. Man kann wol nicht zweifeln, daß die ekzentrischen Bahnen der Kometen sie nicht bloß in astronomischer, sondern auch physischer Rücksicht, von den Planeten unterscheiden. Es ist begreiflich, daß ein Komet, der sich nur einige Monate in der Nähe der Sonne befindet, und dann bis zu

den äußersten Gränzen des Sonnen-Systems entfernt, ungeheure Veränderungen in der Temperatur ausstehen muß, deren Folgen selbst sein Innerstes durchdringen; und es läst sich erwarten, daß das Leben der Thiere und Pflanzen, daß die ganze Natur auf einem solchen Körper eine andre Gestalt haben werde, als auf den Planeten die ihre Entfernung von der Sonne kaum merklich ändern. Unter allen bisher beobachteten Kometen, deren Zahl sich an 500 beläuft, ist keiner der Sonne so nahe gekommen, als der von 1680. Er näherte sich ihr über 160 mal mehr als die Erde, er war also vom Mittelpunkt der Sonne um weniger als $1\frac{1}{3}$ ihres Halbmessers, und von ihrer Oberfläche um weniger als $\frac{1}{3}$ entfernt, welches ungefähr 28600 geographische Meilen oder halb so viel als die Entfernung des Monds von der Erde beträgt, so daß ihm die Sonne unter einem Winkel von 99° erschien, sich folglich vom Horizont bis über das Zenit hinaus erstreckte. Nachdem dieser Komet sich beynahe in das Feuermeer der Sonne getaucht hatte, entfernte er sich 138 mal so weit von ihr als die Erde, und 15 mal so weit als Saturn, so daß ihm die Sonne nicht viel größer als ein Fixstern erschien, etwa viermal so klein als uns Jupiter.

Die Größe in der die Kometen uns erscheinen — ihr Haar und Schweif abgerechnet — hängt theils von ihrer wirklichen Größe, die bey ihnen eben so verschieden seyn mag als bey den Planeten, theils von ihrer Entfernung von der Erde ab. Wegen ihrer Größe sind besonders merkwürdig, der Komet von 146 vor Chr. der so groß wie die Sonne schien, der von den Arabern 1006 beobachtete, viermal so groß als Venus, der von 1454, der den Vollmond verdunkelt haben soll, der von 1652, fast so groß als der Mond, und mehrere andre die die Nacht erleuchteten und die Sterne verdunkelten. Die Kometen von 371 vor Chr. und von 1456, 1460, 1618, 1680, 1769, sind durch die Länge ihrer Schwei-

se merkwürdig, die sich auf 60, 70, ja 90 Grad erstreckten. Der Schweif eines andern Kometen, den Seneka anführt (*), nahm die Länge der ganzen Milchstraße ein. Ueberhaupt scheinen die Schweife unter dem reinen Himmel der südlichen Länder weit größer als in unserm trüben Klima, welches al: lein beweist, wie äußerst dünn die Materie derselben seyn müsse.

Die Entfernung des Kometen von der Erde hängt von der zufälligen, oder der von der höchsten Weisheit sehr wohl berechneten Stellung des Kometen und der Erde ab. Ein Komet kann der Sonne sehr nahe, und doch weiter von uns seyn als die Sonne, wenn diese zwischen ihm und der Erde steht: er kann aber auch weit vom Perihelium sehr nahe bey der Erde vorbey gehn. Der Komet von 1770 kam der Erde fast so nahe als der Mond, und der von 1454 ging zwischen der Erde und dem Monde durch.

Die geozentrische Bewegung des Kometen hängt von der Richtung der Bewegungen des Kometen und der Erde gegen einander ab, woraus natürlich dieselben sonderbaren Er: scheinungen wie bey den Planeten, Stillstand, Rückgang, ꝛc. aber in weit höherm Grade erfolgen müssen. Es lassen sich sogar Fälle denken, da ein Komet in wenigen Stunden den ganzen Himmel zu durchlaufen scheint. Der Komet von 1760 durchlief in einem Tage $41\frac{1}{2}^{\circ}$, der von 1472 sogar 120°. Der Komet von 1769 beschrieb in 4 Monaten einen Bogen von 240°, und der große Komet von 1807 und 8 während seiner ganzen Sichtbarkeit 130°. Die Kometen von 1556 und 1729 waren anfangs rückgängig, wurden aber plötzlich rechtgängig wie die Planeten; bey denen von 1566 und 1582 war es umgekehrt.

Von eben diesem Umstande hängt auch die größre oder kürzere Dauer ihrer Sichtbarkeit ab. Der zweyte Komet

---

(*) *Nat. Qu.* VII. 15.

von 1808 zeigte sich nur einige Tage. Andre sind mehrere Monate sichtbar, und man hat sogar Kometen, wie die von 1680 und 1769 vor und nach ihrer ☌ mit der Sonne beobachtet, so daß sie in der Zwischenzeit in den Sonnenstralen verschwanden. Die längste bemerkte Dauer der Sichtbarkeit ist von 6 Monaten. Hieher gehört der große Komet von 1807, im vorigen Jahrhundert die von 1729, 1773, und in ältern Zeiten die von 64, 603, 1240, die dann freylich dem Menschen-Geschlecht kein Heil verkündigt haben, da sie in die Zeiten Nero's, Muhammed's und Timur's fielen.

Daß die Kometen gleich den Planeten dunkle Körper sind, die ihr Licht wenigstens zum Theil von der Sonne erhalten, beweist das Ab- und Zunehmen ihres Lichts nach ihrer Entfernung von der Sonne. Man würde daher bey ihnen eben so wol wie bey dem Monde, der Venus, ꝛc. Phasen bemerken, wenn ihr eigentlicher Kern nicht durch die glänzende Atmosphäre, die sie umgibt, bedeckt würde. Indessen will man es doch bey dem Kometen von 1744 bemerkt haben, dessen eine Hälfte nur erleuchtet schien, wie der Mond im ersten Viertel.

Wenn man bedenkt, wie häufig die Erscheinungen der Kometen in neuern Zeiten sind, seitdem sie aufgesucht werden, wie viele die trübe Witterung dem Nachsuchen entzieht, und wie viele vielleicht unsichtbar am Tage über unserm Horizont herum schwärmen, so kann man sich eine Vorstellung von ihrer großen Menge machen. Vom letztern geben die Kometen einen starken Beweis, die sich wirklich am Tage bey totalen Sonnenfinsternissen zeigten, wie der von 60 Jahren vor Chr. und die von 408 und 1491.

Zu den Kometen, deren **Umlaufszeiten** bisher bekannt sind, gehören besonders die von 1556, 1661, 1680, 1682, deren Perioden mit Gewißheit bestimmt sind, weil sie schon mehrmals beobachtet sind (§. 157.). Andre Perioden die man bloß elliptisch berechnet hat, sind weniger sicher: hieher gehören die von 1769, 1779, und 1807, deren Perioden ungefähr

von 500, 1150, und 1500 Jahren zu seyn scheinen. Der Komet von 1759 ist in dieser Rücksicht sehr merkwürdig, weil er der erste unverwerfliche Zeuge von der Wahrheit der elliptischen Theorie der Kometenbahnen ist, der erste dessen Rückkehr vorher berechnet war. Der Komet von 1770 ist noch immer ein Räthsel für die Astronomen. Da die bisher allgemein gebrauchte parabolische Rechnung bey ihm auf keine Weise mit den Beobachtungen stimmte, so versuchte man die elliptische, die zwar sehr gut stimmte, ihm aber eine Periode von $5\frac{1}{2}$ Jahren gab, welches wirklich unglaublich scheint, da der Komet weder vorher noch nachher gesehen ist. War es vielleicht einer der vier neuen Planeten, die beynahe dieselbe Entfernung von der Sonne haben? Ist seine Bahn vielleicht gar keine Ellipse, sondern eine Hyperbel? oder war sie durch die Wirkung Jupiters so gestört, daß man aus dem beobachteten Theil nicht auf das Ganze schließen darf? Diese Fragen sind bisher noch nicht beantwortet, aber die letztre ist sehr wahrscheinlich. Der Komet kam dem Jupiter so nahe, daß er von diesem Planeten mit einer Kraft angezogen ward, die im Jahr 1779 sogar 224 mal so groß war als die Zentral-Kraft der Sonne. Muß dies nicht Störungen verursacht haben, die seine Bahn vielleicht ganz unkenntlich machten?

Die verschiedene Farbe und Lichtstärke der Kometen kann theils eine Wirkung ihrer eigenthümlichen Beschaffenheit, theils ihrer Lage gegen die Sonne seyn. Schon die Alten hatten diese Verschiedenheit bemerkt, und die Geschichtschreiber erwähnen besonders die Kometen von 876, 906, 1103, wegen ihrer feuerrothen Farbe.

An den Kometen von 1585, 1665, 1682 hat man besonders bemerkt, daß sie vollkommen rund waren, wie die Planeten.

Daß die Kometen Sterne bedecken, ist nicht ohne Beyspiel; und eben so wenig ist es unmöglich, daß ein sehr großer Komet, gleich dem Monde, die Sonne verfinsterte. Vielleicht

und die totalen Sonnenfinsterniſſe, die 479 vor Chr. und 14 nach Chr. Geb. geweſen ſeyn ſollen, und nach den aſtronomiſchen Rechnungen nicht vom Monde hergerührt haben können, durch einen Kometen entſtanden. Eine der merkwürdigſten Erſcheinungen dieſer Art iſt der Komet von 1454, der nach dem unverwerflichen und umſtändlichen Zeugniß eines gleichzeitigen Schriftſtellers, zu Konſtantinopel den vollen Mond verfinſterte, alſo zwiſchen der Erde und dem Monde durchging.

Vierter Abschnitt.

Von den Neben-Planeten.

Erstes Kapitel.

Die Erscheinungen und Bewegungen des Mondes im allgemeinen.

Bewegung der Neben-Planeten oder Trabanten.

§. 160. Wir kommen jetzt zu einer neuen Art von Körpern, die auf der großen Leiter der Weltkörper — welche vielleicht der Stufenleiter der Wesen, womit die Natur jeden einzelnen Weltkörper bevölkert hat, an Mannigfaltigkeit nicht nachgibt — um eine Stufe niedriger stehn, als unsre Erde und die übrigen Planeten; indem sie nicht gleich den Haupt-Planeten, die Sonne zum Mittelpunkt oder Zentral-Körper ihrer Bewegung haben, sondern einen dieser Planeten, unter dessen Leitung und in dessen Gefolge, sie als seine Trabanten oder Neben-Planeten, die Reise um die Sonne mit machen. Ihre eigentliche Bewegung ist daher weit schneller als die des Haupt-Planeten, weil sie nicht allein seine Bahn um die Sonne zugleich mit beschreiben, sondern außerdem während eines solchen Umlaufs viele Umläufe um ihn machen: die Planeten gehn auf dem kürzesten Wege um die Sonne, die Trabanten nur durch viele Umwege, und ihre aus unzähligen Knoten zusammen geschlungene Bahn im absoluten Raum, ist um einen Grad verwickelter als die der Planeten. Unser Mond macht z. B. in einem Jahr 12 $\frac{1}{3}$ Umläufe um die

Erde, beschreibt also in dieser Zeit um die Sonne eine krumme Linie ungefähr von der Größe der Erdbahn, die aber nicht wie diese, eine einfache fast kreisrunde Ellipse, sondern aus 12 Knoten zusammen gesetzt ist. Am Ende des Jahrs, da die Erde dieselbe Stelle wider einnimt, würde sich auch der Mond an seiner vorigen Stelle befinden, oder seine wahre Bahn würde in sich selbst zusammen laufen, wenn er nicht bereits den 13ten Knoten angefangen hätte; und da dies in jedem Jahre der Fall ist, so fallen die monatlichen Knoten jedesmal in andre Gegenden des absoluten Raums, und seine wahre Bahn ist weder eine Ellipse noch überhaupt eine sich schließende Linie, sondern besteht aus unzähligen Knoten, die im Lauf der Ewigkeit nie wieder zusammen fallen, sondern sich auf unendlich mannigfaltige Art schneiden. Es ist die Linie die ein Punkt auf dem Umfange eines Rades beschreibt, wenn die Axe des Rades nicht in gerader Linie wie auf einem ebenen Wege fortgeht, sondern sich selbst im Kreise bewegt, und die man in der Geometrie Zykloide nennt. In der 44. Fig. stellt die Linie L l 1.2.3...11.12.λ die Bewegung des Mondes im Lauf eines Jahres vor, und die punktirte Linie zeigt seine Bewegung im folgenden Jahr. Nach ungefähr $354\frac{1}{2}$ Tagen ist der Mond von L durch 1, 2, ꝛc. bis 12 gelangt, und macht in den übrigen 11 Tagen des Jahrs den Anfang 12 λ seines 13ten Knotens, und so geht es bis ins unendliche. Da er um die Erde läuft, so ist er bald mehr bald weniger von der Sonne entfernt als die Erde, durchschneidet also die durch den Kreis vorgestellte Erdbahn bey jedem seiner Umläufe zweymal, hat aber im ganzen immer eine rechtgängige Bewegung, weil er mit der Erde weit schneller um die Sonne fort rückt, als er um die Erde läuft. Eine ähnliche Bewegung müssen alle Trabanten oder Satelliten haben. 44. Fig.

§. 161. Es scheint ein natürlicher Gedanke, daß diese Planeten vom zweyten Range auch in physischer Rücksicht um Bemerkungen darüber.

eine Stufe niedriger stehn, als die Haupt-Planeten, daß die lebendigen und leblosen Geschöpfe, womit die Natur sie bevölkert hat, auch nur vom zweyten Range sind. Natürlich ist der Gedanke allerdings, da er ganz der Eigenliebe, dieser großen Triebfeder unsrer Handlungen und Meinungen, entspricht; aber sonst gründet er sich auf nichts. Man darf nur einen Blick auf die 44. Fig. werfen, um sich zu überzeugen, daß die Sonne S im Grunde auch der Mittelpunkt der Mondbahn ist, die sich von der Erdbahn nur durch den schlängelnden Gang unterscheidet: man mögte sagen, die Erde gehe um die Sonne, indeß der Mond in einer großen Chaine um sie herum tanzt. Diese Wirkungen des Mond-Tanzes, die wir vorhin Knoten nannten, sind im Verhältniß der Erdbahn weit geringer, als sie in der Figur vorgestellt werden konnten: es erhebt sich der Mond in L über der Erdbahn nur um den 400ten Theil ihres Halbmessers, so daß seine Digressionen in der Sonne nur unter einem Winkel von 8′ bis 9′ erscheinen, ungefähr $\frac{1}{4}$ so groß als uns der Mond erscheint. Zwar nähert er sich der Sonne bald mehr bald weniger als die Erde; allein dieser Unterschied beträgt nur den 7ten Theil von den Aendrungen, die die Entfernung der Erde selbst wegen der Ekzentrizität ihrer Bahn jährlich leidet, und die doch auf unser Gefühl nicht die geringste Wirkung äußern, da wir gerade im Winter der Sonne am nächsten sind. Der Trabant hat also eben das Verhältniß gegen die Sonne als der Haupt-Planet: gleich diesem erwärmt er sich an ihrem Feuer, und wird von ihrer Fackel erleuchtet. Natur, Klima, Vegetation, Lebens- und Geistes-Kräfte, können also auf beyden dieselben seyn: ob sie es sind, hängt von andern Umständen ab, die unter den Planeten selbst eine ähnliche Verschiedenheit hervor bringen können.

Die richtigste Ansicht der Bewegung des Mondes ist diese, daß er im ganzen dieselbe elliptische Bahn um die Sonne beschreibe wie die Erde, aber auf dieser Bahn durch

die Nachbarschaft eines in Verhältniß seiner sehr großen Weltkörpers (seines Haupt-Planeten) beträchtliche Störungen leide (welche eben jene Knoten hervor bringen), so wie wir in der Folge sehen werden, daß die Planeten ähnliche, wiewol weit geringere Störungen ihrer elliptischen Bewegung gegenseitig leiden. Wäre die Erde nicht da, so würde der Mond ihre Stelle einnehmen, und unsre Ellipse ungestört durchlaufen. Auch der Mond stört die elliptische Bahn der Erde, und wie schon bey einer andern Gelegenheit erinnert ist, beyde Weltkörper machen, außer ihrer gemeinschaftlichen Ellipse um die Sonne, ähnliche Tänze um ihren Schwerpunkt, der aber wegen der größeren Masse innerhalb des Erdkörpers fällt. Diese größere Masse oder Kraft macht nun freylich, daß wir den Mond gewissermaßen als unsern Trabanten, unsern Begleiter, unsern Diener ansehen können; und der Menschenfreund wird wünschen, daß höhere Macht nie anders angewandt werden mögte. Hier trit der seltene Fall ein, daß der Herrscher seine größere Macht gebraucht, um dem Diener in eben dem Verhältniß größere Dienste zu erzeigen, als er von ihm erhält. Der Mond erleuchtet unsre Nächte, empfängt aber von der Erde 13 mal mehr Licht als er uns gibt.

Und nun vollends, was macht eine Stufe mehr oder weniger auf der großen Stufenleiter, deren öberste Stufe sich im unendlichen verliert! Daß die Monde auf der untersten Staffel stehn, scheint wol ausgemacht; aber eben so gewiß ist es, daß wir noch weit von der öbersten entfernt sind. Wir haben keinen Grund zu glauben, daß ein Trabant Jupiters oder Saturns wider von einem Trabanten umgeben sey — von unserm Monde wissen wir es mit Gewißheit — allein von der andern Seite lehrt uns die Bewegung des Sonnen-Systems, von der oben die Rede gewesen ist, daß auch unsre sogenannte elliptische Bahn um die Sonne im Grunde nichts anders ist, als eine Linie, die sich durch die Bahn der Sonne durch schlängelt, und deren Windungen gegen die Sonnenbahn eben

so unbedeutend sind, wie jene des Monds gegen die Erdbahn. Die Gesetze der Schwere machen es mehr als wahrscheinlich, daß der Zentral-Körper, um den unsre Sonne mit vielleicht unzähligen andern läuft, wider eine Bewegung um einen Körper von höherem Range hat, und daß diese Kette von Bewegungen wenigstens für unsre Gedanken und Einsichten keine Gränzen hat, daß wir nur ihr unterstes Ende kennen, dem wir zufälliger weise so nahe sind.

Nutzen der Monde.

§. 162. Man wird hieraus leicht den Schluß ziehn, daß es keinen so wesentlichen Unterschied zwischen Haupt- und Neben-Planeten gibt, als es beym ersten Anblick schien, und daß es nur vom Zufall oder von einem sehr geringen Umstand abhing, ob derselbe Weltkörper das eine oder das andre ward. Wäre z. B. Mars der Erde viel näher gekommen, als er es jetzt ist, so würde die 8 mal größere Masse der Erde ihn bey der ersten ☽ an sich gerissen und zu ihrem Trabanten gemacht haben; und die vier neuen Planeten, die von manchem Monde an Größe übertroffen werden, sind durch einen — glücklichen oder unglücklichen? — Zufall, der gefährlichen Nachbarschaft des mächtigen Jupiters entrissen, und zum Range von Haupt-Planeten erhoben, den sie so wenig zu verdienen scheinen, der sie aber zugleich des Lichts beraubt, das ihnen sonst Jupiter mitgetheilt haben würde. Allein dieser scheinbare Zufall ist für die Planeten und ihre Monde von einem so großen gegenseitigen Nutzen, daß man vermuthen darf, die gütige Natur werde diese Einrichtung, die ihr so zu sagen nichts kostet, allerwärts angebracht haben, wo es ohne zu große Störung der Bewegungen und ohne Zerrüttung des Ganzen geschehen konnte. Zwey Weltkörper in verschiedenen Entfernungen von der Sonne werden Haupt-Planeten, in gleichen Entfernungen aber wird der schwächere des stärkern Trabant. Im einen und andern Fall genießen beyde den wohlthätigen Einfluß der Sonne auf gleiche Art, im letztern allein leisten sie sich gegenseitig Dienste von der grösten

Wichtigkeit. Der große Jupiter ist für uns bloß ein Stern mehr in der Krone des gestirnten Himmels, indeß der ohne Vergleich kleinere Mond uns Wohlthaten erzeigt, von denen wir vielleicht manche noch gar nicht kennen. Sein sanftes Licht verschönert die Sommer-Nächte der warmen Länder, und erheitert die traurigen Winter-Nächte des Nordens: dort erhebt er das Herz zu frohen Gefühlen; hier leitet er den Jäger durch Wälder und Wüsten auf den gefährlichen Wanderungen, die ihm seinen dürftigen Unterhalt gewähren. Der schnellen Bewegung des Mondes verdanken wir nicht allein unsre ersten Kenntnisse von den himmlischen Bewegungen, unsre ersten Kalender, sondern auch die fast unglaublichen Fortschritte der neueren Schiffahrt. Er ist der treue Wegweiser des rohen Wilden, so wie des gebildeten Weltumseglers. Wenn er durch Ebbe und Flut das Weltmeer hebt und wider sinken läst, führt er die Schiffe sicher in die Häfen und wider heraus, treibt die Mühlen der Fabriken, und bereichert die Kenntniß des Naturkundigen mit Schätzen, die sonst auf dem Boden des Meers unbekannt liegen würden. Wenn uns gleich seine Wirkungen auf den luftigeren Ozean unsrer Atmosphäre weniger bekannt sind, so sind sie wahrscheinlich nicht weniger beträchtlich als jene der Ebbe und Flut. Wie viele Aendrungen in unsrer Witterung, wie viele unbemerkte Eindrücke auf unsern Körper, sind vielleicht des Mondes unerkannte Wirkungen! Das enge Band das den Mond an uns kettet, ist vielleicht nicht allein die Auflösung manches physischen Räthsels, sondern gibt der Phantasie des Dichters Stoff zu angenehmen Träumen, die manche Wahrheit enthalten mögen. In dem Gedanken, daß Millionen Weltkörper das blendende Licht der Sonne mit uns theilen, daß aber das sanftere Mondenlicht ganz unser Eigenthum ist, an dem außer uns niemand Theil nimt, liegt wahrscheinlich der Grund, daß der Anblick einer stillen mondhellen Nacht gefühlvolle Selen bis zur Schwärmerey entzückt, indeß der Philosoph in diese..

treuen Gefährten unsrer Wandrungen um die Sonne, die Entdeckung der allgemeinen Schwere und der großen Gesetze der Natur fand.

Phasen des Monds.

§. 163. Der Abend, an dem nach einer Unsichtbarkeit von 5 Tagen, der Mond zuerst der Erde wider gegeben ward, war von den ältesten Zeiten her, bey den Völkern aller Himmelsstriche und aller Religionen, ein fröhliches Fest. Man versammelte sich auf Anhöhen, um den frohen Anblick desto ehr zu genießen, und begrüßte sein erstes Erscheinen mit Freudengeschrey. An einem solchen Tage erschien, gleich nachdem Phöbus Stralen erloschen waren, Luna in der Gestalt, womit die Phantasie der Griechen das Haupt der Göttin der Nacht schmückte, einem Kreisbogen, dessen Spitzen oder Hörner nach oben gerichtet waren, und dessen Krümmung nach der Gegend des Horizonts herab hing, wo man eben die Sonne hatte untergehen sehen. Mit jedem Abend erhielt dieser Lichtbogen eine größere Breite, die innre oder nach dem Mittelpunkt gekehrte Gränze entfernte sich von der andern, ward immer weniger gekrümmt, und nach ungefähr 5 Tagen zu einer geraden Linie, so daß der Mond die Gestalt eines Halbkreises erhielt, dessen äußre Peripherie immer der Sonne zugekehrt blieb, und den wir das erste Viertel nennen: zugleich entfernt sich der Mond immer mehr von der Sonne nach Osten, so daß er immer später am Abend durch den Meridian geht. Jene innre Gränze schwillt nun gleichsam über die gerade Linie hinaus, und nimt eine erhabene Krümmung an, die etwa 7 Tage nach dem ersten Viertel dem Monde die Gestalt eines vollen Kreises gibt: dieser Vollmond steht der Sonne gerade gegenüber oder 180° von ihr entfernt, und geht um Mitternacht durch den Meridian. Indem der Mond nun seinen Weg nach Osten fortsetzt, kömmt er der Sonne entgegen, geht mit jedem Tage später nach Mitternacht durch den Meridian, und seine von der Sonne abgewandte

oder weſtliche Peripherie zieht ſich wider zuſammen, bis ſie 7 Tage nach dem Vollmonde zum zweyten Mal zur geraden Linie wird, und dem Monde die Geſtalt eines Halbkreiſes gibt, deſſen äußre Peripherie wie immer der Sonne zugekehrt, alſo jetzt nach Oſten gerichtet iſt. Von dieſem letzten Viertel an iſt der Mond nur des Morgens ſichtbar, die gerade Linie wird wider ein hohler Kreisbogen, der helle Theil des Monds wird kleiner als ein Halbkreis, und nimt immer mehr ab, indem er ſich der Sonne nach Oſten hin nähert, bis er wider die Geſtalt eines dünnen Silberfadens erhält, die er bey ſeinem erſten Erſcheinen hatte, aber in der entgegen geſetzten Lage, ſo daß jetzt die hohle Seite rechts oder weſtlich gekehrt iſt. Der Mond trit der Sonne nun ſo nahe, daß er ungefähr 30° von ihr nach Oſten entfernt, in ihren Stralen verſchwindet. Nachdem er 5 bis 6 Tage unſichtbar geweſen iſt, erſcheint er in eben der Entfernung an ihrer weſtlichen Seite wider des Abends in ſichelförmiger Geſtalt, und die nämlichen Erſcheinungen erfolgen in derſelben Ordnung. Während ſeiner Unſichtbarkeit hat der Mond von Weſten nach Oſten einen Bogen von ungefähr 70° beſchrieben, in deſſen Mitte ſich die Sonne befindet: er iſt alſo in der Mitte des unſichtbaren Theils ſeiner Bahn bey der Sonne vorüber gegangen, und dieſen Augenblick der ☌ nennt man den Neumond. Alle dieſe mannigfaltigen Geſtalten, die der Mond, oder vielmehr ſein erleuchteter Theil, bey einem Umlauf um die Erde annimt, nennt man ſeine **Phaſen** (*); der Neu- und Voll-Mond, oder die ☌ und ☍, werden mit dem gemeinſchaftlichen Namen der **Syſygien** (**) belegt; die beyden Viertel, oder die Punkte die 90° von den Syſygien entfernt ſind, heißen **Quadraturen**; und die vier Punkte, die zwiſchen

---

(*) φάσις, **Erſcheinung**, von φάω, **leuchten, ſcheinen.**

(**) συζυγία, **Konjunktion**, von ζευγνύω, **verbinden.**

den Qvadraturen und Syſygien von beyden 45° entfernt ſind, Oktanten.

Der Mond erhält ſein Licht von der Sonne.

§. 164. Daß das für uns ſo wohlthätige Monden-Licht nicht eignes ſondern erborgtes Licht iſt, beweiſt ſchon das periodiſche Verſchwinden, ſo wie die Ab- und Zunahme deſſelben. Freylich ließe ſich dies auch erklären, wenn man annähme, daß nur die eine Halbkugel des Mondes eignes Licht habe, da dann in dem Verhältniß, wie der Mond uns mehr oder weniger von ſeiner hellen und ſeiner dunkeln Seite zukehrt, jene Phaſen entſtehen müſten. Allein dieſe Erklärung fällt weg, ſo bald man ſich durch eine genauere Beobachtung des Mondes und ſeiner Flecken überzeugt hat, daß er uns immer dieſelbe Seite zukehrt, die alſo bald erleuchtet bald dunkel iſt, folglich ihr Licht von einer äußern Urſache erhält. Da nun ſeine Phaſen, wie wir eben geſehn haben, ſich bey jedem Umlaufe genau nach der Lage gegen die Sonne richten, ſo kann kein Zweifel ſeyn, daß die Sonne die Qvelle iſt, aus welcher der an ſich dunkle Mond, gleich allen Planeten, ſein Licht empfängt. Genauere Unterſuchungen der Phaſen geben hievon
45. Fig. einen geometriſchen Beweis. Wenn (45. Fig.) LNOMCD die Bahn des Monds um die Erde T, und die kleinen Kreiſe um L, N, ꝛc. die Mondkugel vorſtellen, die Sonne ſich in S befindet, und man aus S nach dem Mittelpunkt des Monds die geraden Linien SL, SN, SO, ꝛc. zieht, die die Mondſcheibe in A treffen, und auf denen a∝ ſenkrecht iſt, ſo kann nur die Halbkugel des Mondes aA∝ Licht von der Sonne erhalten, A iſt der Mittelpunkt des erleuchteten oder hellen Theils aA∝, und die Halbkugel aX∝ iſt dunkel, weil ſie im Schatten der Sonne liegt und kein eignes Licht hat. Zieht man nun auch die geraden Linien TBL, TBN, ꝛc. und bβ darauf ſenkrecht, ſo kann ein Auge auf der Erde T nur die vordere Halbkugel bBβ ſehen, weil die hintere bZβ von der vordern bedeckt wird. Da es aber dem Monde an eignem Lichte fehlt, ſo iſt uns nicht bloß die hintere, ſondern

auch die dunkle Hälfte a X α unſichtbar: wir ſehen alſo wirklich nur den Theil a b, der zugleich zu der vordern und der erleuchteten Halbkugel gehört.

Wenn der Mond in L mit der Sonne in ☌ iſt, im Neumonde, fällt die vordere Halbkugel b B β mit der dunkeln a X α zuſammen: der Mond iſt uns alſo ganz unſichtbar. Einige Tage nachher iſt der ſichtbare Theil a N b, der der vordern und der hellen Hälfte gemein iſt, kleiner als die halbe Mondſcheibe B N b, und 7 oder 22 Tage nach dem Neumonde, wenn der Mond in O oder D iſt, ſo daß S O T und S D T rechte Winkel ſind, in den Quadraturen, fällt der Mittelpunkt B der vordern Halbkugel mit der Lichtgränze a zuſammen, und der ſichtbare Theil des Monds, A O B, A D B, iſt gerade die Hälfte der Mondſcheibe A B X. Wenn der Mond in M mit der Sonne in ☍ iſt, im Vollmonde, fällt die vordere Hälfte b B β mit der hellen a A α zuſammen: wir ſehen die ganze Scheibe, und der Mond prangt im vollen Lichte. Einige Tage ſpäter, da der Mond in C iſt, wird der ſichtbare Theil a B b, der zu der vordern und der hellen Halbkugel gehört, größer als die halbe Mondſcheibe B A b, der ſie ſich bis D nähert.

Wenn nun der Mond eine Kugel iſt, ſo iſt ſowol die Lichtgränze a α, als die Gränze der vordern und hintern Halbkugel b β, ein Kreis. Letztre iſt dem Auge beſtändig ſenkrecht zugekehrt, gibt alſo die kreisrunde Peripherie der ganzen Mondkugel. Erſtre aber hat dieſe ſenkrechte Lage nur in den Syſygien L, M, wo ſie alſo auch wie ein ganzer Kreis erſcheint. In allen andern Fällen iſt der Kreis, der die Lichtgränze beſtimmt, ſchief gegen das Auge gerichtet, erſcheint alſo, den Geſetzen der Perſpektive gemäß, wie eine Ellipſe (§. 138.), die die Mondſcheibe in zwey ungleiche Ausſchnitte theilt, wovon der größere zwiſchen dem Neumonde und den Quadraturen, d. i. durch den Bogen D L O der Mondbahn, dunkel, durch den Bogen O M D aber hell iſt. Nur in den Quadra-

turen selbst, O, D, wo die Lichtgränze a∝ durch das Auge geht, erscheint dieselbe als eine gerade Linie. Alle diese Fälle
46. Fig. sind in der 46. Fig. a bis h dargestellt, welche den Neumond (a), den zunehmenden Mond 3 Tage nach dem Neumonde (b), das erste Viertel (c), den zunehmenden Mond 4 Tage nachher (d), den Vollmond (e), den abnehmenden Mond 3 Tage nach dem Vollmonde (f), das letzte Viertel (g), und endlich den abnehmenden Mond kurz vor seinem Verschwinden (h) zeigen.

Da nun alle diese theoretischen Sätze bis in die kleinsten Umstände mit der Erfahrung überein stimmen, so ist es bewiesen, 1) daß der Mond eine Kugel, 2) daß er ein dunkler Körper ist, der das Licht das er uns zuschickt, von der Sonne erborgt hat.

45. Fig. Die Erde T wirft einen Schatten hinter sich nach M, der sich über die Mondbahn hinaus erstreckt. Wenn nun diese Bahn eine solche Lage hat, daß der Mond nicht ober- oder unterhalb dieses Schattens vorbey geht, so sehn wir den Mond, so bald er in den Erdschatten trit, verfinstert werden, und zuweilen, wenn er sich tief genug in den Schatten senkt, ganz verschwinden: welches ein neuer und unwidersprechlicher Beweis ist, daß der Mond sein Licht bloß von der Sonne erhält.

Mond-Licht, Erd-Licht, und Sonnen-Licht.

§. 165. Eins der schwersten Probleme in der mathematischen Physik, und wozu die feinsten Beobachtungen erfodert werden, ist die Vergleichung der Stärke verschiedener Erleuchtungen. Indeß hat ein besondrer Umstand — der zugleich beweist, wie oft die kleinsten Umstände, die von Millionen Menschen täglich betrachtet, und doch immer übersehen werden, dem Genie Mittel geben, die grösten Schwierigkeiten zu überwinden — ein sehr einfaches Mittel dargeboten, das Licht des Mondes und der Sonne zu vergleichen. Um die Zeit des Vollmondes können wir täglich die Erfahrung machen, daß der Mond, wenn er mit der Sonne zugleich am Himmel

steht, genau dieselbe Licht-Stärke hat, als eine neben ihm stehende von der Sonne erleuchtete Wolke, so daß man beyde oft mit einander verwechselt, und nur durch die kreisrunde Gestalt des Mondes unterscheidet. Auch das Licht der von der bereits untergegangenen Sonne vergoldeten Ränder der Wolken ist alsdenn dem Monden-Lichte ganz gleich. Da nun das was wir Tageslicht zum Unterschiede des Sonnenlichts nennen, nichts anders ist, als das Licht welches die von der Sonne erleuchteten Wolken reflektiren, die alsdenn den ganzen Himmel bedecken und uns die Sonne selbst unsichtbar machen, so folgt, daß wenn der ganze Himmel mit einem dem Vollmonde gleichen Lichte eingenommen wäre, eine solche Nacht gerade so hell seyn würde, als das gewöhnliche Tageslicht, wenn die Sonne selbst nicht scheint. Hieraus folgt ferner, daß das Licht welches uns der Vollmond wirklich gibt, sich zum Tageslichte verhält wie die Größe des Vollmonds zur Größe des ganzen Himmels oder der halben Sphäre. Da nun der Durchmesser des Monds 31′ beträgt, oder eine Sehne von 31′ an der Kugelfläche der Sphäre, deren Halbmesser wir = 1 setzen können, einnimt, so verhält sich das Mondlicht zum Tageslicht, wie eine Kreisfläche deren Halbmesser $15\frac{1}{2}$′ oder 0,004508 ist, zu einer halben Kugelfläche deren Halbmesser = 1 ist: und die Geometrie lehrt, daß dieses Verhältniß ungefähr wie 1 zu 100000 ist. Das Tageslicht an einem mit leichten Wolken bedeckten Mittage ist also 100000 mal stärker als das Licht des Vollmonds: das dreymal stärkere Sonnenlicht selbst würde also etwa 300000 mal stärker seyn. Dieses nämliche Verhältniß hat man nicht allein durch theoretische Untersuchungen, sondern auch durch unmittelbare Versuche gefunden, da man so wol das Licht der Sonne als des Mondes mit dem Kerzen-Licht in einer dunkeln Kammer verglich. Unten werden wir sehn, daß die Fläche oder die Scheibe der Erdkugel 13 mal so groß ist als die Mondscheibe, also auch 13 mal so viel Sonnenlicht in gleicher Entfernung reflektirt.

Diesemnach verhält sich die Stärke oder Klarheit des von dem Monde und der Erde reflektirten Sonnenlichts, des Tageslichts und des Sonnenlichts selbst, wie die Zahlen 1; 13; 100000; 300000.

45. Fig. Wenn man sich um T die Erdkugel vorstellt, deren von der Sonne beschienene Seite eEε erleuchtet ist oder Tag hat, während die andre Halbkugel Nacht hat oder im Schatten liegt, so wird man begreifen, daß beym Neumonde L die Bewohner der uns zugekehrten Seite bBβ die ganze helle Halbkugel der Erde eEε sehn, also das nämliche wiewol viel prächtigere Schauspiel genießen, welches uns der Vollmond gewährt: die Erde scheint ihnen dann im vollen Sonnenlichte, und gibt ihnen eine Erleuchtung, die 13 mal so stark ist als das Licht des Vollmonds, und vom Tageslicht nur 8000 mal übertroffen wird. Wenn man bedenkt, wie sehr sich in einer nächtlichen Landschaft, eine vom Vollmonde erleuchtete Gegend von dem im Schatten liegenden Thale auszeichnet, und wie deutlich wir die feinsten Schattirungen im Monde bemerken, so wird man nicht zweifeln, daß unsern Augen das von der Erde auf den Mond zurück geworfene Sonnenlicht merklich seyn muß. Freylich bemerken wir es nicht im Neumonde L selbst, weil es dort von den Stralen der nahen Sonne S verdunkelt wird; aber wenige Tage nachher in N sieht man mit bloßem Auge, und noch lange nachher durch Fernröhre, die ganze dunkle Mondscheibe aBXβ von einem aschfarbigen Licht matt erleuchtet, welches nichts anders ist, als das Licht der Erde, die dem Monde dann in vollem Lichte scheint. Dieses Licht zeigt uns genau dieselben Flecken im Monde, und in derselben Lage, wie wir sie im Vollmonde und in den übrigen Phasen sehn, und beweist dadurch, daß der Mond der Erde beständig dieselbe Seite zukehrt.

Bahn des Mondes um die Erde.

§. 166. Daß die Erde im Mittelpunkt der Mondbahn liegt, davon kann uns allein der Anblick des Monds überzeugen, der uns, so lange wir keine genauen Messungen vorneh-

men, beständig von gleicher Größe scheint, folglich seine Entfernung von uns nur fast unmerklich ändert. Dasselbe beweist seine Parallaxe, die wegen ihrer beträchtlichen Größe so leicht zu bestimmen ist, und die sich nicht mehr ändert, als es die elliptische Figur jeder Bahn erfodert. Die Erde nimt also den Mittelpunkt der Mondbahn ein, und der Mond ist außer der Sonne der einzige Weltkörper, dessen Bewegung wir aus dem wahren Gesichtspunkt betrachten, und aus den Beobachtungen unmittelbar ohne alle Reduktion herleiten können. Freylich würde alles dies auch statt finden, wenn die Erde um den Mond liefe, wie es mit der Sonne der Fall ist. Dieser Gedanke fällt aber von selbst weg, weil die Bewegung der Erde um die Sonne bewiesen, und es unmöglich ist, daß die Erde um Sonne und Mond zugleich läuft. Der Mond beschreibt also eine Bahn, deren Zentralpunkt die Erde ist, und deren Größe sich im allgemeinen sehr leicht bestimmen läst. Bey jedem Umlauf kömmt der Mond einmal mit der Sonne in ☌ und in ☍. In der ☌ muß er entweder jenseits der Sonne, oder zwischen der Erde und Sonne durchgehen. Im erstern Falle würde seine Bahn größer als die Erdbahn, folglich auch in längerer Zeit durchlaufen werden als diese, und nicht, wie die Erfahrung lehrt, in fast 13 mal kürzerer Zeit. Der Mond würde ferner alsdenn der Sonne näher seyn als der Erde, folglich von jener weit größeren Masse gezwungen werden, um die Sonne und nicht um die Erde zu laufen. Der Mond geht also zwischen der Sonne und Erde durch, und hievon geben uns die Sonnenfinsternisse einen sinnlichen Beweis. Da die Mondbahn einen Winkel von 5° mit der Ekliptik macht, so geht der Mond in den meisten Konjunktionen über oder unter der Sonne vorüber, ohne daß eine Finsterniß erfolgt. So bald aber seine Bahn eine solche Lage hat, daß seine Richtung die Sonnenscheibe trifft, so sehen wir genau zu der Zeit, da er nach der Rechnung die Sonne erreicht, und an derselben Stelle die die Rechnung gibt, einen

schwarzen Kreis von der Größe des Mondes in die Sonnenscheibe eintreten, und in der Richtung der Mondbahn über ihr weg gehen. Die Messung der Monds-Parallaxe, die über einen Grad beträgt, hat endlich geometrisch bewiesen, daß der Mond uns 400 mal näher ist als die Sonne, oder daß der Halbmesser der Erdbahn um die Sonne 400 mal größer ist als der Halbmesser der Mondbahn um die Erde.

Zweytes Kapitel.

Mittlere Bewegung des Mondes.

Allgemeine Eigenschaften der Mondbahn.

§. 167. Die Sätze die wir im vorigen Kapitel aus einer allgemeinen Uebersicht der Bewegung des Mondes hergeleitet haben, geben uns, in Verbindung mit den Keplerschen Gesetzen, die als allgemeine Natur-Gesetze, Trabanten und Sonnen so gut wie die Planeten beherrschen, schon einen ziemlich vollständigen Begrif von der Mondbahn. Was wir ohne weitere Rechnung wissen, und was den Grund der folgenden Untersuchungen ausmachen wird, beruht auf folgenden Sätzen. 1) Der Mond beschreibt in ungefähr 4 Wochen eine Ellipse, in deren einem Brennpunkt die Erde sich befindet, die den Mond auf diese Art in einem Jahr mit sich um die Sonne schlept. 2) Die große Axe dieser Ellipse ist nur der 400te Theil von der großen Axe der Erdbahn. 3) Diese Ellipse weicht nicht sehr vom Kreise ab, ihre Ekzentrizität ist nicht sehr groß: denn die scheinbare Größe des Monds, folglich auch seine Entfernung von der Erde, ändert sich kaum merklich. 4) Die Ellipse liegt in einer Ebne, die keinen großen Winkel mit der Ekliptik macht, keine große Neigung hat: denn der Mond geht in jeder ☌ sehr nahe bey der Sonne, oft vor der Sonnenscheibe vorüber, so wie er in der ☍ oft

durch den Erdschatten geht. 5) Der Mond ist gleich der Erde und den Planeten, ein dunkler Körper der sein Licht bloß von der Sonne erhält. 6) Er kehrt uns beständig dieselbe Seite zu.

Diese Sätze werden uns die genauere Bestimmung der Mondbahn sehr erleichtern; und wir können bey diesen Untersuchungen um so kürzer seyn, da sie bloße Widerholung der bey der Sonne und den Planeten so ausführlich erklärten Methoden sind.

Verschiedene Monate.

§. 168. Die Theorie der Planeten hat gezeigt, daß das erste Element, welches bey allen übrigen zum Grunde liegt, weil dessen genaue Bestimmung so leicht ist, die mittlere Bewegung oder die mittlere Dauer eines ganzen Umlaufs ist: wir haben gesehn, wie nützlich bey diesem Gegenstande die ältesten Beobachtungen sind; und in der That war die Länge des Monats durch Ptolemäus schon bis auf einzelne Sekunden genau bestimmt, und ist durch die Beobachtungen so vieler Jahrhunderte nur um Zehntel von Sekunden berichtigt. Die Methode ist überhaupt folgende. Wenn man zweymal nach einander den Augenblick bemerkt, da der neue Mond zuerst erscheint, diesen den Alten so festlichen Augenblick, so erhält man die Länge eines Monats schon genau genug, um nun ähnliche Beobachtungen, die mehrere Jahre von einander entfernt sind, zu vergleichen, ohne sich in der Anzahl der inzwischen verflossenen Monate zu irren. Hiedurch wird die Länge des Monats genauer bekannt, so daß man nach und nach 50, 100, ja 1000 jährige Beobachtungen vergleichen, und dadurch wegen der Kürze des Monats sehr bald seine mittlere Dauer vollkommen genau bestimmen kann. Dies geschieht nämlich durch die einfache Proportion: in 100, oder in 1000 Jahren nebst so vielen Tagen, Stunden, ꝛc. sind so viele Monate verflossen; wie viel Zeit gehört also zur mittleren Dauer eines Monats? Monat ist nämlich überhaupt die Zeit, in der der Mond einen Umlauf um die Erde von 360° macht, oder dieselbe Lage,

dieselbe Stellung wider erreicht; und wir wissen schon aus der Theorie der Sonne und der Planeten, daß es mehrere Arten in der Astronomie gibt, die Lage eines Weltkörpers zu bestimmen. Beym Monde, wo alles, wegen seiner geringen Entfernung von der Erde, einen größeren Maasstab hat, wird der Unterschied der mancherley Arten seiner Umläufe auch um so beträchtlicher seyn, und es gibt fünferley Monate, die merklich von einander verschieden sind.

Der durch die verschiedenen Phasen bestimmte Monat (§. 151.) ist nichts anders als sein Umlauf in Absicht auf die Sonne, die Zeit von einem Neumonde oder Vollmonde bis zum andern, von einer ☌ oder ☍ bis zur nächsten. Man nennt ihn, wie bey den Planeten, den synodischen Monat. Während dieser Zeit hat der Mond die indessen auch fortgerückte Sonne eingeholt, also mehr als einen ganzen Umlauf am Himmel oder unter den Sternen gemacht; und die Zeit in der der Mond wider zu demselben Stern zurück kehrt, heist der siderische Monat: man sieht leicht, daß dies der einzige wahre Monat ist, in dem der Mond wirklich einen vollen Kreis um die Erde beschreibt. Allein schon ehr er denselben Stern wider erreicht, hat er, wegen des Zurückweichens der Aequinoktialpunkte, seine Länge und Rektaszension um 360° geändert: und diese Zeit heist der periodische Monat, der wegen der Kürze der Zeit wenig vom siderischen verschieden ist. Die schnelle rechtgängige Bewegung der Apsidenlinie des Monds, und die rückgängige seiner Knoten verursachen, daß ein Umlauf in Beziehung auf erstre länger, und in Beziehung auf letztere kürzere Zeit dauert, als der wahre siderische Umlauf. Die Zeit in der der Mond einen Umlauf gegen die Apsidenlinie macht, oder seine Anomalie um 360° ändert, die Zeit von einem Durchgange durch die Erdferne oder Erdnähe bis zum folgenden, wird der anomalistische Monat genannt, so wie die Zeit eines Umlaufs in Beziehung auf die Knotenlinie, oder von einem Durchgange durch den Knoten bis zum fol-

genden, in der das Argument der Breite um 360° zunimt, der Knoten- oder Drachen-Monat heist, weil man ehemals den ☊ des Monds Drachenkopf, und den ☋ Drachenschwanz nannte.

Ihr wesentlicher Unterschied.

§. 169. Diese Eintheilung der Monate ist wegen ihres großen Nutzens schon in den frühesten Zeiten gemacht. Jede Art von Monaten ist nicht bloß durch die längere oder kürzere Dauer, sondern durch die ihr eigenthümlichen Wirkungen von den andern wesentlich verschieden. Vom synodischen Monat hängen alle die verschiedenen Gestalten ab, unter denen sich Luna uns zeigt, vom Silberfaden des Neumonds bis zum glänzenden Gesichte des Vollmonds; von ihm hängt es ab, ob unsre Nächte hell oder dunkel sind, ob unser Morgen oder Abend erleuchtet ist, ob man, wie der gemeine Mann sehr richtig den zu- und abnehmenden Mond unterscheidet, mit der linken oder rechten Hand in die hohle Seite des Mondes greifen kann: von ihm endlich hängt das heilige System der Feste aller Völker ab, die Neomänien der Heyden, das Pascha der Juden, das Beiram der Muselmänner, und die Osterrechnung der Christen, der die Kirche Spaltungen und Kriege, aber auch Fortschritte in der Aufklärung verdankt. Vom siderischen Monat hängen die Gruppen ab, die der Mond mit den Sternen bildet, seine Zusammenkunft mit ihnen, und seine für die Astronomie so wichtigen Bedeckungen der Sterne. Der periodische Monat bestimmt den Ort des Mondes an der Sphäre, und ist der Grund aller trigonometrischen Berechnungen des Mondes, so wie seiner Tafeln und Ephemeriden. Der anomalistische ist die Periode aller von der elliptischen Bewegung unzertrennlichen Ungleichheiten des Monds, seiner größeren oder geringeren Entfernung und scheinbaren Größe, seiner schnelleren und langsameren Bewegung, ꝛc. Der Drachen-Monat bestimmt die Breite des Monds, seine Höhe und längere oder kürzere Verweilung über dem Horizont, die

Entfernung in der er bey den Sternen vorüber geht, endlich die Größe und Dauer der Finsternisse (*).

Periodischer, siderischer, synodischer, anomalistischer und Knoten-Monat.

§. 170. Es gibt vielleicht in der ganzen Astronomie keine leichtere und einfachere Beobachtung, als die des synodischen Monats. Auch ist dies wahrscheinlich das erste Faktum, welches die alten Astronomen in Richtigkeit gebracht haben, und dem wir vielleicht nicht allein unsern Kalender, die Eintheilung in Wochen, Monate und Jahre, sondern den Ursprung der ganzen Sternkunde zu danken haben. Nicht allein seine ganze Dauer, von der unsre hellen oder dunkeln Nächte abhängen, sondern selbst die einzelnen Abtheilungen dieses Monats, die sichelförmige, hohle, erhabene, oder kreisrunde Gestalt des Monds, fallen so sehr in die Augen, daß der ungebildete Mensch, daß selbst der Wilde, seine häuslichen Geschäfte, seine Reisen, und seine Zeitrechnung danach einrichtet. Die in jedem Jahre zwölfmal gefeyerten Neumonde lehrten nicht allein die Länge eines synodischen Monats, sondern machten sie zum Gegenstande der bürgerlichen und kirchlichen Zeitrechnung. Hiezu kam noch ein besondrer Umstand, der diese Beobachtungen beydes leichter und genauer machte: dies waren die Finsternisse der Sonne und des Mondes, die die Alten nie zu beobachten versäumten, und wovon die erstern beständig in die Neumonde oder ☌, die letztern in die Vollmonde oder ☍ fallen. Das Mittel zwischen dem Anfange und Ende jeder Mondfinsterniß gab den Augenblick der ☍, welcher mit einer andern Mondfinsterniß verglichen, die Dauer des synodischen Monats lehrte. Indeß ist bey dieser Vergleichung eine kleine Vorsicht nöthig. Wenn z. B. (24. Fig.)

(*) Ptolemäus nannte den synodischen Monat μὴν (Monat, lunaison), den periodischen περιδρομὴ (Umlauf), den anomalistischen und den Drachen-Monat ἀποκατάστασις ἀνωμαλίας und πλάτους (Widerherstellung oder Periode der Anomalie und der Breite).

AP die Apsidenlinie des Monds, die Erde in **T** ist, und der 24. Sig
Mond in der ersten Finsterniß in **B**, in der andern in **D**, 180° von B beobachtet ist, und in der Zwischenzeit 10 ganze Umläufe **BPDAB** und überdem einen halben **BPD** gemacht hat, so würde man einen Feler begehn, wenn man die durch $10\frac{1}{2}$ dividirte Zwischenzeit für die mittlere Dauer eines synodischen Monats annähme, weil der letzte halbe Umlauf **BPD**, in den die Erdnähe **P**, also die geschwindeste Bewegung des Monds fällt, weit kürzer ist als die andre Hälfte **DAB**, folglich auch kürzer als die Hälfte eines mittleren Monats. Um diesen Fehler zu vermeiden, muß man daher solche Finsternisse vergleichen, die dieselbe Lage gegen die Apsiden hatten, wie B, G, wenn der Winkel **BTG** dem Winkel **ATS** gleich ist, um den die Apsidenlinie in der Zwischenzeit vorgerückt ist, so daß beyde Anomalien **BTA** und **GTS** gleich waren, oder der Mond eine ganze Zahl anomalistischer Umläufe gemacht hatte. Die älteste Beobachtung einer Mondfinsterniß die bis zu uns gekommen ist, fällt auf den 19 Märtz 720 Jahre vor Chr. Geb. Man hat mit ihr die Finsterniß vom 9 September 1717 verglichen, da der Mond eben die Lage gegen die Apsiden hatte, und hat gefunden, daß in der Zwischenzeit von 2437 Julianischen Jahren und 173 Tagen 23 St. 14 Min. d. i. 890287,9680555... Tagen, der Mond 30148 ganze synodische Umläufe, und zugleich 32585 ganze periodische Umläufe gemacht, überdem aber 186° 7′ in der Länge beschrieben hat: denn bey der ersten Finsterniß war seine Länge 171° 27′, bey der letzten 357° 34′. Hieraus ergibt sich durch die Regel de Tri, die Länge beyder Monate.

Durch diese und ähnliche Vergleichungen hat man mit der schärfsten Genauigkeit gefunden, die Länge des periodischen Monats = 27 T. 7 St. 43 M. 4,6366 Sek. Dies gibt die mittlere tägliche Bewegung des Monds in der Länge = 13° 10′ 35″,0285; die stündliche = 32′ 56″,46; in 1 Min. = 32″,94; in 1 Sek. = 0″,55; und in 100

Jahren = 1336 ganze Umläufe und 307° 53′ 35″,23. Da nun das Zurückweichen der Aequinoktialpunkte (50″,25) in 1 Monate 3″,76 beträgt, welche der Mond mit ſeiner eben gefundenen mittleren Bewegung in 6,88 Sek. durchläuft, ſo wird der ſideriſche Monat um 6,88 Sek. länger, alſo = 27 T. 7 St. 43′ 11″,5166. Subtrahirt man endlich die mittlere tägliche Bewegung der Sonne = 59′ 8″,33 von der des Monds = 13° 10′ 35″,0285; ſo erhält man ſeine tägliche ſynodiſche Bewegung, womit er ſich von der Sonne entfernt, = 12° 11′ 26″,6985; woraus man durch eine einfache Proportion die Zeit findet, in der er ſich um 360° von der Sonne entfernt, d. i. die Länge des ſynodiſchen Monats = 29 T. 12 St. 44′ 2″,8187.

Wir werden unten ſehen, daß die Apſiden des Monds jährlich um etwa 40° 41′ vorrücken, die Knoten aber um 19° 20′ zurück weichen, daß alſo die tägliche Bewegung der erſtern = 6′ 41″ rechtgängig, der letztern = 3′ 10″ rückgängig iſt. Der Mond entfernt ſich alſo täglich von der Erdferne um 13° 10′ 35″ — 6′ 41″ = 13° 3′ 54″, von dem ☊ um 13° 10′ 35″ + 3′ 10″ = 13° 13′ 45″. Hieraus findet man durch die Regel de Tri die Zeit, worin mit dieſen Bewegungen ein ganzer Umlauf von 360° verrichtet wird, nämlich die Länge des anomaliſtiſchen Monats = 27 T. 13 St. 18′ 34″,95 und des Drachen-Monats = 27 T. 5 St. 5′ 49″,17.

Sekular-Gleichung des Monds.

§. 171. Wenn man nach der eben erklärten Methode, die neueſten Beobachtungen der Länge des Monats, auf deren Genauigkeit man ſich vollkommen verlaſſen kann, unter einander, und nach und nach mit ältern vergleicht, ſo findet man den Monat immer deſto kürzer, je neuer die verglichenen Beobachtungen ſind. Dieſer Unterſchied, der zwar nicht in einzelnen Monaten, aber in 100 Jahren ſchon ſehr merklich wird, beweiſt unwiderſprechlich, daß die Bewegung des Monds durch alle Jahrhunderte hindurch immer ſchneller wird. Man konnte dies nicht mit den übrigen Ungleichheiten des Monds in eine

Klaſſe ſetzen, weil es gar nicht von ſeiner Lage gegen die Apſiden oder gegen die Sonne, ſondern bloß von der verfloſſenen Zeit abhängt, mit ihr immer zunimt, alſo gar keine Periode zu haben ſcheint wie die übrigen Ungleichheiten, ſich wenigſtens nicht in jedem Umlauf wider erſetzt. Da es aber doch offenbar eine Störung der Bewegung des Monds iſt, nur keine periodiſche, ſo muſte man es als eine allmählige Zunahme der mittleren Bewegung ſelbſt betrachten: und da ſie nur erſt in Jahrhunderten merklich wird, ſo nannte man es die Sekular-Gleichung des Monds. Sie beſteht in einer gleichförmigen Acceleration der mittleren Bewegung, oder Zunahme der Geſchwindigkeit des Monds. Dieſer Zuwachs wird alſo in doppelter Zeit zweymal, in der dreyfachen Zeit dreymal ſo groß ſeyn, als in der einfachen. Da nun überdem der Mond auch mit dem erhaltenen Zuwachs ſeiner Geſchwindigkeit, wenn dieſer gleich nicht mehr ſich änderte, in der doppelten und dreyfachen Zeit zwey und dreymal ſo viel durchlaufen würde, als in der einfachen; ſo folgt, daß, da zugleich die Geſchwindigkeit in eben dem Verhältniß zunimt, der Mond in der doppelten Zeit viermal, in der dreyfachen neunmal ꝛc. ſo viel Sekunden durchlaufen werde, als in der einfachen. Nun hat man durch die ſorgfältigſten Unterſuchungen endlich gefunden, daß von jedem Zeitpunkt an die Geſchwindigkeit des Mondes ſo zunimt, daß er durch ſeine nach und nach vermehrte mittlere Bewegung, im folgenden Jahrhundert 10″,2 mehr durchläuft, als er mit der mittleren Bewegung m, die er in dieſem Zeitpunkt hatte, durchlaufen haben würde, wenn ſie ſich nicht geändert hätte. Die Sekular-Gleichung der Länge des Monds iſt alſo = 10″,2 in 100 Jahren, folglich 40″,8 in 200, 91″,8 in 300 Jahren, u. ſ. w. Geht man von demſelben Zeitpunkt 100 Jahre zurück, ſo hat der Mond in dieſem Jahrhundert 10″,2 weniger durchlaufen, als er mit der mittleren Bewegung m gethan haben würde: er war alſo vor 100 Jahren noch nicht ſo weit zurück, als er geweſen

seyn würde, wenn er im ganzen vergangenen Jahrhundert die mittlere Bewegung m gehabt hätte. Berechnet man also seinen mittleren Ort rückwärts mit dieser Bewegung m (wie es in den Tafeln geschieht), so muß man dazu 10″,2 addiren, um ihn wider so weit vor zu rücken, als er durch die Rechnung zu weit zurück gesetzt ist. Es folgt hieraus, daß die Sekular-Gleichung die, wie es die Mathematiker nennen, dem Qvadrat der Zeit proportional ist, für jede Zeit, sie mag auf die zum Grunde der Tafeln gelegte Epoche folgen oder vorher gehn, addirt werden muß.

Monds-Zykel. §. 172. Man hat oft die Bemerkung gemacht, daß die Philosophie und die Gelehrsamkeit der Alten von ihnen weit mehr auf das praktische Leben angewandt ward, als es von uns geschieht: eine Bemerkung, die auch durch ihre Astronomie bestätigt wird. So bald sie durch die Beobachtungen eine genaue Kenntniß von der Länge des Jahrs und der verschiedenen Monate, von der Bewegung der Apsiden und der Knoten des Mondes, erworben hatten, suchten sie die Brüche von Stunden und Minuten ꝛc. wodurch diese Perioden für das gemeine Leben unbehülflich wurden, dadurch zu vermeiden, daß sie jede dieser einzelnen Perioden so oft zu sich selbst addirten oder multiplizirten, bis diese Brüche zu ganzen Tagen wurden, und dann solche Multipla von zwey oder drey dieser Perioden mit einander verglichen, die eine Anzahl ganzer Jahre gab. So entstanden die verschiedenen Perioden oder Zykel, die im Alterthum so berühmt waren, und die damaligen Kenntnisse vom Laufe der Sonne und des Mondes gleich Hieroglyphen in sich schlossen. Vielleicht hatten die Griechen diese Gewohnheit, wie so viele andre, von den Egyptiern angenommen, bey denen sie aus Vorliebe zu allem Emblematischen und Geheimnißvollen in der That eine Art von Wuth ward, der wir aber wirklich vieles verdanken, was wir von den astronomischen Kenntnissen der Alten wissen, und das sonst

verloren gegangen seyn würde. Die Egyptier wusten z. B. seit langer Zeit, daß das wahre Sonnen-Jahr ungefähr 365 Tage und 6 Stunden enthielt, obgleich sie immer das bürgerliche Jahr von 365 Tagen beybehielten. Dieses astronomische Faktum drückten sie nicht, wie wir thun würden, so aus, „das „wahre Jahr enthalte ein bürgerliches Jahr und $\frac{1}{4}$ Tag, oder „das bürgerliche Jahr verhalte sich zum wahren wie 365 zu „$365\frac{1}{4}$," sondern sie multiplizirten erst mit 4, um den Bruch der 6 Stunden weg zu bringen. Dies gab ihnen das Verhältniß: 4 bürgerliche Jahre und 1 Tag machen 4 wahre Jahre. Um nun noch den Bruch von 1 Tage zu vermeiden, multiplizirten sie nochmals mit 365, wodurch das Verhältniß entstand: 4 mal 365 und 1 bürgerliches Jahr machen 4 mal 365 wahre Jahre, d. h. 1461 bürgerliche Jahre geben 1460 wahre; und so entstand die berühmte Sothische Periode (Sph. S. 49. 50.).

Auf ähnliche Art multiplizirten sie die Dauer des synodischen Monats so lange, bis eine ganze Anzahl von Jahren heraus kam, und fanden, daß 309 synodische Monate bis auf wenige Stunden 9125 Tagen oder 25 bürgerlichen Jahren gleich wären (Sph. S. 51.). Diese Periode von 25 Jahren multiplizirten sie mit der Sothischen von 1460 Jahren, und erhielten so eine neue Periode von 36500 Jahren, die zugleich die Länge des Jahrs und des Monats enthielt.

Meton erfand, oder lernte in Egypten, eine kürzere Periode, die dieses Verhältniß eben so genau ausdrückt: dies war die unter dem Namen der güldenen Zahl bekannte Periode von 19 Jahren zu $365\frac{1}{4}$ Tagen, die bis auf 5 Stunden mit 235 synodischen Monaten überein kommen. Diese Perioden von 19 oder 25 Jahren waren für den kirchlichen Gebrauch oder die Fest-Rechnung von äußerster Wichtigkeit, weil nach einer solchen Periode alle Neumonde wider auf dieselben Tage des Jahres fielen.

Man suchte nun auch die Länge der verschiedenen Arten von Monaten durch Zykel aus zu drücken, ohne sich dabey an den Sonnen-Lauf zu binden. Eine der ältesten Perioden dieser Art ist die so genannte Chaldäische von 6585⅓ Tagen oder 18 Jahren und 11 Tagen, die 223 synodische, 239 anomalistische, 241 periodische, und 242 Knoten-Monate enthält.

Hipparch erfand zwey andre Perioden, die, wie es von ihm zu erwarten war, eine große Genauigkeit haben. Die erste war von 126007 Tagen oder 345 Jahren, welche 4267 synodische, 4573 anomalistische, und 4612 periodische Monate enthält; die andre von 161178 Tagen oder 441 Jahren und 103 Tagen, die 5458 synodische, und 5923 Knoten-Monate in sich schliest.

Eine wegen ihres hohen Alters sehr berühmte Periode, die sogar vor der Sündflut heraus gesetzt wird, ist die von 600 Jahren, in der 7421 synodische Monate verfließen.

Drittes Kapitel.

Die übrigen Elemente der Mondbahn.

Ebne der Mondbahn.

§. 173. Die Ebne in welcher der Mond seine Bahn um die Erde verrichtet, würde sich aus der Erde, als dem Mittelpunkt dieser Bahn, sehr leicht bestimmen lassen, wenn es wirklich eine Ebne wäre, oder vielmehr, wenn diese Ebne eine ruhige Lage hätte. Wenn man während einiger Monate den Mond täglich beobachtet, besonders aber um die Zeit, wenn seine Breite verschwindet oder am grösten ist, so gibt das erstre seinen Durchgang durch die Ekliptik oder die Lage seiner Knoten, das letztre seine gröste Breite die mit der Neigung einerley ist: und hiedurch wird die Lage der Ebne völlig bestimmt. Die Alten beobachteten den Mond mehrentheils in

den Finſterniſſen, durch die ſich die Breite leicht beſtimmen läſt. Die Mondfinſterniſſe eräugnen ſich, wenn der Mond durch den Schatten geht, den die Erde hinter ſich wirft. Dieſer Schatten liegt natürlich mit der Sonne und Erde in gerader Linie und in einer Ebne, folglich in der Ekliptik. Iſt alſo der Mond in der Ekliptik, wenn er ſich in eben der geraden Linie oder in ☍ befindet, ſo geht er durch die Mitte des Schattens. Je weiter er aber über oder unter der Ekliptik durchgeht, deſto kleiner iſt die Sehne des Schattens, die er durchläuft. Iſt der Mond oberhalb der Ekliptik, oder hat er eine nordliche Breite, ſo wird ſich nur ſein untrer oder ſüdlicher Theil in den Schatten ſenken, und dieſer Theil wird deſto kleiner ſeyn, je gröſſer die Breite des Monds iſt: bey ſüdlichen Breiten iſt es umgekehrt. Man kann alſo aus der Gröſſe des verfinſterten Theils vom Monde, oder der Phaſe einer Mondfinſterniß, ſo wie aus ihrer Dauer, die Breite des Monds, folglich ſeine Entfernung vom Knoten und ſeine Neigung ſchlieſſen. Beſonders iſt hiezu die Vergleichung zwey ähnlicher Finſterniſſe bey den entgegen geſetzten Knoten bequem. Wenn z. B. in zwey Finſterniſſen der ſechſte Theil des Mondes an ſeinem ſüdlichen Rande ſich in den Schatten ſenkte, ſo hatte der Mond beydemal gleiche nordliche Breite: er war alſo das eine Mal nach dem Durchgange durch den ☊, das andre Mal vor dem Durchgange durch den ☋, in gleicher Entfernung von den Knoten beobachtet. Das Mittel zwiſchen beyden Längen gibt die Gränze der nordlichen Breite, alſo auch den um 90° zurück liegenden ☊.

Durch dieſe Beobachtungen bemerkten die Alten bald, daß die Finſterniſſe, die den Knoten immer ſehr nahe ſeyn müſſen, nicht in dieſelbe Gegend des Himmels, ſondern immer weiter rückwärts, und nach $18\frac{1}{2}$ Jahren wider in dieſelbe Gegend fielen: woraus ſie mit Recht ſchloſſen, daß die Knoten des Monds in $18\frac{1}{2}$ Jahren einen ganzen Umlauf am Himmel gegen die Ordnung der Zeichen machen. Noch leichter kann

man sich hiervon auf folgende Art überzeugen. Die in der Ebne der Mondbahn befindlichen Sterne müssen natürlich von dem nahen Monde bedeckt werden, und dies müsten immer die nämlichen Sterne seyn, wenn jene Ebne unwandelbar wäre. Allein wenn z. B. in diesem Monate Regulus, ein Stern erster Größe im Löwen, der fast in der Ekliptik liegt, vom Monde bedeckt ward, also der Mond nahe beym Knoten war, so wird in jedem folgenden Monate der Mond immer weiter, und nach 4 bis 5 Jahren 5° nordlich über dem Stern weg gehn. Nun nähert er sich ihm bey jedem Vorübergange, nach 9 Jahren bedeckt er ihn wider, entfernt sich nun immer mehr südlich von ihm, und geht nach 14 Jahren 5° südlich unter ihm weg. Dann nähert er sich ihm mehr und mehr, und nach $18\frac{1}{2}$ Jahren bedeckt er ihn wider, und alles erfolgt in derselben Ordnung. Dies beweist nicht allein, daß die Knoten in $18\frac{1}{2}$ Jahren einen Umlauf machen, sondern auch daß die Neigung der Mondbahn ungefähr 5° beträgt.

Länge der Knoten und Neigung.

§. 174. Jede beobachtete Länge und Breite des Monds dient zur Bestimmung seiner Knotenlinie und Neigung, nach den Methoden des 124. §, die sich hier um so leichter anwenden lassen, da wir den Mond aus dem Mittelpunkt seiner Bahn beobachten. Auf diese Art hat man in neuern Zeiten beydes mit der grösten Genauigkeit bestimmt, und folgende Resultate gefunden. Die Knoten machen rückwärts einen ganzen Umlauf unter den Sternen in 6793 Tagen 10 St. 6 M. 30 S. und im Anfange dieses Jahrhunderts oder 1801 den 1 Januar N. St. um 0 Uhr Morgens Pariser Zeit war die Länge des ☊ $= 15^\circ 55' 26'',3$. Die mittlere Bewegung der Knoten ist also in 1 Tage $= 3' 10'',64$. Allein diese Bewegung ist in der That nicht gleichförmig, so daß der wahre Ort der Knoten von dem mittleren zuweilen um $1^\circ 37' 45''$ verschieden ist, wenn sich nämlich der Mond in den Oktanten befindet. In den Syzygien und Quadraturen ist der wahre Ort dem mittleren gleich.

Die Neigung der Mondbahn ist einer ähnlichen Aendrung unterworfen, die so wie die der Knoten Tycho's Entdeckung ist. Der mittlere Werth der Neigung ist $= 5^\circ 9'$; die wahre Neigung ist aber der mittlern nur dann gleich, wenn der Mond in den Oktanten ist; in den Syzygien aber ist sie um $8'47''$ kleiner, und in den Quadraturen größer, so daß die gröste Breite des Monds, wenn sie in den Neu- oder Vollmond fällt, nur bis $5^\circ 0' 13''$, im ersten und letzten Viertel aber bis zu $5^\circ 17' 47''$ steigt.

Lage der Apsiden und Ekzentrizität.

§. 175. So wie die Knotenlinie durch die Dauer der Finsternisse von den Alten bestimmt ward, so läst sich aus der größern oder geringern Zeit die zwischen ihnen verfließt, die Lage der Apsidenlinie herleiten. Zwischen zwey auf einander folgenden Finsternissen hat der Mond einen Umlauf in Absicht auf die Sonne gemacht; und da die Anomalien der Sonne ohne Vergleich geringer sind als die des Mondes, so kann man anfangs ihre Bewegung als gleichförmig ansehen. Wenigstens ist es gewiß, daß der Mond in desto längerer oder kürzerer Zeit die Sonne einholen, daß die Zeit zwischen zwey Finsternissen desto länger oder kürzer seyn wird, je langsamer oder schneller die Bewegung des Monds ist, d. h. je näher der Mond der Erdferne oder der Erdnähe ist. Auf diese Art fanden die Alten nicht allein die Lage der Apsiden, sondern auch den Unterschied selbst zwischen der schnellsten und langsamsten Bewegung, wodurch die Gleichung des Mittelpunkts oder die Ekzentrizität bestimmt ward. So entdeckte schon Ptolemäus die rechtgängige Bewegung der Apsiden, die mehr als zweymal so schnell ist als die rückgängige Bewegung der Knoten, indem er bemerkte, daß die Punkte, in welche die kürzeste oder längste Zeit zwischen zwey Finsternissen fiel, jedesmal weiter nach Osten gerückt waren.

Die Neuern die ihre Beobachtungen nicht bloß auf die Finsternisse einschränken, sondern den Mond täglich im Meri-

dian beobachten, konnten die weit genaueren Methoden die oben (§. 142.) erklärt sind, auf den Mond anwenden, ohne daß hier die weitläuftige Reduktion der geozentrischen Beobachtungen auf die heliozentrischen nöthig war. Die Resultate dieser besonders in den letzten Jahren mit der schärfsten Genauigkeit gemachten Beobachtungen sind folgende. Die Apsidenlinie des Monds macht einen Sideral-Umlauf in 3232 Tagen 13 St. 56 M. 16,8 S. Die Länge der Erdferne des Monds in der Pariser Mitternacht zwischen den 31 Dezember und 1 Januar 1801 N. St. war = 86° 6′ 5″,1. Mittlere Länge des Monds oder Epoche um eben die Zeit = 111° 36′ 42″,1. Elliptische Ekzentrizität = 0,0548553. Grösste Gleichung des Mittelpunkts = 6° 17′ 54″,5. Endlich hat man bemerkt, daß die mittlere Bewegung der Apsiden allmälig langsamer, so wie die Bewegung des Mondes selbst schneller wird (§. 171.).

Große Gleichungen des Monds.

§. 176. Als Ptolemäus anfing, den Mond nicht bloß, wie die ältern Astronomen, in den Finsternissen, sondern auch in den Qvadraturen zu beobachten, so bemerkte er, daß die gröste Gleichung des Monds von 5°, wie er sie durch die Beobachtung der Finsternisse gefunden hatte, nicht mehr hinlänglich war, sondern in den Qvadraturen bis 7° 40′ wuchs. Die Neuern haben endlich durch Theorie und Beobachtungen gefunden, daß diese neue, unter dem Namen Evektion bekannte Gleichung, nicht als eine Aendrung der elliptischen Gleichung des Mittelpunkts angesehen, sondern von ihr ganz getrennt werden müsse, daß ihr gröster Werth von 1° 18′ 2″,45 in die Syszygien und Qvadraturen falle, und zwar in den erstern von der Gleichung des Mittelpunkts 6° 17′ 54″,5 (§. 175.) subtrahirt, in den letztern aber dazu addirt werden müsse, daß endlich diese Gleichung in den Oktanten verschwinde, in den übrigen Lagen des Monds aber kleiner als 1° 18′ sey. Es folgt hieraus, daß die gröste Gleichung (90° von den Apsiden), wenn der Mond zugleich in den Syszygien ist, = 5°, in den

Evektion.

Quadraturen aber 7° 36′, und in den Oktanten 6° 18′ ist, wie Ptolemäus es gefunden hatte.

Außer dieser Korrektion oder Gleichung des Monds, die Ptolemäus durch die Beobachtungen der Quadraturen gefunden hatte, entdeckte Tycho noch eine andre, die gerade da wo die Evektion verschwindet, nämlich in den Oktanten, am grösten war, und sich auf 37′ 5″ beläuft: daher sie Ptolemäus der bloß die Syßygien und Quadraturen beobachtete, nicht hatte bemerken können. Diese Gleichung hängt gar nicht, wie die zwey ersten, von der Lage des Monds gegen die Apsiden ab, sondern bloß von seiner Lage gegen die Sonne, oder von seinem synodischen Umlauf. Man nennt sie die Variation. Variation.

Der nach diesen drey Gleichungen berechnete Ort des Monds kam mit den Beobachtungen vor Tycho's Zeit vollkommen überein. Allein dieser genaue Beobachter bemerkte zuerst einen neuen Unterschied, der besonders um die Zeit der Nachtgleichen merklich war. Diese neue Gleichung hing also gar nicht vom Laufe des Mondes sondern der Sonne ab, daher man sie die jährliche Gleichung nannte. Die Untersuchungen der Neuern haben gezeigt, daß sie dem Sinus der Anomalie der Sonne proportional ist, folglich das anomalistische Jahr zur Periode hat, und am Ende des Märtz und Septembers ihren grösten Werth von 11′ 16″ erhält. Jährliche Gleichung.

Diese vier Gleichungen, nämlich die elliptische Mittelpunkts-Gleichung, die Evektion, die Variation, und die jährliche Gleichung, heißen die vier großen Gleichungen des Monds.

§. 177. Diese vier großen Gleichungen sind die einzigen, die sich unmittelbar durch Beobachtung bestimmen ließen. Sie thaten den Beobachtungen bis auf wenige Minuten Genüge, und selbst Tycho konnte kleinere Unterschiede nicht bemerken. Zwar wurden in den neuesten Zeiten, Werkzeuge und Methoden der Beobachtungen zu solcher Vollkommenheit gebracht, Die kleineren Gleichungen.

daß auch die kleinsten Fehler bemerkt werden musten; allein es war leichter, sich vom Daseyn als von der Beschaffenheit der noch unbekannten kleinen Gleichungen zu überzeugen. Es ist ihrer, wie wir gleich sehen werden, eine so große Menge, und jede hat ein andres Argument von dem sie abhängt, folglich auch eine andre Periode, so daß sie sich auf so mancherley Art durchkreutzen, sich bald mit einander vermischen, bald einander entgegen wirken oder ganz aufheben. Es würde daher unmöglich gewesen seyn, sie selbst durch die feinsten Beobachtungen zu bestimmen, wenn man nicht durch theoretische Schlüsse wenigstens auf die Spur von der Form, dem Argument, und der Periode dieser Gleichungen gebracht wäre, wodurch allein es möglich war, eine von der andern zu trennen, und so die Größe jeder einzelnen Gleichung zu bestimmen, indem man den Mond dann beobachtete, wenn jede Gleichung ihren grösten Werth haben muste, und die übrigen unbedeutend waren. Der große Nutzen den man sich aus genauen Monds-Tafeln für die Schiffahrt versprach, erregte die Aufmerksamkeit der Regierungen, und spornte den Eifer der Geometer und Astronomen, um den schwersten Theil der Sternkunde zu bearbeiten, die Bestimmung der Ungleichheiten in der Bewegung des Mondes aus der von Newton gelehrten Theorie der Störungen oder der allgemeinen Gesetze der Schwere. Die großen Geometer des letzten Jahrhunderts leiteten aus der Newtonschen Theorie die Gleichungen des Monds her, und Mayer bestimmte sie genauer durch Beobachtungen, woraus die ersten richtigen Monds-Tafeln entstanden. Vor wenigen Jahren nahm der gröste Geometer unsers Zeitalters, der berühmte La Place, diesen wichtigen Gegenstand von neuem vor, entdeckte neue Gleichungen oder berichtigte die alten durch die Theorie: und so erhielten wir endlich die **Monds-Tafeln** von H. Bürg, die vielleicht den höchsten Grad der Genauigkeit haben, der sich hier erreichen läst. Diese Tafeln enthalten 24 kleine oder in allem 28 Glei-

chungen der Länge des Monds, 12 Gleichungen der Breite, und eben so viele der Entfernung. Sie sind ein Denkmahl unsrer Zeit für die Nachwelt, das die strengste Kritik höherer Kultur leichter aushalten wird, als die zerstörende Hand der Barbarey.

Monds-Parallaxe.

§. 178. Wie die Parallaxe eines Weltkörpers durch Beobachtungen bestimmt, und daraus seine Entfernung von der Erde gefunden werde, ist im 2. Kap. des 1. Abschn. ausführlich gezeigt. Es ist aber zugleich bemerkt, daß die Parallaxe nach der Polhöhe des Beobachtungs-Orts merklich verschieden ist (§. 54.), und wir haben gesehn, wie jede Parallaxe aus der Aequatorial-Parallaxe hergeleitet werde, und umgekehrt (§. 55.). Allein selbst die Aequatorial-Parallaxe des Monds leidet beträchtliche Aendrungen, nicht bloß wegen der Ekzentrizität der elliptischen Mondbahn, sondern auch wegen der übrigen größern und kleinern Gleichungen des Monds, indem man leicht begreift, daß der Ort des Monds, seine Länge und Breite, nicht verrückt werde, ohne daß zugleich seine Entfernung Aendrungen leide. Man muste daher hier eben so verfahren, wie in allen übrigen Theilen der Sternkunde, nämlich vor allen Dingen den **mittleren** Werth der Parallaxe suchen, der statt finden würde, wenn Ekzentrizität und alle andern Gleichungen verschwänden. Was das erstre betrifft, so ist es leicht, für jede Lage den elliptischen Radius Vektor zu finden (§. 145.). Da sich nun die Parallaxen verkehrt wie die Entfernungen verhalten (§. 35.), so findet man aus jeder beobachteten Parallaxe, durch eine einfache Proportion, diejenige die er gehabt haben würde, wenn seine Entfernung der mittleren d. i. der halben großen Axe der Ellipse (§. 141.) gleich gewesen wäre, so wie auch, wenn er unter dem Aequator beobachtet wäre. Man erhält also aus jeder Beobachtung die Aequatorial-Parallaxe in der mittleren elliptischen Entfernung. Da man nun schon die Natur der Monds-Gleichungen kennt, so darf man nur die Parallaxe in einer solchen Stelle der

Mondbahn beobachten, wo wenigstens die großen Gleichungen verschwinden. Auf diese Art hat man gefunden, daß die mittlere Aequatorial-Parallaxe des Monds = 57′ 34″,2 sey und bis 53′ 46″,2 und 61′ 22″,4 ab und zunehme. Hieraus ergibt sich zugleich die Entfernung des Monds von der Erde, wenn man nämlich den Erd-Halbmesser durch den Sinus der Parallaxe dividirt (§. 35.). Die kleinste, mittlere, und gröste Entfernung des Monds von der Erde ist demnach 56; 60; und 64 Erdhalbmesser, oder in geographischen Meilen (§. 53.) 48174; 51357; 54986.

Die beträchtlichsten Aendrungen oder Gleichungen der Parallaxe sind folgende. In den Syzygien ist der Mond der Erde so viel näher, als er nach seiner elliptischen Bahn seyn sollte, daß die Parallaxe um 26″ zunimt; in den Quadraturen ist er um eben so viel entfernter; in den Oktanten verschwindet diese Gleichung. Eine andre Gleichung der Parallaxe, die sich auf 37″,3 beläuft, nähert den Mond der Erde, wenn er in den Syzygien und der Erdnähe, oder in den Quadraturen und der Erdferne zugleich ist: sie entfernt ihn von der Erde, wenn er in den Syzygien und der Erdferne, oder in den Quadraturen und der Erdnähe ist. Wenn der Mond in den Syzygien oder den Quadraturen, und zugleich 90° von den Apsiden ist, so verschwindet diese Gleichung.

Stündliche Bewegung des Monds.

§. 179. Wenn die Länge des Monds größer oder kleiner ist als die elliptische Länge, die von der Attraktion der Erde herrührt, so muß es irgend eine äußere Kraft geben, die den Mond in seiner Bahn fort schiebt oder zurück hält, ihn folglich zwingt geschwinder oder langsamer zu gehn, mithin seine Geschwindigkeit, seine tägliche, stündliche, ꝛc. Bewegung vermehrt oder verringert: woraus also ähnliche Gleichungen für die stündliche Bewegung entstehen müssen, als wir oben für die Länge des Monds gefunden haben. Man stelle sich irgend eine dieser Gleichungen z. B. die Variation vor, deren Periode der halbe synodische Monat ist (§. 176.), und man

nehme an, der Mond werde durch jene fremde Kraft fort gestoßen, oder eine Geschwindigkeit immer fort vermehrt, vom letzten Viertel bis zur ☌ mit der Sonne, vom letzten Oktanten aber bis zur ☌ nehme diese Wirkung allmälig wider ab, und gehe nun in eine Verzögrung über, die bis zum ersten Oktanten zunimt, von da bis zum ersten Viertel aber wider abnimt, und nun abermals zur Beschleunigung wird, die bis zum zweyten Oktanten wächst und dann wider bis zur ☍ abnimt, wo sie in Verzögrung übergeht: so folgt hieraus, daß die Geschwindigkeit des Monds in den Syzygien ihren grösten, in den Quadraturen ihren kleinsten, und in den Oktanten ihren mittleren Werth hat. So lange die wahre Geschwindigkeit größer als die mittlere ist, nimt die wahre Länge mehr zu als die mittlere; so bald aber die Geschwindigkeit kleiner als die mittlere ist, so nimt die Länge weniger zu. Die Länge hat also am meisten zugenommen, oder die Gleichung der Länge ist am grösten, wenn die Acceleration aufhört und in Retardation übergeht, d. i. wenn die Gleichung der stündlichen Bewegung $= 0$ ist. Nun nimt die Gleichung der Länge wider ab, und zwar so lange, als die Bewegung des Mondes noch verzögert wird: sie wird also wider ihren grösten Werth erhalten, der aber jetzt subtrahirt werden muß, wenn die Retardation aufhört und zur Acceleration wird, d. h. wenn die Gleichung der stündlichen Bewegung $= 0$ ist. Man sieht hieraus, daß die Gleichungen der Länge und der stündlichen Bewegung zwar gleiche Argumente und Perioden haben, daß aber der gröste Werth einer jeden in die Zeiten fallen muß, da die andre verschwindet.

Die beyden grösten Gleichungen der stündlichen Bewegung hängen mit der Evektion und Variation zusammen, und jede beläuft sich auf $42''$. Durch diese und die übrigen kleineren Gleichungen, verbunden mit der elliptischen Gleichung des Mittelpunkts, kann die stündliche Bewegung des Monds, deren mittlerer Werth $= 32,56'',46$ ist (§. 170.), sich von $28'$ bis $38'$ ändern.

Viertes Kapitel.

Die übrigen Trabanten.

Erscheinung der Trabanten.

§. 180. Es würde ein unverzeyhlicher wiewol nicht ungewöhnlicher Eigendünkel seyn, wenn wir uns einbildeten, daß unsre Erde allein vor allen Planeten den Vorzug hätte, von einem Trabanten begleitet zu werden, der ihre dunkeln Nächte erheitert. Wenn wir bedenken, daß uns schon drey Planeten bekannt sind, die die Erde an Größe bey weitem übertreffen, deren größere Masse ihnen mehr Ansprüche gibt, ein Trabanten-System zu regieren, und deren größere Entfernung von der Sonne es ihnen mehr zum Bedürfniß macht, durch Mond-Licht für den Verlust des Sonnen-Lichts schadlos gehalten zu werden: so muß uns unser Mond allein das Daseyn mehrerer Monde im Sonnen-System höchst wahrscheinlich machen. In der That hatte man kaum entdeckt, daß noch andre Planeten diesen Vorzug mit uns gemein haben, als man allerwärts Monde zu sehen glaubte.

Wir haben bisher die Mondbahn bloß aus dem Mittelpunkt betrachtet: wir wollen uns jetzt weit außer dieser Bahn, z. B. in die Sonne versetzen, um sie von außen zu übersehen, und dadurch im voraus zu bestimmen, wie uns die Trabanten andrer Planeten erscheinen müssen. Einem Beobachter in der Sonne erscheint unsre Erde unter einem Winkel von 17″ (der doppelten Sonnen-Parallaxe), der Mond unter einem Winkel von 5″. Beyde Körperchen laufen von der rechten zur linken Seite in einem Jahr um die Sonne herum, und zwar der größre von beyden fast gleichförmig, täglich durch einen Winkel von beynahe 1°, der kleinere aber weit unregelmäßiger. Bald läuft er vor dem größern her, bald folgt er ihm, entfernt sich aber rechts oder links nie weiter von ihm als 60 Erdhalbmesser d. i. 8′ bis 9′. Bald geht er über bald unter ihm, zuweilen vor ihm, zuweilen hinter ihm

vorüber: in beyden Fällen ist er dem Auge in der Sonne unsichtbar, im erstern, weil sein Licht sich mit dem der Erde vermischt, und ein heller Punkt in einem andern gleich hellen nicht gesehn werden kann, im andern, weil die Erde ihn bedeckt. Denkt man sich aber nun den Beobachter in eben der Entfernung seitwärts gestellt, so sieht er nicht allein beym vordern Durchgange des Monds, wie ein dunkler Fleck (der Schatten des Monds) über der erleuchteten Erde weg streicht, sondern auch beym hintern Durchgange, wie der helle Mond in den dunkeln Erdschatten trit und von ihm verfinstert wird, oder wenn der Beobachter an der andern Seite steht, wie der Mond aus dem Schatten wider aus trit.

Bemerkt man nun an andern Weltkörpern alle diese Phänomene, oder doch die vorzüglichsten, wenn die große Entfernung alle zu sehen nicht erlaubt, so ist man berechtigt zu schließen, daß die kleineren Körper Trabanten des größeren sind, dem sie unzertrennlich folgen: und so gelangte man zur Entdeckung der Trabanten.

Entdeckung der Trabanten.

§. 181. Einem Bewohner des Jupiters, der fünfmal entfernter von uns ist als die Sonne, würde die Erde und der Mond unter Winkeln von 3″ und 1″, die ganze Mondbahn unter 2′ erscheinen: unser ganzes System, alle Herrlichkeiten unsrer Erde nebst unserm Monde, sind daher einem unbewafneten Auge im Jupiter unsichtbar, der doch die schönste Zierde unsrer Nächte ist. Es ist daher nicht zu verwundern, daß auch uns die Trabanten Jupiters, die das schärfste Auge ohne Hülfe der Vergrößerungs-Gläser nicht bemerken kann, bis zur Erfindung solcher Gläser unbekannt geblieben sind. So bald aber die Fernröhre erfunden waren (etwa ein Jahr nachher) war die Entdeckung der Jupiters-Trabanten eine der ersten Früchte, die die Sternkunde aus dieser wichtigen Erfindung erndtete. Am 8 Januar 1610 richtete Galilei ein 33 mal vergrößerndes Fernrohr von der damaligen unvollkommenen Art, das er sich eben verschafft hatte, auf den

Jupiter, und erblickte ganz nahe neben ihm drey sehr kleine Sterne die er für Fixsterne hielt. Am folgenden Abend bemerkte er aber, daß sie ihre Lage beträchtlich geändert hatten, und entdeckte nun noch einen vierten ähnlichen Stern. Nach zwey Monaten ununterbrochener Beobachtung überzeugte er sich endlich, daß diese vier kleinen Körper Trabanten des Jupiters wären, die um diesen Planeten herum laufen, und ihn auf seiner Bahn um die Sonne begleiten, wie der Mond die Erde (*). Der Name der Medizeischen Sterne, den ihnen Galilei gab, ist längst vergessen: man nennt sie Jupiters-Trabanten, und zwar den innern der dem Jupiter am nächsten, oder dessen Bahn die kleinste ist, den ersten, die übrigen nach ihrer Entfernung vom Haupt-Planeten, den zweyten, dritten, vierten. Diese Art, die Trabanten von einander zu unterscheiden, ist auch bey den übrigen befolgt worden.

Nach einem halben Jahrhundert waren die Fernröhre schon zu solcher Vollkommenheit gebracht, daß Huyghens, der seit einiger Zeit den Saturn mit großer Sorgfalt beobachtete, am 25 Märtz 1655, neben ihm einen äußerst kleinen Stern entdeckte, den er bald für einen Trabanten Saturns erkannte, und der, wie es sich in der Folge zeigte, der vierte nach der eben erklärten Ordnung war, welcher unter allen in der That der hellste ist. Nachdem die Fernröhre einen neuen Grad von Vollkommenheit erhalten hatten, entdeckte Cassini am Ende des Oktobers 1671 und den 23 Dezember 1672 zwey neue Trabanten, den fünften und dritten, endlich im Märtz 1684 noch zwey, den zweyten und ersten: denn man begreift leicht, daß die Trabanten nur in einer ge-

---

(*) Vielleicht waren sie schon einige Tage vorher von Simon Marius (Mayer), Astronomen des Kurfürsten von Brandenburg, entdeckt.

wissen Entfernung von dem stärkeren Lichte des Haupt-Planeten sichtbar werden, daß folglich die äußern leichter zu entdecken wären als die innern. Die Saturns-Trabanten, mit Ausnahme des IV, sind so klein, und haben ein so schwaches Licht, daß sie nur durch sehr vollkommene Fernröhre sichtbar werden. Ein Jahrhundert verging, ehr die Teleskope durch H. Herschels Fleiß eine ganz neue Vollkommenheit erhielten, die auch bald neue wichtige Entdeckungen veranlaste. Im September und Oktober des Jahrs 1789 entdeckte H. Herschel zwey neue Trabanten des Saturns, deren Bahnen innerhalb der fünf bisher bekannten, aber doch noch jenseits des Ringes liegen. Sie waren also eigentlich der I und II, und die ältern der III bis VII.

Schon im Anfange des Jahrs 1787 hatte H. Herschel zwey Trabanten seines neuen Planeten Uranus entdeckt, die in der Folge, nach obiger Regel, den Namen des zweyten und vierten erhielten: denn bald nachher entdeckte derselbe unermüdete Beobachter noch vier Trabanten des Uranus, wovon zwey außerhalb der beyden ältern, einer zwischen ihnen, und einer innerhalb derselben um den Haupt-Planeten laufen.

Die Zahl aller bis jetzt bekannten Trabanten unsers Planeten-Systems beläuft sich also auf achtzehn, nämlich 1 um unsre Erde, 4 um den Jupiter, 7 um den Saturn, und 6 um den Uranus. Es ist schwerlich zu erwarten, daß diese Zahl sich je vermehren werde: denn die Uranus-Trabanten gehören schon zu den unmerklichsten Punkten am Himmel, die man nur durch die allervollkommensten Teleskope erkennen kann; und der Trabant der Venus, den schon Cassini gesehn haben wollte, war aller Wahrscheinlichkeit nach ein optischer Betrug. Bey der Sorgfalt womit ihn die Astronomen gesucht haben, würde er sich sonst sicher gezeigt haben, besonders in der Sonnenscheibe bey den untern Konjunktionen und Durchgängen der Venus.

Beobachtung der periodischen Umläufe der Trabanten,

§. 182. Da der Haupt-Planet im Mittelpunkt der Bahnen seiner Trabanten ist, so ist das Problem dessen Auflösung hier gesucht wird, aus geozentrischen Beobachtungen eines Trabanten, nicht seine heliozentrische Lage herzuleiten, sondern den Ort in dem er aus dem Planeten z. B. dem Jupiter erscheint, seinen Jovizentrischen Ort. Der IV Jupiters-Trabant gebraucht nur etwas mehr als einen halben Monat zu einem Umlauf, die übrigen nur wenige Tage. Ihre Bewegung um den Haupt-Planeten ist daher so schnell, daß man sie oft in einer Nacht an beyden Seiten desselben sieht. Hiedurch war es möglich, ihre Beobachtungen dergestalt zu vervielfältigen, daß man in kurzer Zeit die Elemente ihrer Bahnen bestimmen konnte. Gewöhnlich beobachtet man die Trabanten, wenn sie hinter die Scheibe des Jupiters und wieder hervor treten, oder wenn sie durch die vordre Scheibe desselben durch gehn, oder endlich wenn sie in seinen Schatten ein- und wieder austreten. Das letztre wird am besten beobachtet, wenn Jupiter in Qvadratur mit der Sonne ist, das erstre, wenn er in Opposition ist. Es sey (47. Fig.) S die Sonne, T die Erde, und der kleine Kreis um I die Scheibe Jupiters, der also in ♌ ist, a c b f d e die Bahn eines seiner Trabanten. Nachdem ein Beobachter in T den Trabanten in dem Theil e seiner Bahn an der rechten Seite ♃, in seiner grösten westlichen Digression von ihm gesehn hat, nähert er sich demselben, und trit in a hinter den rechten oder westlichen Rand der Scheibe ♃. Einige Stunden nachher sieht man ihn hinter dem linken oder östlichen Rande b wieder hervor treten, und sich bis f von ihm entfernen, wo er in seiner grösten östlichen Digression ist. Nun nähert er sich dem ♃, trit in g in seine Scheibe und in h wieder aus, während welcher Zeit er unsichtbar ist, weil sich sein Licht mit dem des ♃ vermischt. In der Mitte der Zeit zwischen dem Ein- und Austrit vor oder hinter der Scheibe, war der Trabant in d oder c in der geraden Linie T I, er hatte dieselbe geozentrische Länge als ♃,

47. Fig.

die aus dessen Theorie oder der Beobachtung bekannt ist: in c ist diese Länge mit der Jovizentrischen des Trabanten einerley, in d ist sie um 180° davon verschieden. Man erhält also unmittelbar während eines Umlaufs zwey Jovizentrische Längen des Trabanten, wodurch seine Bewegung um den ♃, oder sein periodischer Umlauf bekannt wird. Dieser eine Umlauf ist freylich mit allen Ungleichheiten der elliptischen Bewegung des Trabanten vermischt, und man würde daher einen Feler begehn, wenn man daraus die mittlere Bewegung desselben herleiten wollte. Sie gibt aber wenigstens die Länge eines Umlaufs genau genug, um nun immer mehr und mehr entfernte Beobachtungen zu vergleichen, da sich dann die Ungleichheiten aufheben, wie es oben beym Monde erklärt ist. Aus dieser großen Menge von Umläufen erhält man die mittlere Länge eines einzelnen periodischen Umlaufs sehr genau.

Diese Beobachtungen lassen sich auch mit einer geringen Aendrung bey den Saturns-Trabanten anwenden. Ihr schwächeres Licht macht, daß sie schon verschwinden, ehr sie bey a oder g den ♄ berühren, und lange nach ihrem Austreten bey b und h erst wider sichtbar werden. Man beobachtet sie also, wenn sie in der Gegend von e und f gleiche Entfernung vom ♄ haben, da dann das Mittel gleichfals die Zeit gibt, wo sie mit dem ♄ gleiche Länge hatten.

und der synodischen.

§. 183. Am Ende eines periodischen Umlaufs erscheint der Trabant aus dem ♃ gesehen, wider in derselben Richtung, aber die Sonne scheint um so viel nach Osten gerückt, als die mittlere Bewegung der Sonne um den ♃, oder dieses um jene, in der Zeit beträgt; und diesen Winkel muß der Trabant noch durchlaufen, ehr ein synodischer Umlauf geendigt ist: welches alles beym Monde ausführlich erklärt ist. Der synodische Umlauf ist daher um so viel länger als der periodische, als der Trabant Zeit gebraucht, einen Winkel zu durchlaufen, welcher der mittleren Bewegung des Haupt-Planeten um die Sonne während eines Umlaufs des Trabanten gleich

ist. Hiedurch erhält man also den synodischen Monat, so bald man den periodischen kennt, und umgekehrt. Beym ♀ aber gewähren die Finsternisse seiner Trabanten ein Mittel, den
48. Fig. synodischen Umlauf unmittelbar zu bestimmen. Wenn (48. Fig.) a b c d die Scheibe des ♀ vorstellt, die Sonne in S, die Erde in T vor der ☌ mit dem ♀, da sie in F seyn wird, sich befinden, so wirft ♀, wie jeder dunkle Körper, nach der der Sonne entgegen gesetzten Seite C hin einen Schatten b a C, der natürlich in der Ebne der Jupiters-Bahn liegt. Da nun die Bahnen der Jupiters-Trabanten alle beynahe in derselben Ebne liegen, die mit der Jupiters-Bahn einen sehr kleinen Winkel von ungefähr 3° macht, so gehn die 3 untern Trabanten bey jedem Umlauf A B, D E, G H, durch den Schatten ♀, e f, der IV g h doch mehrentheils. Diese Finsternisse der Trabanten ereignen sich fast täglich; man begreift aber leicht, daß sie desto besser zu beobachten sind, je weiter die Erde seitwärts steht, am besten also in den Qvadraturen T, wo ♀ um 90° = S T I von der Sonne entfernt ist, weil da der Eintrit in den Schatten T e am weitsten vom ♀ entfernt ist: so bald die Erde in R oder r sich der ☌ oder ☍ nähert, fällt die Gesichtslinie nach dem Trabanten wenn er in den Schatten trit, R e oder r e, dem ♀ näher, und der Trabant ist wegen des starken Lichts vom nahen ♀ nicht so leicht zu erkennen; in der ☌ selbst F sind die Finsternisse ganz unsichtbar, weil der Schatten vom ♀ bedeckt wird. Man sieht ferner, daß vor der ☌ wenn die Erde in T steht, die Trabanten an der rechten oder westlichen Seite des ♀ verfinstert werden, nach der ☌ aber, wenn die Erde in t ist, an der östlichen Seite. Der III und IV Trabant sind so weit vom ♀ entfernt, daß man in den Qvadraturen T beydes, ihren Eintrit in den Schatten T g (Immersion) und ihren Austrit T h (Emersion) beobachten kann. Beym II ist dies ein seltener Fall, beym I geschieht es nie: bey ihm sieht man vor der ☌ in T bloß den Eintrit T e, der Aus-

trit f wird vom ♀ bedeckt, weil die Geſichtslinie Tf in d die Jupiters-Scheibe trifft; nach der ☌ in t iſt es umgekehrt, man ſieht bloß den Austrit tf, der Eintrit te aber wird vom ♀ in c bedeckt.

Wenn nun Ein- und Austrit, g, h, beobachtet iſt, ſo giebt das Mittel den Augenblick, da der Trabant in β mit dem Jupiter I, aus der Sonne S geſehen, in der obern ☌ war. Berechnet man alſo für dieſe Zeit die heliozentriſche Länge Jupiters SI, ſo hat man zugleich die Jovizentriſche des Trabanten Iβ. Von einer Finſterniß bis zur nächſten iſt genau ein ſynodiſcher Umlauf verfloſſen, weil der Trabant im Mittel jeder Finſterniß in obrer heliozentriſcher Konjunktion β iſt. Die Zeit zwiſchen zwey ſolchen Mitteln, dividirt durch die Anzahl der inzwiſchen verfloſſenen ganzen Umläufe, gibt alſo unmittelbar die Dauer eines ſynodiſchen Umlaufs. Berechnet man für jedes Mittel die heliozentriſche Länge des ♀, die mit der ſeines Trabanten einerley iſt, ſo hat man außer der Anzahl ganzer periodiſcher Umläufe noch einen Bogen, um den ♀ ſo wol als der Trabant in dieſer Zeit nach der Länge fort gerückt iſt, woraus man durch die Regel de Tri auch die Zeit eines periodiſchen Umlaufs findet.

Bey den zwey untern Trabanten beobachtet man kurz vor der ☌ Jupiters die Immerſionen e ſo lange als es angeht, und nach der ☌ die Emerſionen f ſo bald als möglich. Aus zwey auf einander folgenden Immerſionen kennt man die Dauer eines ſynodiſchen Umlaufs ſchon ſehr nahe. Wenn nun, zufolge dieſer bekannten Zeit, zwiſchen der lezten Immerſion e und der erſten Emerſion f, 20 ganze ſynodiſche Umläufe verfloſſen ſind, und man von der ganzen Zeit zwiſchen e und f die Zeit von 20 ſynodiſchen Umläufen ſubtrahirt, nach welcher alſo der Trabant zum 21ſten Mal in e geweſen war, ſo bleibt die Zeit über, da er einmal durch ef gegangen iſt, d. i. die Dauer einer Finſterniß: ihre Hälfte von der Zeit des Austrits f abgezogen, gibt das Mittel der Finſterniß.

Knoten und Neigung.

§. 184. Um sich eine richtige Vorstellung von der Bewegung der Trabanten zu machen, muß man sie aus dem Jupiter oder Saturn, als dem Mittelpunkt ihrer Bahnen betrachten. Die Ebne der Jupiters-Bahn um die Sonne wird also hier die Stelle der Ekliptik einnehmen, und die Ebnen der Trabanten-Bahnen werden durch ihre Neigung gegen die Jupiters-Bahn, und die Lage der Durchschnitspunkte beyder Ebnen oder der Knoten bestimmt. Man begreift leicht, daß hiezu die Finsterniße das beste Mittel an die Hand geben. Der Mittelpunkt des Schattens ♃ liegt natürlich in der geraden Linie zwischen der Sonne und dem Planeten, also in der Ebne der Jupiters-Bahn. Jeder Durchschnitt dieses Schattens ist ein Kreis, weil ♃ eine Kugel ist, und diese Durchschnitte werden desto kleiner, je entfernter sie vom ♃ sind, weil die Sonne größer als der Planet ist; für jeden Trabanten aber sind sie immer von gleicher Größe, weil ihre Bahnen beynahe Kreise sind. Wenn nun (49. Fig.) a d e b der Durchschnitt des Schattens in der Entfernung des I Trabanten ist, so wird dieser Trabant durch den Mittelpunkt c gehn oder den Durchmesser a c b durchlaufen, wenn er in der Ebne der Jupiters-Bahn selbst, d. h. in einem seiner Knoten sich befindet. In allen andern Fällen wird er eine Sehne d f e beschreiben, die desto kleiner ist, je größer ihre Entfernung c f vom Mittelpunkt c oder von der Jupiters-Bahn ist, d. h. je größer die Breite des Trabanten ist: und seine Breite wird desto größer seyn, je weiter er von den Knoten entfernt ist. Im vorigen §. haben wir gesehen, wie man aus den Ein- und Austritten die Dauer der Finsterniße findet: durch eine ununterbrochene Beobachtung der Finsterniße eines Trabanten wird man also bald bemerken, in welche Zeit und Gegend die gröste Dauer einer Finsternis a c b fällt; und dies gibt den Durchgang des Trabanten durch den Knoten, und deßen Lage. Genauer erhält man diese Lage, wenn man vor und nach dem Durchgange durch den ☊, da der Trabant eine

49. Fig.

südliche und nordliche Breite ci, cf, hatte, zwey Finsternisse vergleicht, die genau von gleicher Dauer gh, de, waren. Das Mittel zwischen beyden gibt die Lage des ☊, und die Zeit da der Trabant durch den ☊ ging. Beobachtet man nun auch um die Zeit, da der Trabant 90° vom Knoten war, also die grösste Breite cf hatte, die kürzeste Dauer der Finsternisse de, so gibt die Vergleichung dieser Dauer mit der grösten Dauer ab, das Verhältniß der Sehne de zum Durchmesser ab, oder der halben Sehne df zum Halbmesser cd, woraus man im rechtwinklichten Dreyeck cfd auch die grösste Breite cf findet, welche der Neigung der Trabanten-Bahn gleich ist. Alle diese Linien werden durch das Verhältniß der Zeiten in Graden, Minuten und Sekunden ausgedrückt. Wenn z. B. T die Dauer eines synodischen Umlaufs, t die längste Dauer einer Finsterniß ab, τ die kürzeste de ist, so hat man T: t = 360°: ab in Graden, ferner t: τ = ab: de in Graden, und dann im Dreyeck cfd, aus cd = ½ ab und df = ½ de, auch die Neigung cf in Graden.

Bey den Trabanten des ♄ und ♃, deren Finsternisse sich nicht beobachten lassen, hat man eine andre Methode anwenden müssen, die auf folgenden Gründen beruht. Es sey (50. Fig.) ADBE die Bahn eines Trabanten um den Saturn C, die man hier als kreisförmig annehmen muß, weil man wegen der großen Entfernung die kleinen elliptischen Ungleichheiten der Bahnen noch nicht hat bemerken können. Einem senkrecht über der Ebne der Trabanten-Bahn erhobenen Auge wird also diese Bahn wie ein Kreis erscheinen; in jeder andern Lage aber wird dieser Kreis schief angesehen, in der Gestalt einer Ellipse ADBE (51. Fig.) erscheinen, die desto länglichter wird, je mehr das Auge sich von jener senkrechten Lage entfernt oder der Ebne der Trabanten-Bahn nähert. Befindet sich aber das Auge in dieser Ebne selbst, so kann es gar nichts von der Oefnung der Bahn sehn, und sie erscheint wie eine gerade Linie AB (52. Fig.) Zu der Zeit also, da

50. Fig.

51. Fig.

52. Fig.

der Trabant eine gerade Linie zu beschreiben scheint, befindet sich die Erde in einem Durchschnitspunkt der Trabanten-Bahn mit der Ekliptik; und der Ort den ♄ alsdenn einnimt, gibt die geozentrische Lage dieses Durchschnitspunkts, woraus sich nach den oben erklärten Methoden auch die heliozentrische Lage herleiten läst. Da nun die Lage der Ekliptik gegen die Saturns-Bahn auch bekannt ist, so berechnet man hieraus trigonometrisch die Lage der Knoten der Trabanten-Bahn mit der Saturns-Bahn. Nach ½ Jahr hat sich die Erde 90° von diesem Knoten am weitsten von der Ebne der Trabanten-Bahn entfernt, diese Bahn erscheint also wie eine Ellipse die ihre weiteste Oefnung hat (51. Fig.). Wäre die Erde 90° oder senkrecht über der Bahn, so würde sie wie ein Kreis erscheinen, oder beyde Durchmesser AB, DE, würden von gleicher Größe seyn; je weniger sich aber die Erde über der Bahn erhebt, desto kleiner wird DE gegen AB seyn. Aus dem Verhältniß der großen und kleinen Axe der Ellipse, AB und DE, läst sich also berechnen, um wie viel Grade ꝛc. die Erde sich von der Ebne der Trabanten-Bahn entfernt hat, d. i. die Neigung der Trabanten-Bahn gegen die Ekliptik, woraus ihre Neigung gegen die Saturns-Bahn trigonometrisch berechnet wird.

Halbmesser ihrer Bahnen.

§. 185. Die Entfernungen der Trabanten von ihrem Haupt-Planeten, oder die Halbmesser ihrer Bahnen, werden durch Mikrometer-Messungen ihrer grösten Digressionen von ihm unmittelbar bestimmt. Eine solche Messung gibt den Winkel, unter dem der Halbmesser auf der Erde erscheint; da nun auch die Entfernung des Planeten von der Erde bekannt ist, so gibt dieser Winkel, durch trigonometrische Rechnung den wahren Halbmesser der Bahn. Hat man zugleich den Durchmesser des Planeten mit dem Mikrometer gemessen, so erhält man unmittelbar das Verhältniß des Halbmessers der Trabanten-Bahn zum Halbmesser des Haupt-Planeten: und so werden sie gewöhnlich angegeben. Nachdem man sich über-

zeugt hatte, daß die Keplerſchen Geſetze allgemeine Natur-Geſetze ſind, ſo konnte man aus der gemeſſenen Entfernung eines einzigen Trabanten und den Umlaufs-Zeiten, auch die Entfernung der übrigen nach dem dritten Keplerſchen Geſetz berechnen.

Scheinbare Ungleichheiten der Trabanten.

§. 186. Wir haben geſehen, wie man aus den Beobachtungen die Länge jedes einzelnen periodiſchen und ſynodiſchen Umlaufs der Trabanten findet (§. 182. 183.), und aus einer Menge ſehr entfernter Umläufe die mittlere Dauer eines jeden geſchloſſen. Von dem periodiſchen Umlauf hängt die Länge des Trabanten, vom ſynodiſchen die Zeit ſeiner Finſterniſſe ab. In einem ſynodiſchen Monat muß der Trabant, außer einem ganzen Umlauf um den Planeten, noch den Winkel durchlaufen, den dieſer in der Zeit um die Sonne beſchrieben hat, und dieſer iſt, wegen der elliptiſchen Bewegung des Planeten, bald größer bald kleiner. Wenn alſo gleich die Bewegung des Trabanten vollkommen gleichförmig angenommen wird, ſo muß doch die Berechnung ſeiner Finſterniſſe vermittelſt aller Ungleichheiten der Bewegung des Haupt-Planeten korrigirt werden.

Eine andre Urſache die auf die Finſterniſſe der Trabanten einen großen Einfluß hat, iſt die oben (§. 84.) ausführlich erklärte Geſchwindigkeit des Lichts. Sie verurſacht, daß die Finſterniſſe in der ♂ Jupiters 16 Min. 27 Sek. ſpäter auf der Erde geſehen werden als in der ☌: und dies nennt man die große Gleichung des Lichts. Sie hängt, wie wir dort geſehen haben, von der Entfernung Jupiters von der Erde ab, die im ganzen um den Durchmeſſer der Erdbahn in der ♂ größer iſt als in der ☌, welchen Durchmeſſer das Licht in 16 Min. 27 Sek. durchläuft. Allein dieſer Durchmeſſer iſt nicht immer von gleicher Größe: der Halbmeſſer der elliptiſchen Erdbahn kann um die Ekzentrizität, die $= 0{,}0168$ iſt, größer oder kleiner ſeyn als der mittlere; der ganze Unterſchied beträgt alſo die doppelte Ekzentrizität 0,0336. Da nun der

Halbmesser der Erdbahn bey allen diesen Verhältnissen = 1 oder der Durchmesser = 2 gesetzt ist, so wird hieraus eine Korrektion der Licht-Gleichung entstehn, die man durch die Proportion findet: 2 zu 0,0336 wie 16 M. 27 S. zu 16½ Sek. Ueberdem macht die elliptische Figur der Jupiters-Bahn, daß er von uns um so viel als seine Ekzentrizität beträgt, mehr oder weniger entfernt seyn kann, als er nach seiner mittleren Entfernung seyn würde. Der ganze Unterschied beträgt also auch hier die doppelte Ekzentrizität ♃, die in Theilen des Halbmessers der Jupiters-Bahn 0,0963568 beträgt, folglich da dieser Halbmesser = 5,20279 ist (§. 147.), in Halbmessern der Erdbahn 0,501324. Man findet also diese Korrektion durch die Proportion: 2 zu 0,501324 wie 16 M. 27 S. zu 4 M. 7,4 S. Diese Korrektionen der großen Licht-Gleichung nennt man die kleinen Gleichungen des Lichts.

Wahre Ungleichheiten.

§. 187. Diese Ungleichheiten der Trabanten sind bloß scheinbar, weil sie von der Geschwindigkeit des Lichts, und von den Ungleichheiten der Bewegung des Haupt-Planeten abhängen. Nachdem man aber vermittelst dieser großen Gleichungen Tafeln berechnet, und dieselben mit den Beobachtungen verglichen hatte, so fand man noch oft Abweichungen von der Rechnung. Dies bewies wahre Ungleichheiten in der Bewegung der Trabanten selbst, die man auch ohnedem erwarten konnte, da ihre Bahnen wahrscheinlich, gleich denen der Planeten und unsers Mondes, elliptisch sind. Diese elliptische Gleichung des Mittelpunkts hat man durch die Beobachtungen bisher nur beym IV bestimmen können, und sie = 54'11" gefunden. Da nämlich seine Entfernung vom ♃ die gröste ist, so lassen sich hier auch leichter die Unterschiede bemerken, die in seinen grösten Digressionen vom ♃, oder den Halbmessern seiner Bahn statt finden. Je größer diese Entfernung ist, desto näher ist der Trabant seiner obern Apside, und desto langsamer ist seine Bewegung: wodurch sich nicht allein die Lage seiner Apsiden, sondern auch die Ekzentrizität bestimmen läst.

Außer dieſer elliptiſchen Gleichung hat man durch fleißige Vergleichung der Finſterniſſe mit der Rechnung, noch ſehr beträchtliche Ungleichheiten, beſonders der drey untern Trabanten entdeckt, die von ihrer gegenſeitigen Wirkung auf einander herrühren, und daher von ihrer Stellung gegen einander abhängen. Die wichtigſten darunter haben die Periode von 437$\frac{2}{3}$ Tagen, in welcher alle Trabanten wider zu derſelben Stellung zurück kommen; und betragen beym I 6$\frac{1}{2}$ Minuten, beym II 30$\frac{1}{2}$ Min. und beym III 4$\frac{1}{4}$ Min. in Zeit, um welche die Finſterniſſe früher oder ſpäter eintreten. Beym III hat man noch zwey andre wichtige Gleichungen bemerkt von 8 Min. und 4$\frac{1}{4}$ Min.: erſtre hat die Periode von 12$\frac{1}{2}$, letztre von 14 Jahren. Außerdem gibt es noch einige kleinere Gleichungen, die ebenfalls von der Stellung der Trabanten gegen einander abhängen. Beym IV Trabanten ſind alle dieſe Perturbationen weit geringer.

§. 188. Durch dieſe Methoden hat man folgende Elemente gefunden. Elemente der Trabanten-Bahnen

Jupiters-Trabanten.

	Halbmeſſer der Bahn in Halbmeſſern ☊	Sideriſcher Umlauf Tag. St. M. S.	Synodiſcher Umlauf Tag. St. M. S.	Länge des ☊ 1760	Neigung gegen die Bahn ☊
I	5,8129 64	1.18.27.33,5.	1.18.28.35,9.	10^{s}. 14°.30′.	3°. 5′.30″.
II	9,2486 79	3.13.13.42,0.	3.13.17.53,7.	10. 13. 45.	3. 4.25.
III	14,7524 01	7. 3.42.33,4.	7 3.59.35,8.	10. 14. 24.	3. 0.30.
IV	25,9468 60	16.16.31.49,7.	16.18. 5. 7,0.	10. 16. 39.	2. 41.26.

	Tägliche Bewegung	Gröſte Dauer der Finſterniſſe	Kleinſte Dauer	Epoche 1760
I	6^{s}.23°.29′.20″,38.	2 St. 15′. 8″,4.	2 St. 6′. 39″,4.	6^{s}.26°.18′.24″.
II	3. 11. 22. 29,14.	2. 50.43,0.	2. 9. 20,8.	4. 17. 4. 48.
III	1. 20. 19. 3,54.	3. 34. 0,0.	2. 23. 56,2.	6. 12. 27. 43.
IV	0. 21. 34. 16.	4. 46.20,0.	0. 0. 0.	9. 7. 27.41.

Die Knoten der drey obern Trabanten haben eine rückgängige Bewegung, mit welcher der II einen ganzen Umlauf macht in 30 Jahren, der III in 142 Jahren, der IV in 531 Jahren. Die Neigung in der Tafel ist die mittlere. Beym I bleibt sie unverändert; beym II ändert sie sich in 30 Jahren von 2° 36′ 36″ bis 3° 32′ 14″, beym III in 142 Jahren von 2° 48′ 10″ bis 3° 12′ 50″, beym IV in 531 Jahren von 2° 26′ 28″ bis 2° 56′ 24″. Die gröste Dauer der Finsternisse findet statt, wenn der Trabant im Knoten seiner Bahn oder in der Ebne der Jupiters-Bahn ist (§. 184.), die kleinste, wenn er 90° davon entfernt ist, da dann der IV gar nicht verfinstert wird, sondern über oder unter dem Schatten des ♃ weg geht. Die Apsidenlinie des IV (§. 187.) hat eine rechtgängige Bewegung, mit der sie in 502 Jahren einen ganzen Umlauf macht.

	Saturns-Trabanten		Uranus-Trabanten	
	Halbmesser der Bahn in Halbmessern des ♄	Siderischer Umlauf Tag. St. M. S.	Halbmesser der Bahn in Halbmessern des ♅	Siderischer Umlauf Tag. St. M. S.
I	3,080	0.22.37.30,1.	13,120	5.21.25.20,6.
II	3,952	1. 8.53. 8,7.	17,022	8.16.57.47,5.
III	4,893	1.21.18.25,9.	19,845	10.23. 3.59,0.
IV	6,268	2.17.44.51,1.	22,752	13.10.38.29,8.
V	8,752	4.12.25.11,1.	45,507	38. 1.48. 0,0.
VI	20,295	15.22.41.13,9.	91,008	107.16.39.56,2.
VII	59,154	79. 7.54.37,4.	— —	— — — —

Da sich die Finsternisse dieser Trabanten nicht beobachten lassen, so ist ihr synodischer Umlauf hier nicht angeführt. Die Bahnen der sechs untern Trabanten Saturns liegen fast genau in derselben Ebne: und dies ist zugleich, wie wir unten sehen werden, die Ebne seines Ringes. Ihre Neigung gegen die Saturns-Bahn ist nämlich 30°, die Länge ihres ☊ war 1773 = 5^{s} 20° 38′. Die Bahn des VII hat eine Neigung von 22° 42′, und die Länge seines ☊ war 1773 = 4^{s} 28° 40′.

Die Bahnen der Uranus-Trabanten durchſchneiden die Ebne ſeiner Bahn faſt unter einem rechten Winkel.

§. 189. Obige Tafeln zeigen erſtlich, daß die Bahnen der drey untern Jupiters-Trabanten faſt genau in einer Ebne liegen, von der ſich auch der IV nur wenig entfernt, weil ihre Knoten und Neigungen nur um wenige Minuten verſchieden ſind. Wir werden unten ſehn, daß dieſe gemeinſchaftliche Ebne der Trabanten-Bahnen faſt mit dem Aequator Jupiters zuſammen fällt, und daher ſich nur wenig von der Ekliptik entfernt. Es iſt eine natürliche Folge hievon, daß alle vier Trabanten immer in einer faſt geraden Linie mit dem Mittelpunkt Jupiters erſcheinen. Allein etwas viel merkwürdigeres iſt das Verhältniß, welches zwiſchen den mittleren Bewegungen oder Perioden der drey untern Trabanten, und ihren Stellungen gegen einander ſtatt findet. Ein Blick auf die Tabelle zeigt, daß die mittlere Bewegung des I ungefähr doppelt ſo geſchwind als die des II, und dieſe doppelt ſo groß als die des III iſt. Wäre dies genau richtig, ſo würde die Summe der Bewegung des I und der doppelten Bewegung des III, der dreyfachen Bewegung des II gleich ſeyn: und dies iſt wirklich der Fall, ohne daß jenes genau ſtatt findet. Die tägliche Bewegung des III zweymal genommen ($3^3\ 10^\circ\ 38'\ 7'',08$) und zur täglichen Bewegung des I addirt, gibt $10^3\ 4^\circ\ 7'\ 27'',46$; die tägliche Bewegung des II aber mit 3 multiplizirt, gibt $10^3\ 4^\circ\ 7'\ 27'',42$ alſo genau daſſelbe. Nennt man m', m'', m''', die mittleren Bewegungen des I, II, III Trabanten in einer gewiſſen Zeit, ſo kann man dieſes Verhältniß allgemein ſo ausdrücken: (A) $m' + 2\,m''' = 3\,m''$. Ein ähnliches Verhältniß findet zwiſchen den mittleren Längen oder Stellungen dieſer drey Weltkörper ſtatt. Die doppelte Epoche des III $= 0^3\ 24^\circ\ 55'\ 26''$ zur Epoche des I addirt, gibt $7^3\ 21^\circ\ 13'\ 50''$, und die dreyfache Epoche des II $= 1^3\ 21^\circ\ 14'\ 24''$ zu 180° addirt, gibt bis auf $34''$ das nämliche. Nennt man alſo M', M'', M''', die mittleren Jovizentriſchen Längen oder Epochen

System der 3 untern Jupiters-Trabanten.

des I, II, III Trabanten, so ist (B) $M' + 2M''' = 3M'' + 180°$: und es folgt aus (A), daß dieses Verhältniß ewig unverändert bleibt, wenn es einmal statt gehabt hat. Wenn z. B. m', m'', m''', die mittleren Bewegungen in 1000 Jahren sind, so werden nach 1000 Jahren die mittleren Längen, $M' + m' = N'$, $M'' + m'' = N''$, $M''' + m''' = N'''$ seyn. Es ist also $N' + 2N''' = M' + m' + 2M''' + 2m'''$, und $3N'' + 180° = 3M'' + 3m'' + 180° = 3M'' + m' + 2m''' + 180°$, weil vermöge (A) $3m'' = m' + 2m'''$ ist. Da nun auch durch (B) $3M'' + 180° = M' + 2M'''$ ist, so wird $3N'' + 180° = M' + m' + 2M''' + 2m'''$, also $N' + 2N''' = 3N'' + 180°$. Die Gleichung (B) ist also allgemein für jede Zeit richtig, wie (A).

Dieses genaue Verhältniß ist äußerst merkwürdig, und das einzige Phänomen dieser Art in der ganzen Sternkunde. Nicht allein die großen Gleichungen dieser Trabanten, oder die Störungen die sie gegenseitig in ihren Bahnen hervor bringen, und ihre Periode von 438 Tagen, hängen davon ab; es entstehn daraus auch mehrere sonderbare Umstände, die bey ihren Finsternissen statt haben, so daß die drey untern Jupiters-Trabanten ein auf das genaueste verbundenes, und völlig isolirtes System ausmachen. Die Gleichung (B) lehrt, 1) daß es unmöglich ist, daß je alle drey Trabanten zugleich verfinstert werden, oder auf dem ♃ eine Sonnenfinsterniß verursachen: das erstre geschieht nämlich, wie bey unserm Monde, wenn sie vom ♃ aus gesehen, mit der Sonne in ☌ oder in vollem Lichte, das letztre, wenn sie mit der Sonne in ☍ oder in neuem Lichte sind. Sollte also eins von beyden bey allen drey Trabanten zugleich geschehen, so müste $M' = M'' = M'''$ seyn: und dann wäre $M' + 2M''' = 3M''$, also nicht $3M'' + 180°$ wie es vermöge (B) seyn soll. Es folgt daraus 2) daß, wenn der II und III zugleich verfinstert werden, der I zu eben der Zeit auf dem ♃ eine Sonnenfinsterniß verursacht: denn wenn II und III mit der Sonne in ☌ sind,

alſo $M'' = M'''$ iſt, ſo wird (B) $M' + 2M''' = 3M''' + 180°$, oder wenn man von beyden Seiten $2M'''$ ſubtrahirt, $M' = M''' + 180°$, d. h. der I ſteht dem III gegen über, alſo mit der Sonne in ☌: woraus zugleich folgt, daß der I verfinſtert wird, wenn der II und III zugleich mit der Sonne in ☌ ſind oder dem ♃ die Sonne verfinſtern. 3) Wenn der I und II zugleich eine Finſterniß leiden oder verurſachen, ſo ſteht der III immer um 90° zur Seite, oder wird erſt 2 oder 5 Tage nachher verfinſtert. In beyden Fällen iſt nämlich $M' = M''$, alſo (B) $M' + 2M''' = 3M' + 180°$, oder M' auf beyden Seiten ſubtrahirt, $2M''' = 2M' + 180°$, und durch 2 dividirt, $M''' = M' + 90°$. 4) Wenn der I und III zugleich verfinſtern oder verfinſtert werden, ſo iſt der II immer 60° oder 14 Stunden von ſeiner Finſterniß entfernt. Es iſt nämlich $M' = M'''$, alſo (B) $3M''' = 3M'' + 180°$, oder durch 3 dividirt, $M''' = M'' + 60°$.

Fünftes Kapitel.

Der Ring des Saturns.

Entdeckung des Saturns-Rings.

§. 190. Die Trabanten ſind Maſſen, die der größeren Maſſe eines Haupt-Planeten ſo nahe ſind, daß ſie durch ſeine Anziehung gezwungen werden, die urſprünglich erhaltene Bewegung in der geraden Linie oder um die Sonne ſo zu krümmen, daß ſie, indem ſie den Planeten auf ſeiner Bahn um die Sonne begleiten, zugleich Kreiſe um ihn ſelbſt beſchreiben. Stellt man ſich vor, daß dieſe Bahn ſolide ſey, oder daß der Trabant auf ſeinem ganzen Wege eine leuchtende Spur zurück laſſe, ſo hat man das Bild eines Ringes der den Planeten umgibt, wie man wirklich am Saturn bemerkt hat. Wenn ♄ ſtatt ſieben Trabanten von Tauſenden umgeben wäre, die ſich

alle gleich den 6 untern in einer Ebne bewegten, so würde sich ihr Licht in großer Entfernung vielleicht so vermischen, daß es dem Auge wie ein heller Ring erscheinen müste. Eben das würde der Fall seyn, wenn die Massen der 6 Trabanten in unzählige kleine Stücken zerstreut würden; und dieser so entstandene Ring würde sich wider in Trabanten verwandeln, wenn jene unzähligen Elemente durch gegenseitige Attraktion sich zu einzelnen Kugeln sammelten. Man kann daher die Trabanten wie Theile eines Ringes ansehen, die sich durch gegenseitige Attraktion endlich von der Masse des Ringes los gerissen haben, oder umgekehrt den Ring wie eine noch unreife Masse, die nach der Trennung der Trabanten über geblieben ist, und aus der sich vielleicht noch ferner Trabanten sammeln werden. Diese Ansicht ist desto natürlicher, wenn man bemerkt, daß alle 6 untern Trabanten-Bahnen des ♄ mit seinem Ringe genau in einer Ebne liegen; und dies wird uns rechtfertigen, wenn wir die Theorie des Saturns-Ringes unmittelbar auf die Trabanten folgen lassen. In der That, wenn man sich die beyden Arme des Ringes vorstellt, der uns, da wir ihn von der Seite betrachten, wie eine Ellipse erscheinen muß, so begreift man, daß sie nahe am Planeten dünner scheinen müssen, weil sie sich da von einander entfernen, und durch das benachbarte Licht des ♄ geschwächt werden; daß sie aber an den beyden Enden, die vom Planeten am entferntesten sind, nicht allein heller sondern auch dicker scheinen müssen, weil sie hier in einander laufen. Durch schwache Fernröhre wird man also nur diese Enden bemerken, und den Ring für zwey Trabanten halten, die immer an beyden Seiten des ♄ stehn, und ohne ihre Lage zu verrücken, ihre Gestalt ändern, auch sogar verschwinden, so wie sich der Ring, nach der mehr oder weniger schiefen Lage des Auges, mehr erweitert oder verengt.

Unter dieser Gestalt erschien der Ring auch wirklich seinem ersten Entdecker, dem berühmten Galilei (1612) und

20 Jahre später Gassendi. Bald nachher entdeckte Hevelke, daß diese zwey Kugeln wirklich mit dem ♄ durch zwey Arme zusammen hingen, und daß ♄ seine Gestalt auf eine höchst sonderbare Art änderte, indem er bald gleich den übrigen Planeten als Kugel erschien, bald als eine Kugel mit zwey Armen oder Handgriffen, die sich erweiterten und wieder verengten.

§. 191. Huyghens (1659) gab zuerst eine befriedigende Erklärung dieses sonderbaren Phänomens, und zeigte, daß es nichts anders sey, als ein kreisförmiger konzentrischer Ring von beträchtlicher Breite aber sehr geringer Dicke, der den ♄ in großer Entfernung umgibt, und der uns immer wie ein Kreis **A D B E** (53. Fig.) erscheinen würde, wenn das Auge sich senkrecht über dem Mittelpunkt **C** befände, der aber, weil dies nie der Fall ist, immer wie ein von der Seite angesehener Kreis in Gestalt einer Ellipse erscheint, die, nachdem die Erde mehr oder weniger über der Ebne des Ringes erhaben ist, mehr offen wie **A F B G**, oder zusammen gedrückt wie **A H B I** ist, oder gar die Gestalt einer geraden Linie **A C B** annimt, wenn die Erde sich in der Ebne des Ringes befindet, in welchem Falle der Ring wegen seiner geringen Dicke unsichtbar wird, da wir ihn, wie man es nennt, von der scharfen Kante ansehn. Die Sorgfalt womit der Ring nun seit 150 Jahren mit vollkommenen Fernröhren beobachtet ist, hat nicht allein die Richtigkeit dieser Erklärung durch die vollkommene Uebereinstimmung der Beobachtungen mit den nach jener Hypothese angestellten Rechnungen unwidersprechlich bewiesen, sondern uns noch verschiedene Aufschlüsse über die Beschaffenheit dieses Ringes gegeben. Die 54. Fig. stellt den Saturn **K L M N** nebst dem Ringe in seiner mittleren Oefnung vor, wie er sich durch starke Vergrößrungen zeigt. **A D, B E**, ist die Breite des Ringes, **A B** sein Durchmesser, **D K, E M** die leeren Räume zwischen dem Planeten und dem Ringe, **a b** ein schon vor 100 Jahren von Cassini bemerkter dunkler Strich,

Seine wahre Gestalt.

53. Fig.

54. Fig.

der den Ring nach seiner ganzen Länge in die Hälfte theilt: er besteht also eigentlich aus zwey Ringen die durch einen sehr kleinen Zwischenraum von einander getrennt sind. Der hintre Theil des Ringes H I wird vom Planeten bedeckt, wenn die Ellipse nicht so weit geöffnet ist, daß sie sich über L erhebt; der vordre Theil F G vermischt sich mit dem Lichte des ♄, wirft aber zugleich auf ihn einen Schatten F G, so wie ♄ bey H einen Schatten auf den Ring wirft, wenn man sich die Sonne in der Richtung G O vorstellt. Diese Schatten beweisen offenbar, daß sowol ♄ als sein Ring dunkle Körper sind, die ihr Licht von der Sonne erhalten. Man will bemerkt haben, daß die innern Theile des Ringes D, E, vermuthlich wegen ihrer dichteren Masse, die äußern A, B, an Glanz übertreffen, und daß der Ring überhaupt ein stärkeres Licht hat als ♄, vielleicht wegen seiner rauheren Oberfläche.

Nach den neuesten Messungen verhalten sich, der Durchmesser des ♄, und der innere und äußere des Ringes, K M, D E, A B, wie die Zahlen 3, 5, 7. Die Breite des Ringes A D, B E, ist also den Zwischenräumen D K, E M, gleich, und jedes beträgt $\frac{2}{3}$ vom Halbmesser des ♄. Der innre Ring D a, E b, der vielleicht noch in mehrere Ringe getheilt ist, scheint viel breiter als der äußere A a, B b.

Seine Lage.

§. 192. Die Ellipse des Ringes erweitert sich in dem Verhältniß wie sich das Auge oder die Erde über der Ebne des Ringes erhebt. Wenn man also um die Zeit, da die Ellipse die gröste Oeffnung hat, beyde Durchmesser des Ringes genau mißt, so findet man die gröste Erhebung der Erde über der Ebne des Ringes, welche mit dem Winkel den diese Ebne mit der Erdbahn macht, oder mit der Neigung der Ebne des Ringes gegen die Ekliptik einerley ist. Man hat gefunden,

53. Fig. daß der Ring bey seiner grösten Oeffnung A F B G über dem Saturn L N in F und G ungefähr um $\frac{1}{6}$ vom Halbmesser des ♄ hervor rage, so daß, da (§. 191.) C L = 3, C A = 7 war, F L = $\frac{3}{6}$ = $\frac{1}{2}$, also C F = $3\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$ C A ist, folglich beyde Axen

sich wie 2 zu 1 verhalten. Hieraus würde folgen, daß die Neigung der Ebne des Ringes gegen die Ekliptik = 30° ist; genauere Messungen haben gezeigt, daß sie nur wenig größer ist, nämlich = 31° 19′ 12″.

Im Gegentheil nimt der Ring die Gestalt einer geraden Linie an, wenn das Auge sich in seiner Ebne befindet, oder die Erde durch den Knoten des Rings mit der Ekliptik geht. Beobachtet man also die Länge des ♄, wenn der Ring, nachdem er sich allmählig verengt hat, endlich verschwindet, weil er zur geraden Linie wird, so hat man die geozentrische Länge des ♄ als er im Knoten seines Ringes war. Berechnet man für diese Zeit, aus der bekannten Theorie des ♄, seine heliozentrische Länge, so ist dies zugleich die heliozentrische Länge des Knotens des Ringes. Auf solche Art hat man die Länge des ☊ des Ringes mit der Ekliptik 1774 = 5^{3} 17° 5′ gefunden. Da nun auch die Lage der Saturns-Bahn gegen die Ekliptik bekannt ist, so läst sich daraus auch die Lage des Ringes gegen diese Bahn trigonometrisch berechnen, und es findet sich die Länge des ☊ des Ringes mit der Saturns-Bahn 1774 = 5^{3} 20° 38′, und die Neigung beyder Ebnen = 30°. Man sieht, daß Knoten und Neigung genau mit den 6 untern Trabanten-Bahnen überein stimmt (§. 188.), daß also diese mit dem Ringe in einer Ebne liegen, welche, wie wir in der Folge sehen werden, zugleich die Ebne vom Aequator des ♄ ist.

Perioden seiner Sichtbarkeit.

§. 193. Da der Ring sein Licht von der Sonne empfängt, so kann immer nur eine Seite desselben erleuchtet seyn, die der Sonne zugekehrt ist, und der Ring kann uns nur dann sichtbar seyn, wenn die Erde sich mit der Sonne auf derselben Seite des Ringes befindet, so daß unsern Augen die erleuchtete und nicht die dunkle Seite zugekehrt ist. Da nun ♄ in 30 Jahren um die Sonne läuft und den Ring mit sich schlept, der beständig eine parallele Lage behält, so ist der Sonne 15 Jahre die eine, und 15 Jahre die andre Seite

des Ringes zugekehrt oder erleuchtet. Indem dieser Uebergang des Lichts von einer Seite zur andern geschieht, muß die Ebne des Ringes durch die Sonne gehn, so daß weder die eine noch die andre Seite, sondern bloß die scharfe Kante desselben erleuchtet wird, die von so geringer Dicke ist, daß der Ring alsdenn verschwindet. Dieses Verschwinden hat demnach eine Periode von 15 Jahren. Ueberdem aber verschwindet der Ring, wenn sich das Auge in seiner Ebne selbst, oder an seiner dunklen Seite befindet, so daß des Ringes Ebne zwischen der Sonne und der Erde durch geht: und hieraus entsteht es, daß jede dieser 15 jährigen Perioden mit sehr verschiedenen Umstän-
55. Fig. den verbunden seyn kann. Es seyen (55. Fig.) DNLFln und TABEba die Bahnen des ♄ und der Erde um die Sonne S; Gg, Nn, Ll, Hh, die sich beständig parallele Lage des Ringes, wenn ♄ in G oder g, N oder n, L oder l, H oder h ist: so wird die Ebne des Ringes Cc durch die Sonne S gehn, wenn ♄ in C oder c ist, folglich alle 15 Jahre, weil die ganze Bahn DCFc in 30 Jahren durchlaufen wird. Außerdem aber muß die Ebne des Ringes der Erde auf ihrer Bahn ein oder mehrmals begegnen, so lange diese Ebne sich zwischen den Lagen Nn und Ll befindet, oder so lange ♄ den Bogen NL oder ln durchläuft. Diese Zeit, in deren Mitte die Lage CSc fällt, und die alle 15 Jahre wider kehrt, schließt also alle möglichen Phänomene des Ringes ein. Da sich nun die Halbmesser der Bahnen der Erde und des ♄, ST und SC, wie 1 und 9,54 verhalten (§. 147.), so gibt die trigonometrische Rechnung, daß NL = nl ein Bogen von 12° ist, den ♄ gerade in einem Jahr durchläuft. In den übrigen 28 Jahren, da ♄ die Bogen LFl und nDN durchläuft, hat die Ebne seines Ringes Lagen wie Hh, Gg, und kann also weder die Sonne noch die Erde treffen. Der Ring ist demnach immer wenigstens 14 Jahre nach einander sichtbar, und alle die mannigfaltigen Phänomene seines Verschwindens und Widererscheinens sind in der Zeit eines Jahrs eingeschlossen,

die alle 15 Jahre zurück kehrt. Man sieht aber leicht, daß diese Zeit auch kürzer als ein Jahr seyn kann, wenn z. B. die Ebne des Ringes der Erde erst in Aa oder Bb begegnet. Ueberhaupt lassen sich vier verschiedene Fälle denken.

I. Fall. Im Augenblick da die Ebne des Ringes Nn die Erdbahn in T erreicht, befindet sich die Erde zwischen T und s in A. Nach $\frac{1}{2}$ Jahre hat der Ring die Lage CSc, und die Erde ist in b, hat sich also auf dem Halbkreise ABEb immer an der erleuchteten Seite des Ringes befunden. Nun verschwindet der Ring, weil er durch die Sonne S geht, seine andre Seite wird erleuchtet, und die Erde in b befindet sich an seiner dunkeln Seite, bis sie dem Ringe der immer weiter nach E rückt, zwischen b und t in r begegnet. Hier trit sie wider auf die helle Seite, und bald nachher verläst der Ring in E die Erdbahn. In diesem Falle verschwindet der Ring also nur einmal, und ist weniger als $\frac{1}{4}$ Jahr unsichtbar, weil br kleiner als ein Qvadrant ist.

II. Fall. Die Erde ist zwischen s und E in B, wenn der Ring die Lage Nn hat. Nach $\frac{1}{2}$ Jahre ist die Erde in a, der Ring in CSc: zwischen t und a muß also die Erde in u dem Ringe begegnet seyn. Bis dahin war die Erde auf der hellen Seite des Ringes, jetzt aber trit sie auf die dunkle Seite, so lange bis der Ring Cc durch die Sonne geht, und die Erde in a ist. Nun wird die der Erde zugekehrte Seite erleuchtet, und während des halben Jahrs, da die Erde den Halbkreis aTAB durchläuft, und der Ring bis LEl geht, ist er sichtbar, so wie die folgenden 14 Jahre. Der Ring verschwindet also nur einmal, und ist weniger als $\frac{1}{4}$ Jahr unsichtbar, so lange nämlich die Erde von u bis a geht.

III. Fall. Die Erde war zwischen E und t in b, als der Ring die Lage Nn hatte. Erstre geht in $\frac{1}{2}$ Jahre durch btTA, letztrer nach CSc oder durch Tt. Nach weniger als $\frac{1}{2}$ Jahre muß also der Ring der Erde zwischen t und T in u begegnen, folglich verschwinden. Die Erde bleibt nun

an seiner dunkeln Seite bis an's Ende des halben Jahrs, da der Ring C c durch die Sonne geht. Nun erscheint der Ring wider der Erde in A, sie ist an seiner hellen Seite, muß ihn aber vor dem Ende des zweyten halben Jahrs, da sie wider in b und der Ring in E ist, nicht allein auf ihrem Wege A B E b in B einholen, da er abermals verschwindet, weil die Erde auf seine dunkle Seite trit, sondern ihm zwischen E und b nochmals begegnen, da er dann 14 Jahre lang wider sichtbar wird. In diesem Falle muß also der Ring in einem Jahre zweymal verschwinden und zweymal wider erscheinen.

IV. Fall. Die Erde war beym Eintrit des Ringes N n in die Erdbahn, zwischen t und T in a. Während des halben Jahrs, da die Erde a T A B durchläuft und der Ring von N n nach C c oder von T nach s t rückt, muß sie ihm einmal zwischen a und T begegnen, da er ihr verschwindet, bis sie ihn zum zweyten Mal zwischen T und s einholt und wider auf seine helle Seite trit. Nach $\frac{1}{2}$ Jahre, da die Erde in B ist und der Ring durch die Sonne geht, verschwindet er zum zweyten Mal, und kehrt der Erde seine dunkle Seite zu. Im zweyten halben Jahre geht die Erde durch B E t a, der Ring von C c oder s t nach E; die Erde muß ihm also zwischen E und t abermals begegnen, und auf seine helle Seite treten, da er dann wider auf 14 oder 15 Jahre sichtbar wird: so daß auch in einem solchen Jahre der Ring zweymal verschwindet und wider erscheint.

Anmerkungen darüber.

§. 194. Da die Länge der Sonnenferne des ♄ = 269° (§. 247.) um 100° größer ist als die Länge vom ☊ des Ringes (§. 192.), folglich fast in die Mitte F zwischen dem ☊ und ☋ des Ringes liegt, in denen der Ring C c durch die Sonne geht, so wird die Zeit vom ☊ C bis zum ☋ c, wegen der langsameren Bewegung des ♄ um F, viel größer seyn als die Zeit von c bis C. In der That ist die Zeit der Sichtbarkeit des Ringes durch C F c 15 Jahre und 293 Tage,

und die Sichtbarkeit durch c D C dauert nur 13 Jahre 240 Tage: der Unterschied beträgt fast 2 Jahre und 2 Monate.

Wenn die Erde sich in s befindet, indem der Ring N n die Erdbahn berührt, so ist sie im ersten halben Jahre in s B E t, und der Ring zwischen T und s t: sie ist also auf seiner erleuchteten Seite, und trifft in t zugleich auf die Ebne des Ringes, da ♄ in C mit der Sonne S in ☌ ist. Im folgenden halben Jahre t T A s, da der Ring von C c nach L l rückt, ist die Erde gleichfalls auf seiner hellen Seite. Der Ring ist also nur in der kurzen Zeit unsichtbar, da seine Ebne durch die Sonne geht; und da nun ♄ zugleich in ☌, folglich wegen der Sonnenstralen unsichtbar ist, so verschwindet der Ring eigentlich gar nicht. Dies sind die vortheilhaftesten Umstände für die Sichtbarkeit des Ringes.

Die nachtheiligste Lage ist die, wenn die Erde sich bey der ersten Berührung N n in t befindet. Dann begegnet ihr der Ring, nach ungefähr 7 Wochen, zwischen t und T in a, er verschwindet, und die Erde bleibt den Rest des halben Jahrs, d. i. $4\frac{1}{2}$ Monate, auf seiner dunkeln Seite, bis sie zugleich mit dem Ringe in s eintrifft: ♄ ist nun in C in ☍, der Ring aber unsichtbar, weil er durch die Sonne und die Erde geht. Gleich nachher trit die Erde nach B auf seine dunkle Seite, und der Ring bleibt unsichtbar, bis er nach $4\frac{1}{2}$ Monaten der Erde in b begegnet. In diesem Fall ist also der Ring 9 Monate nach einander unsichtbar, welches die gröste mögliche Dauer seiner Unsichtbarkeit ist, in deren Mitte überdem die schönste Zeit der ☍ des ♄ fällt.

Man begreift leicht, daß der Ring nicht bloß in dem Augenblick wenn seine Ebne durch die Sonne geht, sondern mehrere Tage vor und nachher verschwindet, und daß hiebey alles auf die Güte der Fernröhre ankömmt. H. Herschel hat seine Teleskope zu solcher Vollkommenheit gebracht, daß er den Ring nie aus dem Gesichte verliert, weil doch auch die scharfe Kante von der Sonne erleuchtet wird. Hiebey hat die-

ser scharfsinnige Beobachter die merkwürdige Entdeckung gemacht, daß der Ring sogar sichtbar bleibt, wenn seine Ebne durch die Sonne aber nicht durch die Erde geht, so daß wir ihn von der Seite betrachten. Es folgt hieraus, daß die scharfe Kante des Ringes nicht eckigt sondern abgerundet ist, so daß zugleich Licht auf die Seiten dieser Kante fällt. Wenn man also den Ring senkrecht durchschneidet, so wird die Durchschnitts-Figur nicht eine gerade Linie oder ein länglichtes Viereck, sondern eine Ellipse.

Wenn die Ebne des Ringes durch das Auge geht, so erscheint er wie eine gerade Linie, in der sich zugleich die Bahnen der sechs untern Trabanten befinden: und dies gibt einen unbeschreiblich schönen Anblick, den H. Herschel mit einer Silberschnur vergleicht, auf der sechs Perlen vom schönsten Wasser aufgereihet sind. Bey dieser Gelegenheit zeigte sich die äußerst geringe Dicke des Ringes sehr deutlich. Die Trabanten die einen Durchmesser von ungefähr 1″ zu haben schienen, ragten nämlich über und unter dem Ringe hervor, und dieser erschien wie eine zarte Linie, deren Dicke kaum $\frac{1}{1}$ vom Durchmesser der Trabanten betrug.

Fünfter Abschnitt.

Von Finsternissen und Bedeckungen.

Erstes Kapitel.

Die Mond-Finsternisse.

§. 195. Die Bemerkung, daß die Geschichte der Astronomie zu einem Maasstabe für die Fortschritte der Kultur im allgemeinen dienen kann, gilt auch besonders von dem Theil der Sternkunde, der die merkwürdigen Phänomene enthält, von denen dieser Abschnitt handeln wird. Von der Zeit da das tapfere Heer der Griechen, im Begrif dem Feinde eine Schlacht zu liefern, beym Anblick einer Sonnenfinsterniß die Waffen muthlos sinken ließ — oder von dem Lande wo man sich durch lärmende Musik zu betäuben sucht, um die Klagetöne des verfinsterten Weltkörpers nicht zu hören — bis zum heutigen Europa, wo fast jeder Bauer nicht bloß ohne Aberglauben und Furcht die bevorstehenden Finsternisse in seinem Kalender aufsucht, sondern vielleicht einen richtigen Begrif von der Ursache dieser Erscheinungen hat, — muß nicht allein die Kenntniß der Gelehrten, sondern auch die Volks-Aufklärung Riesenschritte gemacht haben. Unwissender Aberglaube sieht mit Zittern oder Kummer, das Auge der Welt oder die Fackel der Nacht plötzlich erlöschen, und den Himmel seiner schönsten Zierde beraubt. Mit gefühlloser Neugierde betrachtet der besser unterrichtete Europäer durch ein gefärbtes Glas die Son-

Wichtigkeit dieser Phänomene.

nenfinsterniß, die sein Kalender ihm anzeigt, und vergnügt sich an dem schönen Anblick, der eben so bald wider vergessen wird. Der Astronom findet darin nichts weiter als eine vortheilhafte Stellung der Sonne und des Mondes gegen die Erde, welche Gelegenheit zu einer sehr genauen Beobachtung gibt, wodurch die Bahn jener Weltkörper, so wie die Lage der Beobachtungs-Oerter auf der Erde, aufs schärfste berichtigt werden kann.

Den Beobachtungen der Finsternisse allein verdanken wir die Kenntnisse, die schon die alexandrinschen Griechen vom Laufe des Mondes hatten, und durch deren Vergleichung mit den neuern Beobachtungen wir zu einer so genauen Bestimmung aller Eigenheiten der Bewegung dieses Weltkörpers gelangt sind. Auch für die Chronologie sind die Finsternisse von großem Nutzen. Die Verfasser der alten Chroniken unterlassen selten, die Finsternisse zu erwähnen, die sich zugleich mit einer historischen Begebenheit zugetragen haben, und machen es dadurch dem Historiker mit Hülfe des Astronomen möglich, nicht allein das wahre Jahr eines Faktums zu bestimmen, sondern überhaupt in die sonst dunkle und verworrene Zeitrechnung Licht und Ordnung zu bringen.

Außer diesem wesentlichen Nutzen verdankt die Sternkunde den Finsternissen noch einen andern Vortheil, der manchem der wichtigste scheinen mag: nämlich die große Achtung, welche diese Erscheinungen der Sternkunde zuerst bey dem großen Haufen verschafft haben, der für keine andern Beweise empfänglich ist. Schon die Hirten-Völker des ersten Weltalters musten sich durch die Finsternisse überzeugen, daß die himmlischen Bewegungen nicht dem Zufall, sondern der strengsten Ordnung unterworfen sind. Im sanftesten Klima, unter einem beständig heitern Himmel, war die tägliche Betrachtung der schönsten Szene die die Natur uns darbietet, fast die einzige Beschäftigung ihrer glücklichen Muße. Sie sahen mit Erstaunen, daß die glänzendsten Gegenstände dieses ihnen so wohl bekannten Schauspiels zuweilen mitten am Himmel durch

irgend eine unbekannte Ursache verdunkelt wurden, aber bald nachher wider im vorigen Lichte prangten. Was auch immer die Ursache seyn mochte, so konnte sie nur vorüber gehend seyn; und die unveränderte Gestalt, in der die Sonne oder der Mond nach wenigen Stunden aus dem Dunkel wider hervortrat, bewies, daß der Grund dieser sonderbaren schnell vorüber gehenden Erscheinung, nicht in innern Revolutionen auf dem Weltkörper selbst, sondern in irgend einem besondern Umstande ihrer Bewegung, einer gewissen Stellung, oder einem zufälligen Hindernisse liegen müsse. Der Gedanke war also natürlich, daß vielleicht diese Erscheinungen, gleich der täglichen Bewegung und allem was sie bisher am Himmel entdeckt hatten, ihre bestimmten Perioden hätten. Wenige Jahre waren hinlänglich sie zu überzeugen, daß auch hier die vollkommenste Ordnung herscht: eine Bemerkung, die mehr als irgend eine andre dazu beytrug, das bisher gedankenleere Anstaunen des gestirnten Himmels zu einer der edelsten Wissenschaften zu erheben.

In neuern Zeiten sind die Monds-Tafeln zu einer solchen Vollkommenheit gebracht, daß kein europäischer Kalendermacher das Schicksal der chinesischen Astronomen zu befürchten hat, welche die Bestürzung, in die das ganze Reich durch eine unerwartete Sonnenfinsterniß gerieth, mit dem Leben büßen mußten. Der hartnäckige Unglaube der Unwissenheit, der nicht begreift, wie man Dinge, die so weit außer unsrer Sphäre liegen, messen und berechnen könne, und der alles verlacht was er nicht begreifen kann, muß verstummen, wenn jede Finsterniß bis auf die Minute mit der Rechnung der Astronomen überein kömmt; und die Wissenschaft der Sternkunde wird ihm eine Religion, für deren Geheimnisse er, ohne sie zu begreifen, Ehrfurcht fühlen muß, da sie sich auf Weissagungen gründet, gegen deren Echtheit sich nichts einwenden läst.

§. 196. So oft drey Weltkörper sich in einer geraden Linie befinden, so erfolgt eine der Erscheinungen denen man

Verschiedene Gattungen derselben.

den allgemeinen Namen der Bedeckungen geben kann: und ihre verschiedenen Gattungen hängen von der Größe, der Entfernung, und selbst der Natur dieser Weltkörper ab. Soll aber eine solche Erscheinung für die Astronomen unsers Planeten einiges Interesse haben, oder Gegenstand unsrer Beobachtungen seyn, so muß entweder einer der drey Weltkörper unsre Erde selbst seyn, oder sie muß als vierter Körper eine solche Lage haben, daß sie von der Seite an dem Schauspiel Theil nehmen kann, welches aus der geradlinigen Stellung jener drey Körper entsteht. Von diesem letztern Falle kennen wir nur ein einziges Beyspiel, nämlich die Finsternisse der Jupiters-Trabanten, von denen bereits oben ausführlich gehandelt ist. Die übrigen Bedeckungen können also nur dann statt finden, wenn zwey Weltkörper mit der Erde in gerader Linie stehn; und es gibt hiebey eine Menge besondrer Fälle, die wir jetzt betrachten müssen. Wenn die Erde sich zwischen beyden Körpern befindet, so erfolgt keine Bedeckung, sondern bloß eine Opposition jener beyden Weltkörper; den einzigen Fall ausgenommen, wenn es Sonne und Mond sind. Eben so wenig findet eine solche Erscheinung statt, wenn die Sonne zwischen der Erde und dem andern Körper steht, der alsdenn mit der Sonne in Konjunktion ist, und in der That von ihr bedeckt wird, aber längst vorher in ihren Stralen verschwunden ist. Es bleiben also nur folgende Fälle über.

I. Zwey Weltkörper, von denen keiner die Sonne ist, stehn an derselben Seite der Erde mit ihr in gerader Linie, da dann der nähere den entferneteren bedeckt. Von diesen eigentlich so genannten Bedeckungen gibt es viererley Gattungen. 1) Ein Fixstern wird vom Monde oder 2) von einem Planeten bedeckt. 3) Ein Planet wird vom Monde oder 4) von einem andern Planeten bedeckt. Bedeckungen der Sterne vom Monde ereignen sich in jedem Monat (§. 173.). Die zweyte und dritte Gattung ist auch nicht sehr selten: so wird in diesem Jahre (1809) Saturn und Venus vom Monde

bedeckt. Die vierte Gattung ist die seltenste, und wir kennen sie nur als einen möglichen Fall, oder aus einigen wenigen ältern Beobachtungen. So kann ♀ den ♄ bedecken, und beyde können vom ♂ bedeckt werden; ☿ und ☿ können sich gegenseitig und alle übrigen Planeten bedecken.

II. Ein Körper steht zwischen der Sonne und der Erde. Da dies nur der Mond oder einer der zwey untern Planeten (☿ oder ♀) seyn kann, so entstehn hieraus zwey Unter-Abtheilungen. 1) Geht der Mond vor der Sonne vorüber, so kann er, da er ungefähr von derselben scheinbaren Größe ist, die ganze Sonne, oder doch einen beträchtlichen Theil von ihr bedecken, und dadurch eine wahre Sonnen-Finsterniß verursachen. 2) ☿ und ☿ aber haben einen so geringen scheinbaren Durchmesser, daß sie in früheren Zeiten oft unbemerkt durch die Sonne gegangen sind, und daß man sie vermittelst der Fernröhre nur wie kleine schwarze Flecken vor der Sonne vorüber gehen sieht: man nennt dies **Durchgänge**. Diese zwey Gattungen sind also von einander nur durch die scheinbare Größe des bedeckenden Körpers unterschieden.

III. Die Erde steht zwischen der Sonne und einem andern Körper, der der Erde so nahe kömmt, daß er durch ihren Schatten geht. Da nämlich die Erde weit kleiner als die Sonne ist, so muß der Schatten den sie wirft, kegelförmig seyn, so daß er hinter der Erde sich in eine Spitze endigt. Alle Planeten, wenn sie mit der Sonne in ☌ sind, befinden sich weit jenseits dieser Spitze oder der Gränze des Erd-Schattens: nur der Mond ist der Erde immer so nahe, daß er jedesmal, wenn er voll und mit der Sonne und Erde in gerader Linie ist, sich in ihrem Schatten befindet, woraus eine Mond-Finsterniß entsteht. Zu dieser dritten Klasse gehören also bloß die Mond-Finsternisse, mit denen wir, weil ihre Berechnung unter allen die leichteste ist, den Anfang machen werden.

§. 197. Die Bedingung, die zu einer Bedeckung erfodert wird, daß sich nämlich drey Weltkörper in gerader Linie

Voller und Halb-Schatten der Erde.

befinden, ist nicht von ihren Mittelpunkten, sondern von den ganzen Körpern und jedem ihrer Theile zu verstehn. Sind die Mittelpunkte in gerader Linie, so ist die Bedeckung zentral; überhaupt aber findet eine Bedeckung oder Finsterniß statt, wenn irgend ein Punkt von einem Körper sich mit Punkten der andern beyden in gerader Linie befindet. So erfolgt z. B. eine Mondfinsterniß, nicht bloß wenn der Mittelpunkt des Mondes mit denen der Sonne und Erde in gerader Linie ist, oder durch den Mittelpunkt des Erdschattens geht, sondern so bald der Rand des Mondes die äußre Gränze des Schattens berührt. Die astronomischen Tafeln geben den Ort des Mittelpunkts jedes Weltkörpers: um daraus zu beurtheilen, ob Theile der drey Körper in gerader Linie sind, muß man ihre Entfernung und Größe kennen; und diese werden in der Astronomie durch die Parallaxen und scheinbaren Halbmesser bestimmt, welche daher den Grund der Berechnung der Finsternisse aus machen. Der Mond fängt an, in den Erdschatten zu treten, so bald sein Rand von der Mitte des Schattens um den Halbmesser desselben entfernt ist, d. h. so bald die Entfernung des aus den Tafeln berechneten Orts des Mondes (seines Mittelpunkts) von der Mitte des Schattens, der Summe der Halbmesser des Mondes und des Erdschattens gleich ist: mit andern Worten, die Erd-Bewohner werden den Anfang oder das Ende der Finsterniß sehen, wenn die im Mittelpunkt der Erde gesehene Entfernung des Mond-Mittelpunkts von der geraden Linie durch die Mittelpunkte der Sonne und Erde (in welcher der Mittelpunkt des Schattens liegt), der Summe der geozentrischen Halbmesser des Schattens und Mondes gleich ist. Den letztern geben die Tafeln; den erstern müssen wir nun näher bestimmen.

56. Fig. Wenn (56. Fig.) die Kreise um S und T die Körper der Sonne und Erde vorstellen, so ist S T die Linie durch die Mittelpunkte der Sonne und der Erde, der der Mond sich nähern muß, um in den Schatten zu treten: und diese Linie

liegt beſtändig in der Ekliptik, ſo wie auch die beyden geraden Linien st C, σ τ C, die die Sonne und Erde berühren, und ſich in C ſchneiden. Stellt man ſich nun vor, daß das Dreyeck s C σ ſich um S T C wie um eine Axe drehe, ſo daß die Punkte s, σ, und t, τ, Kreiſe auf der Oberfläche der Sonne und der Erde beſchreiben: ſo entſteht ein Kegel s C σ, deſſen Baſis der Kreis s σ oder t τ iſt, und deſſen Spitze hinter der Erde in C liegt, weil die Erde kleiner als die Sonne iſt. Der Theil t C τ dieſes Kegels beſtimmt den Raum, den man den vollen Schatten nennt, weil kein Sonnen-Strahl in ihn dringen kann, und jedem darin befindlichen Auge O die ganze Sonne von der Erde bedeckt wird. Zieht man aber die Linien s τ und σ t, die gleichfalls Sonne und Erde berühren, aber eine entgegen geſetzte Lage haben, ſo daß ſie ſich zwiſchen beyden Weltkörpern in einem Punkt F durchkreutzen, ſo entſteht durch ihre Umwälzung um dieſelbe Axe S T C ebenfalls ein Kegel G F H auf der Baſis t τ, deſſen Spitze aber in F liegt, ſo daß er ſich hinter der Erde nach G H hin erweitert. Dieſer Kegel ſchließt den vollen Schatten ein, und ſein übriger Raum begränzt den Halb-Schatten: denn man begreift leicht, daß jedem in dieſem Raum befindlichen Auge g, aus dem die Tangente der Erde g τ h gezogen wird, nur ein Theil der Sonne h s von der Erde bedeckt wird, und daß g von dem Theil h σ der Sonne erleuchtet, alſo nur eines Theils vom Sonnen-Lichte beraubt wird, oder in einem unvollkommenen Schatten liegt. Dieſer Halbſchatten-Kegel erſtreckt ſich hinter der Erde nach G, H, bis ins unendliche, und wird immer größer: ſo daß unſtreitig die Planeten bey ihrer Oppoſition mit der Sonne dadurch gehen, aber in einer ſo großen Entfernung, daß der Schatten unmerklich iſt. Indem nämlich der Schatten-Kegel t C τ durch die Umdrehung der Linien s C, σ C, entſteht, bildet ſich zugleich ein entgegen geſetzter Kegel D C E, durch den die Planeten ſehr weit hinter C gehen. Zieht man nun aus irgend einem Punkt B dieſes Kegels die Tangenten der

Erde Bte, Bτd, so ist offenbar, daß einem Auge in B von der Erde nur ein Theil der Sonne dhe bedeckt wird, die Zone se, σd aber unbedeckt bleibt. Je weiter B von C entfernt ist, desto kleiner wird der bedeckte Theil der Sonn de, und in der Entfernung der Planeten wird er zu einem kaum merklichen Punkt. In diesem Falle befinden wir uns in Beziehung auf die untern Planeten bey ihrer untern ☌ in T: die Erde ist in B so weit von der Spitze ihres Schatten-Kegels C entfernt, daß wir sie wie einen kleinen Fleck de vor der Sonnen-Scheibe vorüber gehn sehen. In der geringen Entfernung des Mondes aber ist der Halbschatten noch sehr merklich. Lange vorher, ehr der Mond sich bey L in den vollen schwarzen Schatten der Erde taucht, trit er bey P in den Halb-Schatten, der ihn gleich einem grauen Flor überzieht. Wenn also ILK die Mondbahn vorstellt, so fängt der Halbschatten auf dem Monde an, wenn er in P ist, aber die eigentliche Finsterniß fängt an oder endigt sich, wenn der Mond in L oder M ist, und der Halb-Schatten verläst ihn wider in Q. Diese Gränzen sind sehr schwer zu unterscheiden, und eben deswegen ist die Beobachtung der Mondfinsternisse so mißlich.

Ihre Halbmesser. §. 198. Da der Schatten einen Kegel bildet, so ist jeder senkrechte Durchschnitt desselben ein Kreis (§. 151.), und wir suchen hier den Halbmesser desjenigen Kreises, in dem die Mondbahn LM den Schatten durchschneidet, oder in der Entfernung TL. Da nämlich die Bahn des Mondes sehr ekzentrisch ist, so wird er bald in größrer bald in geringerer Entfernung von der Erde durch den Schatten gehn, und im erstern Fall wird der Durchschnitt des Schattens lm kleiner seyn als im letztern λμ: so daß der Halbmesser des Schattens hauptsächlich von der Entfernung des Mondes oder seiner Parallaxe abhängt. Außerdem begreift man leicht, daß die Größe des ganzen Schatten-Kegels von der Entfernung der Erde von der Sonne, oder der Sonnen-Parallaxe abhängt, welche 57. Fig. gleichfalls veränderlich ist. In der 57. Figur haben die Buch-

staben dieselbe Bedeutung wie in der 56sten: S, T, sind die Mittelpunkte der Sonne und der Erde, $s\sigma$, $t\tau$, ihre Durchmesser, $tC\tau$ der volle Schatten, LM die Mondbahn, und CTM der gesuchte geozentrische Halbmesser des Schattens. Zieht man noch die gerade Linie sT, die die Mondbahn in N trifft, so sind die Scheitel-Winkel NTC und STs gleich (Sph. §. 15. n. 3.), und der äußre Winkel NTM des Dreyecks MTs ist der Summe der beyden innern TMs und TsM gleich (Sph. §. 15. n. 7.). Nun ist $STs = r$ der scheinbare Halbmesser der Sonne, TMs oder TMt ist die Horizontal-Parallaxe des Mondes $= P$ (§. 27.), und TsM oder Tst die Horizontal-Parallaxe der Sonne $= p$. Man hat also $NTC = STs = r$, und $NTM = TMs + TsM = P + p$. Zieht man aber NTC von NTM ab, so bleibt über $CTM = P + p - r$. Der Halbmesser des vollen Schattens ist also gleich der Summe der Horizontal-Parallaxen des Monds und der Sonne weniger den Halbmesser der Sonne.

In der 58. Figur ist $sF\tau$ die Tangente der Sonne und Erde, die den Halb-Schatten begränzt (§. 197.); und wenn diese die Mondbahn in 1 trifft, so ist CT1 der gesuchte Halbmesser des Halb-Schattens. Dieser Winkel ist aber der äußre des Dreyecks T1F, folglich der Summe der beyden innern gleich, d. i. $CT1 = T1\tau + TF1$, und TF1 ist seinem Scheitel-Winkel SFs gleich, also $CT1 = T1\tau + SFs$. Dieser letztre ist der äußre Winkel des Dreyecks FCs, mithin $SFs = FCs + FsC$, d. i. $SFs = SCs + \tau st$, folglich $CT1 = T1\tau + SCs + \tau st$. Ferner ist der äußre Winkel STs des Dreyecks TCs der Summe der beyden innern gleich, $STs = SCs + Tst$, also $SCs = STs - Tst$: und dies gibt $CT1 = T1\tau + STs - Tst + \tau st$. Da nun τst und Tst der aus der Sonne gesehene Durchmesser und Halbmesser der Erde sind, so ist $\tau st = 2.\ Tst$, und $\tau st - Tst = Tst$: folglich $CT1 = T1\tau + STs + Tst$, in welchen

58. Fig.

Gleichung Tl = P die Horizontal-Parallaxe des Mondes, Tst = p die Parallaxe der Sonne, und STs = r der Halbmesser der Sonne ist. Man hat also CTl = P + p + r: der Halbmesser des Halb-Schattens ist gleich der Summe der Horizontal-Parallaxen des Monds und der Sonne und des Halbmessers der Sonne; er ist also um 2r, d. i. ungefähr 32′ größer als der Halbmesser des vollen Schattens.

Da die Erde mit einer Atmosphäre umgeben ist, die besonders nahe an ihrer Oberfläche so dicht ist, daß sie die Sonnen-Stralen nicht bis in die Gegend des Mondes gelangen läst, also den Erd-Schatten vergrößert, so muß man den Halbmesser des Schattens, zufolge der genauesten Beobachtungen, noch um seinen 60sten Theil vermehren, oder so viele Sekunden dazu setzen, als er Minuten enthält.

Berechnung der Mondfinsternisse.

§. 199. Nachdem man sich durch die astronomischen Tafeln, die hiezu besondere Anleitung geben, überzeugt hat, daß ein Vollmond mit einer Mondfinsterniß verbunden seyn werde, so berechnet man aus den Tafeln genau die Zeit nach dem Meridian irgend eines Orts, da dieser Vollmond oder die wahre Opposition eintrifft, d. h. da die Länge des Mondes mit der Länge des der Sonne entgegen gesetzten Punkts O (56. Fig.) einerley ist, oder da der Mond in L senkrecht über O steht (59. Fig.). Für diese Zeit T berechnet man die Breite des Monds OL = b, die stündliche Bewegung der Sonne = h, und die des Mondes sowol in seiner Bahn = G, als in der Ekliptik = H und in der Breite = β, ferner die Halbmesser des Mondes und der Sonne, R und r, und ihre Horizontal-Parallaxen P und p. Es stelle nun FMGO den halben Durchschnitt des Schattens in der Gegend vor, wo er von der Mondbahn NBLC getroffen wird. Der Punkt O, der mit den Mittelpunkten der Sonne und Erde in gerader Linie liegt, rückt wegen der Bewegung der Erde immer fort nach der linken Seite, so wie der Mond in seiner Bahn, nur weit langsamer, so daß der Mond ihm nach dieser Richtung mit dem

59. Fig.

Ueberschuß seiner Bewegung über die der Erde, H—h, folgt. Gibt man also dem Monde diese so genannte relative Bewegung statt seiner wahren H, so kann man den Punkt O als ruhend ansehen. Dieser Punkt liegt beständig, wie die Sonne und Erde, in der Ekliptik FG; die Mondbahn aber macht mit der Ekliptik einen Winkel von 5° (§. 174.), und der Mond muß, wenn eine Finsterniß erfolgen soll, sehr nahe bey seinem Knoten N seyn. Nimt man nun auf der verlängerten Ekliptik, Nb = H—h, und bB = β senkrecht darauf, so ist der Mond in einer Stunde von N nach B gekommen, und NBLC stellt die relative Mondbahn vor, die man während der wenigen Stunden einer Finsterniß als geradlinig ansehen kann. Diese beyden Linien Nb und bB geben im rechtwinklichten Dreyeck NbB, durch Zeichnung oder durch trigonometrische Rechnung, den Winkel N, woraus man zugleich im rechtwinklichten Dreyeck NOL den Winkel NLO = 90°—N, und dann im Dreyeck OAL, wo OA auf der Mondbahn senkrecht ist, den Winkel AOL = 90°—ALO also AOL = N erhält. In diesem letztern Dreyeck kennt man nun alle Winkel und die Seite OL = b, woraus man die andern beyden Seiten OA = m und AL = n findet: alles dies erhält man sogleich, wenn man aus O, OA auf die relative Mondbahn, und OL auf die Ekliptik NFG senkrecht zieht. Die Linie OA = m ist unter allen, die sich auf die Mondbahn ziehen lassen, die kürzeste, drückt also die kleinste Entfernung des Mondes vom Mittelpunkt des Schattens O aus, und bestimmt den Punkt A, wo der Mond sich am tiefsten in den Schatten eingetaucht, oder seine gröste Phase hat. Dieser Punkt A ist zugleich das Mittel der Finsterniß, weil er vom Anfang und Ende B und C gleiche Entfernung hat. Die Linie AL = n gibt den Bogen an, den der Mond mit seiner relativen Bewegung vom Mittel der Finsterniß bis zur ☌ beschreibt. Da dieser letztre Moment unmittelbar aus den Tafeln berechnet ist, so schreibt man bey L die Zeit T der ☌.

und berechnet die Zeit durch AL vermittelst der Proportion: NB oder G—h zu n wie 1 Stunde zu der Zeit zwischen der ☌ und dem Mittel. Diese Zeit wird in dem Falle, den die Figur darstellt, da der Mond bereits durch den Knoten gegangen ist, von T subtrahirt, um die Zeit des Mittels in A zu haben; wenn sich aber der Mond dem Knoten erst nähert, so wird sie dazu addirt. Die Zeit des Mittels schreibt man bey A, und trägt dann auf der Mondbahn von A nach beyden Seiten mit dem Zirkel gleiche Theile NB oder G—h auf, welche ganze Stunden sind, die mit dem Zirkel in 60 Minuten getheilt werden: und hieraus findet man für jeden Augenblick den Ort wo der Mond sich befindet, und seine Entfernung von O.

Totale und partiale Finsterniß.

§. 200. Der Halbmesser des Schattens OF = OG ist P + p — r (§. 198.): denn auf den Halb-Schatten P + p + r pflegt man nicht Rücksicht zu nehmen. So bald nun des Mondes Mittelpunkt in B ist, so daß seine Scheibe den Schatten in a berührt, so fängt er an in den Schatten zu treten, so wie er in C wider ganz ausgetreten ist: der Anfang und das Ende der ganzen Finsterniß erfolgt also, wenn der Mittelpunkt des Mondes B oder C vom Mittelpunkt des Schattens O um OB oder OC, d. i. um Oa + Ba = P + p − r + R entfernt ist. Die Zeit dieses Ein- und Austrits findet man aus dem Mittel in A. Man hat nämlich im rechtwinklichten Dreyeck OAB oder OAC, OA = m, OB = P + p — r + R, und berechnet hieraus AB = AC, nebst der dazu gehörigen Zeit durch die Proportion, G—h zu AB wie 1 Stunde zur Zeit durch AB: oder man findet diese Zeit unmittelbar auf der bereits eingetheilten Mondbahn (§. 199.), indem man sie aus O mit der Oeffnung des Zirkels P + p — r + R in B und C durchschneidet.

So bald der Mond bis D gekommen ist, so daß seine ganze Scheibe in den Erd-Schatten getaucht ist, und denselben von innen berührt, so fängt die totale Finsterniß an, und

dauert bis zur zweyten innern Berührung in E, da ein Theil des Mondes wider anfängt aus dem Schatten zu treten. In der Zwiſchenzeit befindet ſich immer der ganze Mond im Schatten wie in A, und die Entfernung des Mondes von O, beym Anfang und Ende der totalen Finſterniß, iſt OD oder OE, d. i. Od — Dd = P + p — r — R. Die dazu gehörige Zeit wird eben ſo wie der Anfang und das Ende in B und C gefunden, wenn man nur R ſubtrahirt, ſtatt es zu addiren.

Kömmt der Mond dem Mittelpunkt des Schattens nicht bis auf die Entfernung P + p — r + R nahe, oder mit andern Worten, iſt die kleinſte Entfernung m größer als P + p — r + R, ſo trifft der Mond den Schatten gar nicht, und es erfolgt keine Finſterniß. Iſt aber m zwar kleiner als P + p — r + R, aber größer als P + p — r — R, ſo ſenkt ſich der Mond nur zum Theil in den Schatten, wie in P, wenn ſeine Bahn KPM wäre, wo ſeine kleinſte Entfernung m oder OP = OR — PR = P + p — r — PR iſt, und PR weniger als PQ = R beträgt. In ſolchem Falle iſt die Finſterniß partial: ein Theil des Mondes RQ bleibt unverfinſtert, und RS iſt der gröſte Theil des Mondes, der in den Schatten trit, ſeine gröſte Phaſe, deren Größe gewöhnlich in Zwölftheilen vom Halbmeſſer des Mondes, die man Zolle nennt, und wider in 60 Theile oder Minuten theilt, angegeben wird. Dieſe gröſte Phaſe RS iſt = OR — OS, und OR = P + p — r, OS = OP — PS = m — R, alſo die gröſte Phaſe = P + p — r — (m — R), oder P + p — r + R — m. Gröſte Phaſe.

§. 201. Um den Leſern dieſe Rechnung vollkommen deutlich zu machen, wollen wir ſie auf die Mondfinſterniß anwenden, die 1809 in der Nacht vom 29 zum 30 April N. St. in ganz Europa ſichtbar war. Nach dem Berlinſchen aſtron. Jahrbuch traf die Oppoſition L ein um 1 Uhr 31 M. 47 S. nach Mitternacht Berliner Zeit, und zwar nach dem Ω, wie es die 59. Figur darſtellt. Alsdenn war die Breite des Monds OL = b = 33′ 50″ nordlich, P = 61′, p = 9″, Beyſpiel.

R = 16′ 39″, r = 15′ 54″, H = 37′ 34″, h = 2′ 25″, also die relative stündliche Bewegung in der Länge Nb = H — h = 35′ 9″, und b B = β = 3′ 27″, 7: woraus man im Dreyeck N b B findet N B = G — h = 2119″, 2 und N = 5° 37′ 28″. Man hat ferner P + p = 61′ 9″, woraus sich der Halbmesser des vollen Schattens ergibt P + p — r = 45′ 15″, also um $\frac{1}{60}$ oder 45″ vermehrt = 46′. Im Dreyeck O A L findet man aus O L = 2030″ und A O L = 5° 37′ 28″, die Seiten O A = m = 2020″, 2 und A L = n = 199″. Die n entsprechende Zeit gibt die Proportion, 2119″, 2: 199″ = 1 St.: 5′ 38″, so daß das Mittel der Finsterniß A um 1 Uhr 26′ 9″ eintrifft. Da P + p — r — R = 46′ — 16′ 39″ = 29′ 21″, und m = 33′ 40″, 2 also um 4′ 19″, 2 größer ist, so ist die Finsterniß nur partial, und zwar wird der Mond, weil er eine nordliche Breite hat, an seinem südlichen Theil verfinstert. Die gröste Phase findet man nach §. 200: es ist m — R = 17′ 1″, 2 also P + p — r — (m — R) = 46′ — 17′ = 29′. Da nun der Durchmesser des Monds oder 2 R = 33′ 18″ ist, so findet man die gröste Phase in Zollen durch die Proportion, 33′ 18″: 29′ = 12: 10, 451; d. i. 10 Zoll und 27 Min. Beym Anfang und Ende ist O B = O C = 46′ + R = 62′ 39″, woraus man mit O A = 2020″, die Sehne A B = A C = 3170″ = 52′ 50″ findet, welche in Zeit verwandelt wird durch die Proportion, 2119″, 2: 3170″ = 1 St.: 5385″ oder 1 St. 29′ 45″. Subtrahirt man diese Zeit von der Zeit des Mittels = 1 Uhr 26′ 9″, und addirt sie auch dazu, so erhält man den Anfang und das Ende um 11 Uhr 56′ 24″ Abends und 2 Uhr 55′ 54″ Morgens, folglich die ganze Dauer der Finsterniß beynahe 3 Stunden.

Beobachtung der Mondfinsternisse.

§. 202. Der graue Halbschatten, der den vollen schwarzen Schatten umgibt, und nach und nach dunkler wird, je näher er ihm ist, bis er sich auf eine unmerkliche Art mit ihm vermischt, macht es äußerst schwer, beyde von einander zu unterscheiden, und folglich den Anfang der Finsterniß genau zu

beobachten. Leichter wird es beym Ende, wo man beyde Schatten neben einander ſieht. Die genaueſte Beobachtung aber gewähren die Ein- und Austritte der einzelnen Flecken im Monde, deren Namen man ſich alſo auf einer guten Mond-Karte bekannt machen muß. Wenn man gleich nicht die Gränze zwiſchen dem halben und vollen Schatten genau unterſcheiden kann, ſo iſt doch zu erwarten, daß man dieſe Gränzen beym Ein- und Austrit auf gleiche Art ſchätzt: da dann das Mittel zwiſchen beyden Momenten den Augenblick gibt, da der erſte oder letzte Rand, oder auch der Mittelpunkt des Flecks in der Mitte des vollen Schattens lag. Dieſe Zeiten, mit den an andern Oertern gemachten Beobachtungen verglichen, geben unmittelbar den Unterſchied der Uhren beyder Oerter, mithin ihrer geographiſchen Länge (Sph. §. 114. 117.). Denn da der Mond ſich wirklich in den Schatten taucht, ſo zeigt ſich dieſe Erſcheinung an allen Oertern, wo der Mond ſichtbar oder über dem Horizont iſt, auf gleiche Art und im nämlichen Augenblick; die Parallaxe hat gar keinen Einfluß darauf, weil der Schatten gleich einem Schleyer den Mond dicht umſchließt, ſo daß kein Raum zwiſchen ihnen iſt: es iſt daher hier, wie bey den Finſterniſſen der Jupiters-Trabanten, gleichgültig, ob man den Mond gerade im Zenit oder von der Seite im Horizont betrachtet.

Es iſt ein äußerſt ſeltener Fall, daß der Mond bey einer totalen Finſterniß ganz verſchwindet: ſo erzählt Hevel, daß d. 25 Apr. 1642 der total verfinſterte Mond nicht einmal durch Fernröhre entdeckt werden konnte, obgleich der Himmel ganz ſternklar war. Gewöhnlich hat er das Anſehen einer glühenden Kohle, die deſto röther und leuchtender iſt, je weiter der Mond von der Erde entfernt iſt. Dies iſt eine natürliche Folge der Stralenbrechung: denn man begreift leicht, daß die Sonnenſtralen, die bey ihrem Durchgange durch die Atmoſphäre der Erde bey t und τ (56. Fig.) in den Schatten geworfen werden, demſelben einiges Licht mittheilen müſ-

sen, daß aber eine stärkere Brechung dazu gehört, um sie bis in die Mitte des Schattens O zu bringen, wenn der Mond durch L M geht, als bis o, wenn er durch l m geht. Der Schatten ist daher nahe bey der Erde schwärzer, als nahe bey der Spitze C; doch hängt der verschiedene Grad der Farbe oder Dunkelheit des verfinsterten Mondes nicht bloß von diesem Umstande, sondern auch vom jedesmaligen Zustande der Erd-Atmosphäre ab, daher er fast bey jeder Finsterniß ein verschiedenes Ansehen hat. Indeß bleibt er sehr oft so hell, daß man sogar seine Flecken durch Teleskope unterscheidet.

Ihre Sichtbarkeit auf der Erde.

§. 203. Um zu untersuchen, in welchen Ländern der Erde eine Mondfinsterniß sichtbar sey, darf man nur die leichte Rechnung anstellen, wo der Mond während der Finsterniß über oder unter dem Horizont ist. An den Oertern, wo der Mond erst nach dem Anfange der Finsterniß aufgeht, oder schon vor dem Ende untergeht, sieht man nur das Ende oder den Anfang. Diese Untersuchung läst sich am leichtsten durch eine künstliche Erdkugel bewerkstelligen. Da hier keine große Genauigkeit erfodert wird, so kann man annehmen, daß der Mond während der ganzen Finsterniß der Sonne gerade entgegen gesetzt ist, und daß sich seine Abweichung nur wenig ändert. Man nimt also aus den Ephemeriden die Abweichung des Monds im Mittel der Finsterniß, und verschiebt die Axe des Globus so, daß der Parallel der Erde, der dieselbe Breite hat, durch das Zenit des Globus geht. Man bringt Berlin, oder den Ort nach dessen Uhr die Finsterniß berechnet ist, unter die untre Hälfte des Meridians (weil der Mond der Sonne gegen über steht), stellt den Zeiger auf 12 Uhr Mittag, und dreht nun den Globus, bis der Zeiger die berechnete Zeit des Anfangs zeigt. Alsdenn steht der Punkt der Erde im Zenit, der den Mond beym Anfange gerade über dem Scheitel hat, und die ganze obere Hälfte des Globus begreift die Länder, die den Mond über dem Horizont haben, also den Anfang der Finsterniß sehn: die in der untern Hälfte sehen den Anfang nicht.

Nachdem man diese Länder aufgezeichnet hat, dreht man den Globus, bis der Zeiger der Uhr das Ende anzeigt. Alle nun über den Horizont liegenden Oerter sehen das Ende: diejenigen, die bey der erstern Stellung über, bey der letztern unter dem Horizont waren, sehen den Anfang, aber nicht das Ende; diejenigen, welche vorher unter, jetzt über dem Globus waren, sehen bloß das Ende; solche die bey beyden Stellungen über oder unter dem Horizont liegen, sehen die ganze Finsterniß oder gar nichts davon.

In unserm Beyspiel (§. 201.) war die Abweichung des Mondes beym Anfange der Finsterniß 13° 50′ südlich, beym Ende 14° 13′, statt dessen man für beyde Stellungen das Mittel, nämlich 14° nimt. Man hebt also den Globus aus, und hängt ihn so ein, daß der Nord-Pol unter dem Horizont liegt, und verschiebt die Axe, oder den messingenen Meridian in seinem Einschnitt, bis der südliche Parallel von 14° durch das Zenit geht, d. h. bis vom Pol an der 14te Grad des Meridians im Horizont liegt. Nun führt man Berlin oder 31° der Länge unterhalb, oder den entgegen gesetzten Punkt, d. i. 211° der Länge, oberhalb des Horizonts unter dem Meridian, stellt den Zeiger der Uhr die den Pol umgibt auf 12, und dreht den Globus nach Osten, wie sich die Erde dreht, bis der Zeiger auf 11 Uhr 56′ steht, oder um 179°, so daß der 32ste Grad des Aequators unter dem obern Meridian steht. In dieser Lage befestigt man den Globus, und bemerkt nun, A) daß der Horizont durch die westliche Küste von Neu-Holland, durch Java, Siam, zwischen China und Tibet, mitten durch die große Tatarey, durch das Tomskische Gouvernement, mitten durch Nova Semla, durch Grönland, die östliche Küste von Labrador, die Bahama-Inseln und St. Domingo, Cartagena und Quito in Süd-Amerika, und das südliche Eismeer geht; B) daß ganz Süd-Amerika nebst den Karaiben, New-Foundland, Island und die östliche Küste von Grönland, ganz Europa und Afrika, die ganze

asiatische Türkey, Arabien, Persien, Indostan disseits und der westlichste Theil jenseits des Ganges, Sumatra, Tibet, die Bucharey, westliche Tatarey, und das Tobolskische Gouvernement über, C) ganz Nord-Amerika und Grönland, alle Länder und Inseln der Süd-See, Borneo und die östlichen Inseln Ostindiens, China, Japan, und das östliche Sibirien unter dem Horizont liegen. Da das Ende der Finsterniß 3 Stunden später erfolgt, so dreht man den Globus noch um 45° weiter nach Osten, so daß der 347ste Grad des Aeqvators im Meridian liegt. Dann findet man, D) daß der Horizont durch das persische und kaspische Meer, durch die östliche Gränze des europäischen Rußlands, die nordlichste Spitze von Schweden, Norwegen, und Grönland, durch die Hudsons-Bay, den westlichen Theil von Nord-Amerika, die nordliche Spitze von Kalifornien, und durch das stille Meer geht; E) daß ganz Süd-Amerika, Mexiko, Luisiana, die Nord-Amerikanischen Staaten, Kanada, Labrador, Grönland, Isßland, ganz Afrika und Europa, die asiatische Türkey, und der westliche Theil von Persien über, F) ganz Asien mit Ausnahme der Türkey, alle Süd-See-Inseln, und der unbebaute westliche Theil von Nord-Amerika unter dem Horizont liegen.

Diese Finsterniß ist demnach in ihrer ganzen Dauer sichtbar, in den Ländern die B) und E) gemein sind, d. i. in ganz Süd-Amerika, Isßland, ganz Afrika und Europa, und der asiatischen Türkey; sie ist ganz unsichtbar, in den Ländern die C) und F) gemein sind, nämlich im westlichen Theil von Nord-Amerika, im ganzen stillen Meer, in Borneo und den Philippinen ꝛc. in ganz China und Japan, und im östlichen Sibirien jenseits Tobolsk; es ist nur der Anfang sichtbar in den Ländern die zu B) und F) gehören, d. i. in Persien, der Bucharey, Tibet, Indostan, Sumatra, der großen Tatarey, und dem Tobolskischen Gouvernement; das Ende allein, in den Ländern die C) und E) gemein sind, nämlich in Grönland und ganz Nord-Amerika außer der Nord-West-Küste und Kalifornien.

Zweytes Kapitel.

Die Sonnen-Finsterniſſe.

Verſchiedene Arten von Sonnenfinsterniſſen.

§. 204. Ein geringes Nachdenken wird uns überzeugen, daß auf dem Monde, wenn er bey L (56. Fig.) in den Erd-Schatten trit, eine Sonnenfinsterniß erfolgt, weil ihm die Sonne von der Erde bedeckt wird. Setzt man also die Erde an die Stelle des Monds, so entsteht auf der Erde eine Sonnenfinsterniß, weil der Mond in seiner Konjunktion zwischen der Sonne und Erde durch geht, und jene ganz oder zum Theil dem Auge auf der Erde bedeckt, oder die Erde in den Schatten des Mondes trit, so wie bey den Mondfinsterniſſen der Mond in den Erd-Schatten trat. Die Sonnenfinsterniſſe können also nur beym Neumonde, so wie die Mondfinsterniſſe nur beym Vollmonde statt haben: bey diesen wird der in vollem Lichte prangende Mond verschleyert, bey jenen zeigt sich der sonst unsichtbare Neumond als ein schwarzer Körper vor der Sonnenscheibe. Die Berechnung beyder Erscheinungen wird also ganz auf die nämliche Art geführt, so lange man auf die verschiedenen Oerter des Erdbodens eben so wenig Rücksicht nimt, als bey den Finsterniſſen des Mondes auf seine einzelnen Flecken. Bey den letztern ist es uns gleichgültig, ob der Punkt des Mond-Randes, der bey λ zuerst in den Schatten trit, oder den Anfang der Sonnenfinsterniß auf dem Monde zuerst sieht, eine Stadt, ein Dorf, oder eine Wüste ist; bey den Sonnenfinsterniſſen aber wollen wir wissen, wie sie in Petersburg, in Pekin, oder in London erscheinen, zu welcher Zeit sie an jedem Orte der Erde anfangen und aufhören: und diese Untersuchung erfodert wegen der Parallaxe eine weitläuftige Rechnung. Es ist daher natürlich, ehr man diese schwerere Rechnung vornimt, mit der leichteren anzufangen, und die Sonnenfinsterniſſe im allgemeinen zu betrachten, ohne auf die verschiedenen Länder der Erde Rücksicht zu nehmen.

Die Sonnenfinsternisse werden überhaupt, gleich den Mondfinsternissen, in totale und partiale eingetheilt, nachdem die ganze Sonnen-Scheibe oder nur ein Theil von ihr irgend einem Orte der Erde vom Monde bedeckt wird: und dies hängt nicht allein davon ab, wie weit der Mond in die Sonnen-Scheibe eintrit, sondern es wird zu einer totalen Bedeckung erfodert, daß der Durchmesser des Mondes uns wenigstens eben so groß erscheint, als der der Sonne. Beyde scheinen von ungefähr gleicher Größe (32′): allein durch die ekzentrische Bewegung, scheint uns der Mond, nach seinen verschiedenen Entfernungen von der Erde, bald größer bald kleiner als die Sonne: im erstern Fall bedeckt er, wenn er mitten vor der Sonne steht, ihre ganze Scheibe, und es erfolgt eine totale Finsterniß; im letztern Fall bleibt um den Mond ein Ring der Sonne unbedeckt, und die Finsterniß heist ringförmig. Beyde Erscheinungen können an demselben Ort der Erde mehr oder weniger Minuten dauern, nachdem beyde Durchmesser mehr oder weniger von einander verschieden sind; sie halten nur einen Augenblick an, wenn beyde Durchmesser gleich sind: daher man totale und ringförmige Sonnenfinsternisse mit und ohne Dauer hat. Wenn der Mond eine solche Lage erhält, daß die Mittelpunkte des Monds und der Sonne mit irgend einem Ort auf der Erde in gerader Linie stehn, so daß dieser Ort beyde Mittelpunkte einander decken sieht, so heist die Finsterniß zentral; und auch diese Erscheinung kann längere Zeit dauern, wiewol es in jedem Augenblick ein andrer Punkt der Erde ist, der sich in dieser Lage befindet.

Die Erdfinsterniß im allgemeinen.

§. 205. Bey der allgemeinen Rechnung sieht man nicht auf die verschiedenen Oerter der Erde, man betrachtet sie bloß wie eine von der Sonne erleuchtete Kugel, die durch den Mond-Schatten geht. Es verhält sich hier also ganz wie bey den Mondfinsternissen (§. 199.): man sucht die Zeit der ☌ oder des Neumonds, und für diese Zeit die Breite des Monds und die stündlichen Bewegungen, woraus die Lage der relativen

Mondbahn gefunden wird, ferner die kürzeſte Entfernung im Mittel der Finſterniß, die Zeit zwiſchen dem Mittel und der ☌, den Anfang und das Ende der Finſterniß überhaupt, ſo wie der totalen oder ringförmigen. Hiebey iſt nur eine Bemerkung nöthig. Damit die Finſterniß auf der Erde überhaupt, d. h. an irgend einem Orte derſelben total ſey, iſt es nicht nothwendig, daß die ganze Erdkugel L (56. Fig.) ſich 56. Fig. in den Mond-Schatten eintauche (eine Sache die an ſich unmöglich iſt, weil die Erde den Mondſchatten an Größe übertrifft): ſo bald nur ein Punkt derſelben λ in den vollen Schatten trit, wird dieſem Punkt die ganze Sonne bedeckt, und die totale Finſterniß fängt an, ſo bald die Erdkugel in L den vollen Schatten berührt. Eben ſo nimt die partiale Finſterniß ihren Anfang, wenn die Erde in P den Halbſchatten berührt: denn in dieſem Augenblick ſieht der Ort auf der Erde p, der den Schatten berührt, den Mond-Rand τ in s in die Sonnenſcheibe treten; ſo daß die ganze Finſterniß von P bis Q, die totale von L bis M dauert. Um die ringförmige Finſterniß zu beſtimmen, darf man ſich nur deutlich vorſtellen, was erfolgen müſſe, wenn das Auge in der geraden Linie durch die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes TC weiter zurück trit. Die zentrale Bedeckung dauert immer fort; aber je weiter das Auge ſich entfernt, deſto kleiner erſcheint der Mond im Verhältniß gegen die Sonne, und aus der totalen Finſterniß, die ſo lange ſtatt hatte, als der Mond die Sonne noch an Größe übertraf, wird endlich eine ringförmige, ſo bald das Auge ſich ſo weit entfernt hat, daß der Mond kleiner als die Sonne ſcheint. In beyden Arten von Finſterniſſen befindet ſich alſo die Erde in derſelben geraden Linie, und der ganze Unterſchied entſteht aus der größern oder geringeren Entfernung der Erde vom Monde: mit andern Worten, der Kegel des vollen Schattens tCτ wird über eine gewiſſe Gränze hinaus zum ringförmigen Schatten; und man wird leicht errathen, daß dieſe Gränze nichts anders iſt als die

Spitze des Kegels C, so daß der entgegen gesetzte Kegel DCE den ringförmigen Schatten begränzt. Die Tangenten C t s, C τ σ, zeigen nämlich, daß in C die scheinbaren Durchmesser der Sonne und des Mondes gleich sind. Im Kegel t C τ scheint der Mond größer als die Sonne: so wird in m der scheinbare Durchmesser des Monds durch die Linien m t s und m τ r bestimmt, ragt also in r über den Durchmesser der Sonne s σ hervor. Im Kegel DCE verhält es sich umgekehrt (§. 197.): in jedem Punkt B erscheint der Mond unter dem Winkel d B e, die Sonne aber unter dem Winkel s B σ, folglich erscheint der schwarze Mond von einem hellen Ringe umgeben, dessen Breite e s oder d σ ist. Nachdem also die Erde in I K oder in R A durch den Mondschatten geht, wird die Finsterniß total oder ringförmig.

Halbmesser der partialen, zentralen, totalen und ringförmigen Finsterniß.

60. Fig.

§. 206. Um diese Sache noch auf eine andre Art deutlich zu machen, wollen wir uns jetzt in den Mittelpunkt der Erde versetzen, für welchen alle Winkel und Bewegungen in den Tafeln berechnet sind. Wenn (60. Fig.) S und T die Mittelpunkte der Sonne und der Erde sind, um welche letztre der Mond seine Bahn W O von Westen nach Osten beschreibt, und die Berührungslinien der Sonne und Erde s m t und σ n τ gezogen sind, so erhellt, daß in dem Augenblick da des Mondes Mittelpunkt in M angelangt ist, so daß sein östlicher Rand m die Tangente s t berührt, die partiale Sonnenfinsterniß auf der Erde anfängt: und zwar ist es der Ort t auf der Erde allein, der diesen Anfang sieht, weil jeder andre Ort A den östlichen Mondrand m noch weit von der Sonne in μ, der Ort t aber ihn eben in den westlichen oder rechten Rand der Sonne s eintreten sieht. Ist der Mond noch weiter nach W entfernt, so kann kein Theil von ihm irgend einem Ort auf der Erde in der Sonnenscheibe erscheinen. Eben so endigt sich die ganze Finsterniß, wenn der Mond in N ist, so daß er dem Ort τ eben aus der Sonne getreten ist, und sein westlicher Rand n den östlichen oder linken Sonnen-Rand σ

berührt: jeder andre Ort B sieht alsdenn den Mond-Rand n schon weit außer der Sonne in ν, und einen Augenblick nachher ist der Mond weiter nach Osten gerückt, und entfernt sich immer mehr von der Sonne. Die geozentrische Entfernung des Mondes von der Sonne beym Anfang und Ende der ganzen Finsterniß, oder der Winkel MTS = NTS ist demnach mTS + MTm = mTs + STs + MTm. Nun ist im Dreyeck mTs der äußre Winkel Tmt der Summe der beyden innern mTs + msT gleich, mithin mTs = Tmt — msT, und MTS = Tmt — msT + STs + MTm. Behält man daher die Bezeichnungen des 198 §. bey, so ist Tmt der aus dem Monde gesehene Halbmesser der Erde oder die Horizontal-Parallaxe des Monds = P, msT oder tsT ist die Horizontal-Parallaxe der Sonne = p, und STs und MTm sind die geozentrischen Halbmesser der Sonne und des Mondes, r, R. Es wird also der Winkel MTS, oder wie man es nennt, der Halbmesser der partialen Finsterniß = P — p + R + r: dies ist die geozentrische Entfernung des Mondes von der Sonne oder von der Linie der Konjunktion TS.

Wenn des Mondes Mittelpunkt bis L vorgerückt ist (61. Fig.), so sieht der Ort t (der aber wegen der Umdre- 61. Fig.
hung der Erde nicht mit dem vorigen Ort t einerley ist) ihn in der Linie tLS gerade auf dem Mittelpunkt der Sonne: folglich fängt die zentrale Finsterniß auf der Erde an, weil jeder andre Ort der Erde A den Mittelpunkt des Mondes L noch in l weit nach Westen vom S entfernt sieht. Ist des Mondes Mittelpunkt bis K gekommen, so sieht der Ort τ eine zentrale Bedeckung τKS, und dies ist auch die letzte: denn jeder andre Ort B sieht den Mond K schon in k östlich über S hinaus gerückt, und gleich nachher auch der Ort τ. Die geozentrische Entfernung der Mittelpunkte des Mondes und der Sonne beym Anfang und Ende der zentralen Bedeckung, oder der Halbmesser der zentralen Finsterniß ist also LTS = TLt — TSt = P — p.

62. Fig. Wenn der Mittelpunkt des Mondes in L steht (62. Fig.), so daß sein östlicher Rand l in der Linie t l σ gerade auf den östlichen Sonnen-Rand σ fällt, so sieht der Ort t den Anfang der totalen Finsterniß, vorausgesetzt, daß der scheinbare Durchmesser des Monds l t λ größer als der der Sonne ist, so daß er in n noch über der Sonne bey s hervor ragt. Jeder andre Ort der Erde B sieht dann den Mond-Rand l noch weiter rechts von σ, also die Sonne noch nicht ganz bedeckt: und vorher war l noch weiter rechts, so daß in diesem Augenblick die totale Finsterniß auf der Erde anfängt. Die geozentrische Entfernung der Mittelpunkte ist alsdenn S T L oder C T L = C T l + L T l, und C T l = σ T l − σ T S, also C T L = σ T l − σ T S + L T l. Da nun im Dreyeck l T σ, dessen eine Seite σ l nach t verlängert ist, T l t = σ T l + T σ l ist, so wird σ T l = T l t − T σ l, und C T L = T l t − T σ l − σ T S + L T l. Es ist aber T l t = P, T σ l oder T σ t = p, σ T S = r, und L T l = R, folglich der Halbmesser der totalen Finsterniß = P − p + R − r.

63. Fig. Ist endlich der Mittelpunkt des Mondes in L (63. Fig.), so daß sein westlicher Rand l von der Tangente s t berührt wird, und ist sein scheinbarer Durchmesser l t λ oder s t n kleiner als die Sonne, so daß ein Theil von ihr zwischen n und σ unbedeckt ist, so ist dies der Anfang der ringförmigen Finsterniß, weil im nächsten Augenblick, durch die Bewegung des Mondes, der Rand l links von s nach v gerückt ist, also sich auch auf dieser Seite ein Theil der Sonnenscheibe s v frey gemacht hat, so daß um den Mond ein heller Ring der Sonne sichtbar ist, der von s v und n σ begränzt wird: jeder andre Ort der Erde A sieht den Mond-Rand l noch rechts von s, oder außer der Sonne, folglich den Anfang der ringförmigen Finsterniß später als t. Beym Ende, welches der Ort τ zuletzt sehen wird, findet dieselbe Lage wider statt, und es ist beym Anfang und Ende der ringförmigen Finsterniß die geozentrische Entfernung der Mittelpunkte L T S = l T S − L T l

$= lTs + STs - LTl$. Es iſt aber, wegen der nach lt verlängerten Seite sl des Dreyecks lTs, $Tlt = lTs + Tsl$, oder $lTs = Tlt - Tsl$, mithin $LTS = Tlt - Tsl + STs - LTl$, oder da $Tlt = P$, $Tsl = Tst = p$, $STs = r$, $LTl = R$ iſt, der Halbmeſſer der ringförmigen Finſterniß $= P - p + r - R$.

Die zentrale Finſterniß kann an jedem Ort der Erde nur einen Augenblick dauern, da nemlich die Mittelpunkte der Sonne und des Monds mit dieſem Ort in gerader Linie ſind; die totale oder ringförmige aber kann an jedem Ort mehrere Minuten anhalten, ſo lange nämlich der Mond den Bogen ns oder $n\sigma$ (62. 63. Fig.) durchläuft. Auf der Erde überhaupt kann die zentrale und die totale oder ringförmige Finſterniß mehrere Stunden dauern, ſo lange nämlich die geozentriſche Entfernung der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes kleiner als $P - p$ oder als $P - p + R - r$ iſt. Wenn nämlich dieſe Finſterniß am Ort t aufhört, ſo fängt ſie an andern Oertern zwiſchen t und τ an, und zuletzt am Orte τ.

§. 207. Die übrige Rechnung wird ganz ſo wie bey den Mondfinſterniſſen (§. 199.) geführt. Indem der Mond von Weſten nach Oſten geht, rückt die Sonne nach eben der Richtung, und der Mond folgt ihr mit dem Ueberſchuß ſeiner Geſchwindigkeit. Man läſt daher die Sonne oder Erde ruhen, und den Mond nach der Breite mit der in den Tafeln gefundenen ſtündlichen Bewegung β, nach der Länge aber nur mit dem Unterſchiede der ſtündlichen Bewegungen des Mondes und der Sonne, $\dot{H} - \dot{h}$, fort rücken: wodurch ſeine relative Bahn und Geſchwindigkeit beſtimmt wird. Nachdem man nun die Zeit T der σ in L (59. Fig.), und alle übrigen Elemente aus den Tafeln genommen hat, ſo berechnet man daraus, wie oben, Mittel, Anfang, und Ende jeder Finſterniß, ſo wie die gröſte Phaſe. Um alles dies deutlicher zu machen, ſoll das Beyſpiel der totalen Sonnenfinſterniß am 29 November 1807 dienen, die gleich nach dem Ω erfolgte, wie es die 59. Figur

Beyſpiel.

59. Fig.

vorstellt. Nach den Tafeln war die ☌ um 12 Uhr 52′ 38″ Mittags nach Berliner Zeit = T, und um diese Zeit, Länge der Sonne und des Mondes = 8 Z. 6° 23′ = L, Breite des Monds L O = b = 32′ 3″, stündliche Zunahme der Breite b B = β = 3′ 18″, 6, seine relative stündliche Bewegung N B = G — h = 33′ 14″, Parallaxe P = 59′ 40″, Halbmesser R = 16′ 16″, Halbmesser der Sonne r = 16′ 16″, ihre Parallaxe p = 8″. Der Halbmesser der partialen Finsterniß ist also (§. 206.) = 59′ 32″ + 16′ 16″ + 16′ 16″ = 1° 32′ 4″ = O B, und die Halbmesser der zentralen, totalen, und ringförmigen sind alle gleich, nämlich 59′ 32″ = O D. Hier trit nämlich der seltene Fall ein, daß R, r, genau gleich sind, daher die Finsterniß so gut ringförmig als total, oder vielmehr total ist, aber an jedem Ort der Erde nur einen Augenblick anhält, wenn nämlich die Mittelpunkte sich decken, weil R — r = o ist. Aus b B und N B findet man im Dreyeck B b N den Winkel N = 5° 42′ 58″, der mit dem Winkel A O L einerley ist. Mit diesem Winkel und L O, berechnet man im Dreyeck O A L, O A = 31′ 53″, 4 und L A = 3′ 11″, 5. Da O A kleiner als 59′ 32″ ist, so ist die Finsterniß zentral, und dauert während der Zeit, da die geozentrische Entfernung der Mittelpunkte von 59′ 32″ bis 31′ 53″ ab, und dann wider bis 59′ 32″ zunimt. Nun hat man 33′ 14″ : 3′ 11″, 5 = 1 St. : 5′ 45″, 8 welches die Zeit durch A L ist, die von T abgezogen, die Zeit des Mittels der Finsterniß um 12 Uhr 46′ 52″ gibt. Aus O B = 1° 32′ 4″, O D = 59′ 32″, und O A = 31′ 53″ berechnet man in den Dreyecken O A B und O A D, die Sehnen A B = 1° 26′ 22″ und A D = 50′ 16″, wofür man die entsprechende Zeit durch das Verhältniß findet, daß N B = 33′ 14″ in 1 Stunde durchlaufen wird: dies gibt die Zeit durch B A = 2 St. 35′ 56″, durch D A = 1 St. 30′ 46″. Zieht man diese Zeiten von dem Mittel 12 Uhr 46′ 52″ ab, und addirt sie auch dazu, so erhält man nach Berliner Zeit, Anfang der ganzen Finsterniß auf der Erde = 10 Uhr 10′ 56″,

Ende = 3 Uhr 22′ 48″, Anfang der totalen und zentralen Finſterniß = 11 Uhr 16′ 6″, Ende = 2 Uhr 17′ 38″: alſo Dauer der ganzen Finſterniß = 5 St. 11′ 52″, Dauer der zentralen und totalen = 3 St. 1′ 32″.

§. 208. Ein ſehr wichtiger Gegenſtand iſt hier die Unterſuchung, welche Länder an der Finſterniß überhaupt, und welche an der totalen und zentralen Theil nehmen werden. Dieſe Rechnung iſt hier nicht ſo leicht wie bey den Mondfinſterniſſen (§. 203.): denn die Sichtbarkeit einer Sonnenfinſterniß hängt nicht allein davon ab, daß die Sonne über dem Horizont iſt, ſondern die Parallaxe hat hier einen ſo großen Einfluß, daß die Sonne an einem Orte total verfinſtert, und an einem andern Orte zu gleicher Zeit ganz unbedeckt erſcheinen kann. Dies iſt eine natürliche Folge davon, daß der Körper der uns die Sonne verdeckt (der Mond) nicht wie ein Schleyer die Sonne unmittelbar überzieht, ſondern bloß zwiſchen ihr und unſerm Auge trit, und zwar der Erde weit näher iſt als der Sonne. Wenn eine undurchſichtige Scheibe in der Richtung der Sonne vor meinen Augen gehalten wird, ſo ſcheint mir die Sonne verdeckt, ich darf mich aber nur bücken oder erheben, d. h. das Auge dem Süd- oder dem Nord-Pol nähern, um dieſer Finſterniß ein Ende zu machen, und die Sonne unter oder über jener Scheibe frey zu ſehen. Derſelbe Fall iſt es mit dem Monde, nur daß wegen ſeiner größern Entfernung das Auge ſich nicht um wenige Fuß, ſondern um viele Meilen ſenken oder erheben muß, um unter oder über dem Monde vorbey zu ſehen. Wenn z. B. Sonne und Mond zur Zeit der ☌ ſich beyde im Aequator befinden, ſo hat man unter der Linie eine zentrale Sonnenfinſterniß, aber unter den Polen ſieht man die Sonne unbedeckt über dem Monde, weil letztrer durch die Parallaxe weit mehr erniedrigt als durch die Refraktion erhöhet, die Sonne aber mehr erhöhet wird. Wenn der Mond ſich nordlich von der Sonne befindet, ſo weicht die Linie durch beyder Mittelpunkte nach

Weg des Schattens über die Erde.

Norden ab, trifft also die Erde unter einem nordlichen Parallel, der alsdenn die Sonne zentral verfinstert sieht. Nordlich und südlich von diesem Parallel, sieht man in geringer Entfernung die Sonne zwar noch verfinstert, aber nicht total, und in grösseren Entfernungen von jenem Parallel erscheint sie ganz unbedeckt. Wenn man sich also eine gerade Linie durch die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes vorstellt, die während der ganzen Finsterniß dem Monde in seiner relativen Bahn folgt, so wird diese Linie, theils wegen ihrer Bewegung die mit der relativen Bewegung des Monds einerley ist, theils wegen der Rotation der Erde, in jedem Augenblick auf einen andern Ort der Erde treffen, der alsdenn eine zentrale Finsterniß hat: und alle diese Oerter der Erde liegen in einer krummen Linie, die man den Weg des Mittelpunkts des Schattens oder der zentralen Finsterniß nennt. Die Richtung dieses Weges geht immer von Westen nach Osten über die Erde, so daß die westlichen Länder der Erde die Finsterniß ehr-

64. Fig. sehen, als die östlichen. Wenn nämlich (64. Fig.) zu einer gewissen Zeit, S, L, C, die Mittelpunkte der Sonne, des Monds, und der Erde sind, und die Linie der Mittelpunkte S L C die Erdfläche in T trifft, so ist T der Ort der in diesem Augenblick eine zentrale Finsterniß hat, der Mittelpunkt des Schattens. Nach 2 Stunden hat der Mond nach Osten um die Erde einen Winkel L C l von ungefähr 1° beschrieben, und t ist der Mittelpunkt des Schattens. Der Winkel C l t ist von L C l nur um die Sonnen-Parallaxe C S t, also um wenige Sekunden verschieden, daher auch C l t ungefähr 1° ist. Man kann also das Dreyeck C l t, in dem die Entfernungen des Monds von der Erde, l C, l t, unmerklich verschieden sind, als ein gleichschenklichtes betrachten, in dem beyde Winkel an der Basis C, t, gleich sind, und zusammen 180° — C l t d. i. 179° machen, so daß jeder von ihnen, wie $lCt = 89\frac{1}{2}°$ ist, woraus folgt $TCt = 89\frac{1}{2}° + LCl = 90\frac{1}{2}°$. In eben der Zeit von 2 Stunden ist der Ort T durch die tägliche Umdrehung

der Erde auch nach Oſten gerückt, aber nur um den Winkel $TC\tau = 30°$: ſo daß der Mittelpunkt des Schattens t um 60° öſtlich vom Ort T oder τ liegt. Der Schatten geht demnach von Weſten nach Oſten über die Erde, und zwar wenigſtens 30° in 1 Stunde.

Anfang bey Sonnen-Aufgang, Ende bey Sonnen-Untergang.

§. 209. Die erſte Aufgabe, und die zugleich bey allen übrigen zum Grunde liegt, iſt die Beſtimmung des Weges, den der Mittelpunkt des Schattens (§. 208.) über die Erde nimt: und dieſer Weg iſt leicht gefunden, wenn man die zwey Oerter der Erde t und τ (61. Fig.) kennt, die den Anfang und das Ende der zentralen Finſterniß ſehen. Wenn $tC\tau$ die Lage der Erde oder des Globus in dieſem Augenblick vorſtellt, ſo iſt C der Ort der die Sonne S im Zenit hat, t und τ aber liegen im Horizont, und zwar trit t eben über den Horizont, oder die Sonne geht ihm auf, weil die Erde ſich von Weſten nach Oſten durch $tC\tau$ um ihre Axe dreht, τ aber dreht ſich nach s, oder die Sonne geht dort unter. Ueberhaupt alſo wird der Anfang der zentralen, totalen und partialen Finſterniß bey Sonnen-Aufgang, das Ende aber bey Sonnen-Untergang geſehen: wovon man ſich auch durch folgende Schlüſſe überzeugen kann. Daß ein Ort der Erde die Finſterniß ehr oder ſpäter als ein andrer ſieht, iſt eine Folge der Parallaxe: der Unterſchied wird alſo da am gröſten ſeyn, wo die Wirkung der Parallaxe am gröſten iſt, d. i. im Horizont, ſo daß diejenigen Oerter, die den Anfang der Finſterniß ehr als alle übrigen oder das Ende zuletzt ſehen, Sonne und Mond im Horizont haben müſſen; und es iſt nur noch die Frage, ob ihnen die Sonne auf oder untergehe. Da die Parallaxe den Mond erniedrigt oder dem Horizont näher bringt, ſo muß ſeine wahre Stellung über der Sonne ſeyn, damit er ihr durch jene Erniedrigung genähert werde. Beym Anfange der Finſterniß iſt der Mond noch weſtlich von der Sonne, beym Ende ſchon öſtlich: im erſten Falle muß ſich alſo der weſtliche Theil der Mondbahn oder der Ekliptik über dem Horizont er-

61. Fig.

heben, im letzten der östliche Theil; d. h. dort müssen Sonne und Mond im östlichen Horizont stehen oder eben aufgehn, hier im westlichen. Der Anfang jeder Finsterniß wird also bey Sonnen-Aufgang, das Ende bey Sonnen-Untergang gesehen.

Oerter die Anfang und Ende der zentralen,

§. 210. Das erste was man zu thun hat, ist, dem Pol des Globus die gehörige Erhöhung zu geben, daß der Ort C in das Zenit komme. Hiezu dient die Abweichung der Sonne D im Mittel der Finsterniß, die man in den Ephemeriden findet. Um eben so viel Grade wird der Nord- oder Süd-Pol, nachdem D nordlich oder südlich ist, über dem Horizont des Globus erhoben, da dann der Parallel, in dem sich die Sonne und der Ort C befinden, durch das Zenit des Globus geht. Damit nun aber C selbst den obersten Punkt im Meridian einnehme, muß man den Globus nach der Zeit z. B. des Anfangs der zentralen Finsterniß stellen, d. h. denjenigen Grad des Aeqvators unter den messingenen Meridian des Globus bringen, der alsdenn Mittag hat. Sind die Zeiten nach dem Berliner Meridian berechnet, dessen Länge vom ersten Meridian 31° ist, so multiplizirt man die Berliner Zeit vom Mittage an gerechnet mit 15, und bringt den 31sten Grad des Aeqvators um diesen Bogen westlich oder östlich vom Meridian, nachdem es vor oder nach Mittage ist, weil die Erde sich von Westen nach Osten dreht. Im obigen Beyspiel (§. 207.) war der Anfang der zentralen Finsterniß um 11 Uhr 16 M. oder 44 Min. vor Mittage, welches mit 15 multiplizirt 11 Grad gibt, um welche der 31ste Grad westlich vom Meridian kömmt. Da die Abweichung der Sonne 21° 24′ südlich ist, so erhebt man den Süd-Pol des Globus um 21° 24′ über dem Horizont, und dreht den Globus dann, bis der 42ste Grad des Aeqvators unter dem Meridian steht. Nun weiß man, daß der Ort t, der den Anfang bey Sonnen-Aufgange sieht (§. 209.), im westlichen Horizont des Globus liegt; um aber diesen Punkt selbst zu finden, muß man auch die Lage des Pols kennen.

Es ſtelle DBCE (65. Fig.) die Hälfte der Erdkugel vor, über welche der Mittelpunkt des Schattens BALC fort ſtreicht; O ſey der Ort der die Sonne im Zenit hat, die man ſich alſo ſenkrecht über der Ebne des Papiers in ſo großer Entfernung vorſtellen muß, daß alle geraden Linien von der ganzen Erdfläche nach dem Mittelpunkt der Sonne einander parallel ſind, ſo daß die Sonne über jedem Ort der Erde B, C, ſenkrecht ſteht. Wenn nun NFG die relative Mondbahn iſt, die man ſich ebenfalls, wiewol in weit geringerer Entfernung, über dem Papier vorſtellen muß, ſo wird der Ort der Erde B oder C eine zentrale Bedeckung in dem Augenblick ſehn, da ſich der Mond in B oder C, d. i. ſenkrecht über dem drunter liegenden Ort der Erde B oder C befindet, folglich in derſelben Richtung, worin die Sonne jedem Ort erſcheint. Macht man alſo den Halbmeſſer der Erde OD=OB=OC der Monds-Parallaxe oder P—p gleich, ſo fängt die zentrale Finſterniß an oder endigt ſich, wenn der Mond in B oder C iſt, wo ſeine geozentriſche Entfernung von der Sonne OB=OC dem Halbmeſſer der zentralen Finſterniß P — p gleich iſt (§. 206.); und die Oerter B, C, ſehen den Anfang und das Ende beym Auf- und Untergange der Sonne. Es ſey EODN die Ekliptik, und alles übrige wie in der 59. Fig. (§. 207.), OP aber ſey der Meridian des Orts O, und P der Nord-Pol, der hier alſo unter dem Papier liegt. Da OL auf der Ekliptik ſenkrecht iſt, mithin einen Breiten-Kreis vorſtellt, ſo iſt LOP der Poſitions-Winkel der Sonne (Sph. 56.), den man für jede Länge der Sonne in den aſtronomiſchen Tafeln findet. Man kann ſtatt deſſen auch den Winkel POD gebrauchen, unter dem der Meridian die Ekliptik ſchneidet, und der mit jenem 90° macht. Auf dem Globus ſieht man dieſen Winkel M, den die Ekliptik in jedem Grade der Länge mit dem Meridian macht, und man wird bemerken, daß ſie mit dem Theil des Meridians OP, der ſich nach dem Nordpol erſtreckt, und der hier immer verſtanden wird, einen ſpitzen

65. Fig.

Winkel an der östlichen Seite des Meridians macht in den aufsteigenden Zeichen (Sph. §. 78.), d. i. im Winter und Frühling, an der westlichen Seite aber im Sommer und Herbst. In unserm Beyspiel also, im November, fällt der spitze Winkel POD vom Meridian OP nach Westen, oder nach der Seite F woher der Mond kömmt. Um diesen Winkel M auf dem Globus zu finden, bringe man den Grad der Ekliptik L den die Sonne einnimt, $8^3\ 6\frac{1}{3}^\circ$ (§. 207.), unter den Meridian, so gibt der Bogen des Horizonts zwischen der Ekliptik und dem Meridian den Winkel M: man findet in unserm Beyspiel, daß die Ekliptik an der westlichen Seite den Horizont zwischen 9° und 10° schneidet, so daß sie mit dem Meridian einen Winkel von 80° 8′ macht. Wir haben nun also POD = M = 80° 8′, und es ist AOD oder AQN = 90° — N, weil OA auf der Mondbahn senkrecht ist (§. 207.), also AOD = 90° — 5° 43′ = 84° 17′, folglich AOP = AOD — M = 4° 9′. Nun war OB = P — p = 59′ 32″, und OA = 31′ 53″, 4; woraus man im rechtwinklichten Dreyeck OAB den Winkel AOB = 57° 37′ = AOC findet, welches POB = AOB — AOP = 53° 28′, und POC = AOC + AOP = 61° 46′ gibt: der erste Winkel liegt westlich vom Meridian OP, der andre östlich.

Bringt man nun wider den 42sten Grad des Aequators unter den Meridian, so hat der Globus die Lage der Erde beym Anfange der zentralen Finsterniß, und man findet, daß der Punkt der Erde, der im Horizont um 53° 28′ vom Meridian nach Westen liegt, eine nordliche Breite von 33° 40′ und östliche Länge von 326° hat: der Ort B, der den Anfang der zentralen Finsterniß bey Sonnen-Aufgange sieht, liegt also im atlantischen Ozean 14° südlich von New-Foundland. Für das Ende, um 2 Uhr 17′ 38″ nach Mittage (§. 207.), welches 34° 24′ beträgt, um welche Berlin östlich vom Meridian der Sonne liegt, muß 3° 24′ westlicher Länge oder 356° 36′ des Aequators unter den Meridian gebracht werden. Alsdenn

findet man im öſtlichen Horizont 61° 46′ vom Meridian, $26\frac{1}{2}$° nordlicher Breite und 77° öſtlicher Länge: der Ort C, der das Ende der zentralen Finſterniß bey Sonnen-Untergange ſieht, liegt alſo an der Perſiſchen Küſte, etwas ſüdöſtlich von Ormus.

§. 211. Wenn man um O noch einen Kreis mit dem Halbmeſſer der partialen Finſterniß OH = OF = OG = OI = P − p + R + r = 1° 32′ 4″ ſchlägt, ſo daß DH = RF = SG = R + r iſt, ſo ereignet ſich Anfang und Ende der ganzen Finſterniß, wenn der Mond in F und in G iſt: der Mittelpunkt des Mondes ſteht nämlich ſenkrecht über F oder G, der Mittelpunkt der Sonne über R, S (§. 210.). Da nun RF = SG der Summe beyder Halbmeſſer R + r gleich iſt, ſo ſieht man in R und S die Berührung der Ränder; an jedem andern Ort T aber iſt die Entfernung TG größer. Die Oerter R, S, ſind es alſo, die Anfang und Ende der ganzen Finſterniß ſehen. Die Rechnung iſt hier die nämliche wie im 210. §. nur daß OF = 1° 32′ 4″ ſtatt OB = 59′ 32″ geſetzt wird. Dies gibt den Winkel AOF = AOG = 69° 44′, POF = AOF − AOP = 65° 35′, und POG = AOG + AOP = 73° 53′. und der partialen Finſterniß ſehen.

Beym Anfange der partialen Finſterniß um 10 Uhr 11′ vor Mittage (§. 207.) iſt Berlin 1 St. 49′ d. i. 27° 15′ weſtlich, folglich liegt 58° 15′ des Aequators im Meridian. Nachdem der Globus ſo geſtellt iſt, findet man im weſtlichen Horizont 65° 35′ vom Meridian oder 25° 25′ vom Aequator nach Norden, 22° 40′ nordlicher Breite und 337° öſtlicher Länge: der Ort der den Anfang der ganzen Finſterniß bey Sonnen-Aufgange ſieht, liegt alſo faſt 1° ſüdlich vom nordlichen Wendekreiſe mitten im atlantiſchen Ozean.

Beym Ende um 3 Uhr 22′ 48″ (§. 207.) liegt Berlin 50° 42′ öſtlich, folglich liegt 19° 42′ weſtlicher Länge oder 340° 18′ des Aequators im Meridian. In dieſer Lage des Globus findet man im öſtlichen Horizont 73° 53′ vom Meridian oder 16° 7′ vom Aequator, 15° 20′ nordlicher Breite und 65° öſtlicher Länge: folglich liegt der Ort, der das Ende

de der ganzen Finsterniß bey Sonnen-Untergange sieht, auf der südlichen Küste des glücklichen Arabiens.

Oerter welche die zentrale Finsterniß sehen.

§. 212. Wenn man außer den zwey Oertern B, C, die Anfang und Ende der zentralen Finsterniß sehen, noch einen dritten Ort gefunden hat, der das Mittel derselben in A sieht, so sind diese drey Punkte hinlänglich, um dadurch den Weg des Schattens zu zeichnen. Statt des eigentlichen Mittels in A nimt man gewöhnlich denjenigen Ort, der die Sonne im Meridian zentral verfinstert sieht, und der nicht sehr von jenem verschieden ist. Man sieht leicht, daß dies kein andrer seyn kann, als der Punkt p, der in dem allgemeinen Meridian O P worin sich die Sonne immer befindet, und in der relativen Mondbahn F G zugleich liegt. Der Pol P ist nämlich der einzige feste Punkt, um den sich die Erde D Q C E Q dreht, und zwar so daß O, oder vielmehr der senkrecht darüber befindliche Punkt der Erdfläche, den Ort vorstellt, der in jedem Augenblick die Sonne im Scheitel hat (§. 210.), welche sich also beständig im Meridian P O befindet. In jeder Lage der Erde sieht jeder Ort L die Sonne über L senkrecht (§. 210.), den Mond aber, der sich alsdenn in p befindet, um den Bogen L p von der Sonne entfernt. Der Ort also, der sich alsdenn gerade senkrecht unter p befindet, sieht sowol die Sonne als den Mond senkrecht über p, folglich eine zentrale Finsterniß, und zwar in seinem Meridian O p P. Die Figur ist so gezeichnet, wie sie aus der Sonne in großer Entfernung über O erscheint: D Q C E ist der Horizont des Orts O, den man sich auf der Oberfläche der Erde, also um den Erdhalbmesser O D = O Q über O erhoben vorstellen muß. Der Meridian O p Q und alle Kreise durch O erscheinen wie gerade Linien, oder die geraden Linien der Figur, die durch O gehen, stellen Kreisbogen vor, und der Nordpol P liegt in unserm Beyspiel (§. 210.) unter dem Horizont oder unterhalb des Papiers. Alles dies wird deutlicher werden, wenn man sich den Meridian O p Q von der Seite N vorstellt, wie in

der 66. Figur, wo O′ der Mittelpunkt der Erde iſt, O der Ort der die Sonne ☉ im Zenit hat, und der in der 65. Fig. mit O′ zuſammen fiel, P der Nordpol der unter dem Horizont Q des Orts O liegt. Alle Oerter der Erde O, M, p, ſehen die Sonne in parallelen Richtungen O☉, M☉, p☉ (§. 210.), den Mond L aber wegen ſeiner großen Parallaxe in verſchiedenen Richtungen OL, ML, pL: der einzige Ort p der in der Linie ☉L liegt, ſieht eine zentrale Bedeckung; die Oerter O, M, aber ſehen die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes um die Winkel ☉OL, ☉ML, von einander entfernt. Dieſer Ort p läſt ſich leicht aus der 65. Figur beſtimmen. Man hat im rechtwinklichten Dreyeck OAp, AOp = 4° 9′ (§. 210.), und OA = 31′ 53″,4 = 1913″,4 (§. 207.), woraus man Op = 1918″,4 und Ap = 138″,8 findet. Die gerade Linie Op iſt nichts anders als O′p′ oder op in der 66. Figur. Zieht man nun noch den Halbmeſſer der Erde O′p = P — p = 59′ 32″ (§. 210.), ſo findet man im rechtwinklichten Dreyeck O′op, aus den beyden Seiten O′p = 3572″ und op = 1918″,4 den Winkel OO′p = 32° 29′, welcher mit dem Bogen des Meridians Op einerley iſt, folglich pQ = 90° — 32° 29′ = 57° 31′ gibt. Nun war die Erhöhung des Pols über dem Horizont oder QP = 21° 24′ (§. 210.), alſo Pp = 78° 55′, oder die nordliche Breite des Orts p = 90° — Pp = 11° 5′. Zur Beſtimmung der Länge dient die Zeit, die man (65. Fig.) aus dem Bogen Ap = 138″,8 findet: da nämlich 33′ 14″ oder 1994″ eine Stunde geben (§. 207.), ſo gibt 138″,8 oder Ap 4′ 10½″, um welche Zeit p vor dem Mittel A eintrifft. Nun war das Mittel um 0 Uhr 46′ 52″ Berliner Zeit (§. 207.), alſo p um 0 Uhr 42′ 41½″. In p ſelbſt aber iſt die Zeit Mittag oder 0 Uhr: folglich zählt Berlin 42′ 41½″ mehr als p, oder liegt 10° 40′ 22″ öſtlich von p. Die Länge von p iſt alſo 31° — 10° 40′ 22″ = 20° 19′ 38″, und der Ort der 4 Min. vor dem Mittel der ganzen Finſter-

niß die Sonne zentral in seinem Meridian verfinstert sieht, liegt in Afrika ungefähr 5° nordlich von der Gold-Küste von Guinea.

Wenn man nun durch diese drey Punkte B, p, C, die die zentrale Finsterniß Morgens, Mittags, und Abends sehen, auf dem Globus oder einer Karte, eine so wenig als möglich gekrümmte Linie zieht, so hat man den Weg des Mittelpunkts des Schattens, der in unserm Beyspiel vom Punkt B an (§. 210.) durch das atlantische Meer zwischen den Kanarischen und den Kapo-Verdo-Inseln, mitten durch Afrika nordlich von der Guineeischen Küste, durch Nigritien, Nubien, das rothe Meer, Arabien, und den persischen Meerbusen bis zum Punkt C geht. Man findet diese Linie leichter und genauer, wenn man auf dem Globus die beyden Punkte des Horizonts, wo B und C lagen, nämlich vom Meridian 53°28′ westlich und 61°46′ östlich (§. 210.) bemerkt. Befestigt man nun vermittelst zweyer Stützen, ein Lineal horizontal über diesen zwey Punkten, bemerkt auf demselben die Punkte b, c, die gerade über B, C, liegen, theilt diese Linie b c des Lineals in 3 Stunden (die Dauer der zentralen Finsterniß) (§. 207.), und jedes Drittheil wider in 6 Theile ab, so findet man für jede Abtheilung von 10 zu 10 Minuten, gerade unter dem entsprechenden Punkt des Lineals den Ort der Erde auf dem Globus, der alsdenn eine zentrale Finsterniß hat, nachdem man den Globus von der Stellung des Anfangs an, um 10 Min. d. i. um $2\frac{1}{2}$ Grad östlich gedreht, also nach und nach die Punkte des Aeqvators, 42°, $39\frac{1}{2}$°, 37°, $34\frac{1}{2}$°, &c. unter den Meridian gebracht hat.

Da der Halbmesser der totalen oder ringförmigen Finsterniß um den Unterschied der Halbmesser R und r größer ist, als der der zentralen (§. 206.), so darf man nur in der Entfernung R — r oder r — R, mit jener Linie die den Weg der zentralen Finsterniß bezeichnet, auf beyden Seiten parallele Linien ziehen: diese werden einen Streifen einschließen, der

alle Oerter auf der Erde begreift, die eine totale oder ringförmige Finſterniß haben.

und welche die Finſterniß überhaupt ſehen.

§. 213. Um nun noch die Gränze der partialen Finſterniß zu beſtimmen, muß man ſich erinnern, daß jeder Ort der Erde R (65. Fig.) die äußere Berührung von Sonne und Mond ſieht, wenn der Mond in F um die Summe der Halbmeſſer $R + r = 32' 32''$ von R entfernt iſt (§. 211.). Dieſer Ort ſieht in dem Augenblick den Anfang der Finſterniß, er liegt aber nicht in der Gränze, d. h. er ſieht noch mehr von der Finſterniß als den Anfang, weil ſich ihm der Mond in ſeiner Bahn FB nähert: und dieſe Näherung oder Entfernung beyder Punkte F, R, iſt zuſammen geſetzt aus der relativen Bewegung des Mondes F, und der des Orts R vermöge der Umdrehung der Erde. Es wird alſo nur derjenige Punkt in der Gränze der Finſterniß liegen, der in dem Augenblick da er vom Monde B um $R + r$ entfernt iſt, durch die Rotation der Erde eine Linie beſchreibt, die mit der Mondbahn BA parallel iſt, ſo daß er derſelben weder vorher noch nachher näher war. Alle Oerter der Erde, die eine ſolche Lage haben, zu berechnen, würde eine unnöthige Mühe ſeyn: folgende leichte Methode iſt zu dieſem Zweck genau genug. In demſelben Meridian OpP, worin der Ort p liegt, der die Sonne Mittags zentral verfinſtert ſieht (§. 212.), gibt es zwey Oerter q, q', die vom Mittelpunkt des Schattens p um $pq = R + r$ entfernt ſind, alſo eine Berührung der Ränder der Sonne und des Monds ſehen, und die zugleich in einer Richtung liegen, welche wie Op beynahe auf der Mondbahn FG ſenkrecht iſt, die ferner durch die Rotation der Erde in einem Kreiſe herum geführt werden, der auf dem Meridian OpP ſenkrecht, alſo mit FG parallel iſt, ſo daß der Mond ihnen nicht näher kommen kann, als er in p war. Dieſe Oerter q, q', liegen alſo in der Gränze der Finſterniß: ſie ſehen Anfang und Ende zugleich, nämlich bloß die äußre Berührung beyder Weltkörper: und zwar ſieht q die Berührung des nordlichen Son-

nen- und südlichen Mond-Randes, q' aber die des südlichen Sonnen- und nordlichen Mond-Randes. Erstrer nämlich sieht den Mittelpunkt der Sonne senkrecht über q, den Mond aber über p: da nun der Nordpol über p hinaus fällt, so liegt der nordliche Rand der Sonne zwischen q und p, der des Mondes aber zwischen p und q', folglich sein südlicher Rand zwischen p und q; der Ort q' hingegen sieht die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes über q' und p, also den südlichen Sonnen- und den nordlichen Mond-Rand zwischen q' und p in Berührung. Alle übrigen Oerter der Erde, die nichts weiter als die Berührung der Ränder sehen, müssen in eben der Entfernung von der Mondbahn FG liegen, als q und q' von p: zieht man also durch q und q', auf dem Globus oder einer Karte, zwey Linien die mit dem Wege des Mittelpunkts des Schattens, der schon gezeichnet ist (§. 212.), parallel sind, so schließen diese alle Oerter ein, die an der Finsterniß Theil nehmen. Allen außerhalb dieser Zone liegenden Oertern ist die Finsterniß unsichtbar. Die Bestimmung der Oerter q, q', folgt auf eine sehr leichte Art aus dem 212. §. Ihre Länge ist nämlich mit der von p einerley $= 20^\circ 19' 38''$, weil sie in demselben Meridian liegen. Ihre Breite findet man aus der Entfernung $Oq = R + r - Op$ und $Oq' = Op + R + r$. Nun war $Op = 1918'',4$ (§. 212.), und $R + r = 32' 32'' = 1952''$, folglich $Oq = 33'',6$ und $Oq' = 3870'',4$: q liegt also südlich von O, und q' fällt über Q hinaus, weil $OQ = P - p$ nur $3572''$ ist, d. h. die Gränze des Schattens fällt nach Norden hin über die Erde hinaus, alle Länder auf der Nord-Seite der Mondbahn, die die Sonne über dem Horizont haben, liegen im Schatten oder sehen die Finsterniß; der Ort q' aber liegt in der untern oder der Nacht-Seite der Erde, so daß nach dieser Seite hin die Gränze des Schattens gar nicht bestimmt werden darf. Südlich von O aber ist $Oq = 33'',6$ welches mit der Linie O'q' oder qk (66. Fig.) einerley ist. Nun war der Halbmesser $O'q = P - p = 3572''$

also findet man im Dreyeck O′kq, aus den Seiten O′q = 3572″ und qk = 33″,6 den Winkel kO′q oder den Bogen Oq = 32′20″, um welchen q südlicher liegt als O, dessen Breite der südlichen Abweichung der Sonne = 21°24′ gleich ist (§. 210.): dies gibt die Breite von q = 21°56′20″ südlich, und die Länge = 20°19′38″; q liegt also im atlantischen Meer. Setzt man nun auf die Karte, die man von dem Theil der Erde entworfen hat, der auf der obern Hälfte des Globus liegt, den einen Fuß eines Zirkels in den Ort p (§. 212.), nämlich in 11°5′ nordlicher Breite und 20°20′ Länge, den andern Fuß in den Punkt q unter demselben Meridian und 21°56′ südlicher Breite, und läst mit dieser Oefnung des Zirkels den Fuß in p dem schon gezeichneten Wege des Mittelpunkts vom Schatten folgen, indem der andre eine damit parallele Linie beschreibt: so gibt diese die Gränze der Finsterniß überhaupt, die in unserm Beyspiel längs der Küste von Kumana, Guyana, durch die Mündung des Amozonenflusses, und so weiter längs der Küste von Süd-Amerika einige Grade südlich vom Aeqvator bis Paraiba, dann durch das atlantische Meer einige Grade südlich von St. Helena vorbey geht, die afrikanische Küste unter dem südlichen Wendekreise trifft, Afrika durchschneidet, in Monomotapa die Küste wider verläst, dann ganz nahe nordlich von Madagaskar vorbey streift, und sich im Indischen Ozean unter der Linie und 87° Länge verliert.

Diese Gränze darf nämlich nur bis zu den Ländern fortgesetzt werden, die während der ganzen Finsterniß Nacht haben, d. h. denen die Sonne beym Anfange schon unter, und beym Ende noch nicht aufgegangen ist: und diese Länder findet man, erstre am östlichen, letztre am westlichen Horizont des für den Anfang und das Ende gestellten Globus (§. 211.). Der östliche Horizont beym Anfange geht, so fern er in die eben gefundene Gränze fällt, durch die Insel Formosa, die östliche Küste von China, Irkutsk, die Mündung des Ob, bis an die nordliche Spitze von Schweden; der westliche Horizont

beym Ende durchschneidet die Hudsons-Bay und Grönland. In allen Ländern, die östlich von jener Linie, oder westlich von dieser liegen, ist die Finsterniß unsichtbar: sie kann also nur gesehen werden in ganz Europa, ganz Asien mit Ausschluß von China, Japan, und dem Irkutskischen Gouvernement, in ganz Afrika bis an den südlichen Wendekreis, an der Küste von Brasilien, in einem Theil von Nord-Amerika, und im atlantischen Ozean.

Nutzen der Beobachtungen.

§. 214. Die wichtigste Beobachtung bey einer Sonnenfinsterniß ist die der Zeit-Momente, da der Mond zuerst in die Sonnenscheibe eintrit, und da er sie wider ganz verläst. Die letztre Beobachtung hat keine Schwierigkeit; um aber den Augenblick des Eintrits nicht zu verfehlen, muß man so wol die Zeit des Anfangs der Finsterniß an dem Ort wo man beobachtet, als auch den Punkt des Sonnen-Randes, den der Mond zuerst berühren wird, wenigstens beyläufig kennen. Erstre findet man in den Ephemeriden für die vornehmsten Oerter gewöhnlich angegeben; zu letzterm kann die Zeichnung dienen, die sich in den Ephemeriden für den Ort befindet, nach dessen Meridian sie berechnet sind. Wenn die Finsterniß total ist, so ist es sehr leicht, den Augenblick zu beobachten, da die Sonne ganz vom Monde bedeckt wird, und da ihr erster Strahl wider hinter dem Monde hervor dringt, welches man den Anfang und das Ende der totalen Finsterniß nennt. Von der ringförmigen wird gleichfals Anfang und Ende beobachtet: erstrer findet statt, wenn der Mond zuerst ganz rund in der Sonne erscheint, so daß er sich einen Augenblick nachher von der Sonnenscheibe trennt, und von einem hellen Ringe ganz umgeben wird, der an der westlichen Seite zu, an der östlichen abnimt; letztres, wenn dieser Ring an der östlichen Seite verschwindet, und der Mond anfängt aus der Sonne aus zu treten.

Diese Beobachtungen sind von großem Nutzen, sowol zur Berichtigung der Mondbahn, als zur genauen Bestimmung

der Länge der Beobachtungs-Oerter. Man berechnet nämlich für die Zeit, da Anfang und Ende beobachtet iſt, vermittelſt der ungefähr bekannten Lage des Orts, die Parallaxe die bekanntlich die Richtung des Vertikal-Kreiſes durch den Mittelpunkt des Mondes hat, und ſucht aus der Lage der Ekliptik gegen den Vertikal-Kreis, die Wirkung die die Parallaxe längs der Ekliptik und ſenkrecht darauf, oder nach der Länge und Breite hat, und die man die Längen- und Breiten-Parallaxe nennt. Vermittelſt derſelben kann man die aus den Tafeln berechnete oder wahre Länge und Breite der Sonne und des Monds in die ſcheinbare, und umgekehrt verwandeln. Wenn nun die 67. Figur die Berührung der Sonne und des Mondes s, m, beym Anfange, und s a die Ekliptik vorſtellt, auf welche m a ſenkrecht iſt, ſo kennt man die ſcheinbare Breite des Monds a m, und die Entfernung s m, welche der Summe beyder Halbmeſſer gleich ſeyn muß: und hieraus berechnet man im rechtwinklichten Dreyeck s a m, die Seite a s, welche nichts anders iſt als der Unterſchied der ſcheinbaren Längen der Sonne und des Mondes. Verbindet man hiemit die Längen-Parallaxe ſo, daß die ſcheinbaren Längen in wahre verwandelt werden, ſo erhält man den Unterſchied der wahren Längen im Augenblick da der Anfang der Finſterniß beobachtet iſt. Da nun die ſtündlichen Bewegungen der Sonne und des Monds aus den Tafeln genau bekannt ſind, ſo gibt eine einfache Regel de Tri die Zeit, die der Mond noch gebraucht, um die Sonne einzuholen, oder die Zeit der wahren Konjunktion, da beyde wahren Längen gleich ſind. Wenn nun dieſelbe Finſterniß an mehreren Orten beobachtet, und auf dieſe Art die Zeit der wahren ☌ nach der Uhr jedes Orts berechnet iſt, ſo vergleicht man zuerſt ſolche Oerter, deren Lage vollkommen beſtimmt iſt: da dann der Unterſchied zwiſchen dieſer berechneten Zeit und der in den Tafeln angegebenen Zeit der ☌, zur Berichtigung der Tafeln oder der Theorie des Mondes dient. Mit dieſer Verbeſſerung der wahren Länge und Breite des

67. Fig.

Mondes, nimt man die eben erklärte Rechnung für einen weniger bekannten Ort vor, an dem die Finsterniß beobachtet ist. Das Resultat dieser Rechnung gibt die Zeit nach dem Meridian dieses Orts, da dasselbe Moment der wahren ☌ statt hatte: und der Unterschied zwischen dieser Zeit und der Zeit nach einem bekannten Meridian, gibt den Unterschied der geographischen Längen.

Allgemeine Bemerkungen über die Finsterniße.

§. 215. Wenn gleich die höhere Kultur des neuern Europa, und die Verbreitung astronomischer Kenntniße selbst unter der geringeren Volks-Klasse, unser Zeitalter vor jenen stärkeren Empfindungen sichert, die ehemals beym Anblick einer Sonnenfinsterniß ganze Völker zittern machten, und die uns so natürlich sind, wenn wir große Naturbegebenheiten sehen, die wir nicht erklären können, wenn sich unsern Augen Wirkungen ohne Ursache darstellen: so ist doch besonders eine totale Sonnenfinsterniß ein zu seltenes und außerordentliches Schauspiel, um nicht selbst in dem gebildeten Zuschauer große Gefühle zu erregen, und die Perioden ihrer Erscheinungen zu einem wichtigen Gegenstand zu machen.

Die alten Astronomen bedienten sich schon der Chaldäischen Periode von 18 Jahren und 11 Tagen (§. 172.) zur Berechnung der Finsternisse. Das Zurückweichen der Mondsknoten (§. 170. 173.) macht, daß ihre Länge jährlich um etwa $19\frac{1}{3}$ Grad, also in 18 Jahren und 11 Tagen um mehr als 348° abnimt oder um 11° bis 12° zunimt: und diese 11° hat die Sonne in den übrigen 11 Tagen durchlaufen. Da nun die Zeit von 18 Jahren und 11 Tagen genau 223 synodische Monate enthält, so erhalten die Sonne, der Mond, und seine Knoten, am Ende dieser Periode wider dieselbe Lage, als am Anfange, und die Finsternisse, die von dieser Stellung abhängen, müssen nun in derselben Ordnung wider folgen. Man hat bemerkt, daß in solcher Periode gewöhnlich 70 Finsternisse erfolgen, worunter 29 Mond- und 41 Sonnen-Finsternisse sind. Jedes Jahr im Durchschnitt hat also

etwa 4 Finsterniſſe, und die Sonnen- und Mond-Finsterniſſe verhalten ſich wie 7 und 5. Doch iſt die Zahl der Finsterniſſe in jedem Jahr ſehr verſchieden. Es hat Jahre gegeben wie 1787, in denen ſich 4 Sonnen- und 3 Mond-Finsterniſſe ereigneten, andre wie 1788, die nur 2 Sonnen- und gar keine Mond-Finsterniß hatten. Aus §. 200. folgt, daß keine Mondfinsterniß erfolgen kann, wenn die Breite des Monds in der ☌ den Bogen P — p + R — r übertrifft, welcher höchſtens 64′ betragen kann; und aus §. 206. daß keine Sonnenfinsterniß möglich iſt, wenn die Breite des Monds in der ☌ gröſſer als P — p + R + r = 1°34′ iſt. Die Gränze der Mondfinsterniſſe iſt alſo weit enger als die der Sonnenfinsterniſſe: jene gibt eine Entfernung vom Knoten von 12° bis 13°, dieſe von 15° bis 21°; d. h. über 21° vom Knoten iſt keine Sonnenfinsterniß möglich, und unter 15° muß nothwendig eine erfolgen. Hieraus erklärt ſich, warum die Finsterniſſe an der Sonne häufiger ſind, als am Monde.

Da in einem Monat von $29\frac{1}{2}$ Tagen die Sonne etwa 30° durchläuft, ſo iſt jeder Neumond um eben ſo viel weiter vorgerückt als der vorhergehende. Fiel alſo ein Neumond 15° vor dem Knoten, ſo wird der nächſte etwa 15° nach dem Knoten fallen, beyde alſo innerhalb der Gränze der Finsterniſſe, ſo daß in ſolchem Falle zwey Sonnenfinsterniſſe unmittelbar auf einander folgen, die aber wegen der groſſen Entfernung vom Knoten (15°) beyde nur klein ſind. Der dazwiſchen liegende Vollmond fällt in den Knoten ſelbſt, iſt daher mit einer ſehr groſſen Mondfinsterniß verbunden. Dies folgt auch umgekehrt: bey einer totalen Mondfinsterniß haben der unmittelbar vorhergehende und nachfolgende Neumond gewöhnlich kleine Sonnenfinsterniſſe, welches im Jahr 1790 zweymal eintraf. Zwey Mondfinsterniſſe hingegen, die nur um einen Monat von einander entfernt wären, ſind unmöglich, weil jeder Vollmond vom nächſten 30° entfernt iſt, folglich, wenn der eine mit einer Finsterniß verbunden, mithin um weniger

als 13° vom Knoten entfernt war, der andre wenigstens 17° davon entfernt seyn muß. Bey totalen oder ringförmigen Sonnenfinsternissen, die in den Knoten fallen, kann folglich weder der vorhergehende noch folgende Vollmond eine Mondfinsterniß haben. Ueberhaupt folgt daraus, daß die Mondfinsternisse desto kleiner sind, je größer die Sonnenfinsternisse sind, und umgekehrt.

Obgleich aber die Sonnenfinsternisse auf der Erde überhaupt häufiger sind als die Mondfinsternisse, so sind sie doch an einem bestimmten Orte fast dreymal so selten, wovon der Grund sehr begreiflich ist. Eine Mondfinsterniß ist allerwärts sichtbar, wo der Mond über dem Horizont ist, folglich in jedem Augenblick auf der halben Erdkugel: es nimt also weit mehr als die Hälfte der Erde, wegen ihrer Umdrehung, daran Theil. Die Sonnenfinsternisse aber sind in jedem Augenblick nur auf einem Stück der Erdfläche sichtbar, das höchstens 70° zum Durchmesser hat. Eine totale Sonnenfinsterniß ist in jedem Augenblick nur auf einem Fleck von höchstens 2° oder 200 Werst im Durchmesser sichtbar: daher totale Sonnenfinsternisse an einem bestimmten Ort äußerst seltene Erscheinungen sind. Nach einer genauen Rechnung werden in Paris von 1769 bis 1900, also in 130 Jahren, nur 59 Sonnenfinsternisse sichtbar seyn, und darunter keine totale und nur eine ringförmige. Man kann also für einen bestimmten Ort, höchstens nur in 2 Jahren eine sichtbare Sonnenfinsterniß, und in 200 Jahren eine totale rechnen. Die letzte in Europa überhaupt sichtbare totale Sonnenfinsterniß war 1724, und dauerte in Paris $2\frac{1}{2}$ Minuten.

Die längste mögliche Dauer einer Mondfinsterniß auf der Erde überhaupt ist 4 St. 38 Min. einer totalen 2 St. 18 M.; die einer Sonnenfinsterniß 7 St., einer totalen 4 St. 38 M.

Indem die Sonne vom Monde nach und nach bedeckt wird, erweitert sich, durch eine höchst weise Einrichtung der Natur, die Oeffnung unsers Auges in eben dem Verhältniß,

so daß fast dieselbe Menge von Licht in unser Auge dringt, und uns, auch wenn schon 3 Viertel der Sonne bedeckt sind, die Abnahme des Lichts so wenig merklich ist, als wir einen Unterschied in der Helligkeit des Tageslichts vom Mittage bis kurz vor Sonnen-Untergange bemerken. Wenn aber nur noch etwa der zwölfte Theil der Sonne unbedeckt ist, so scheint es, daß die Pupille sich nicht mehr erweitern kann: ein heiliges Dunkel, welches eine ganz andre Wirkung auf uns macht als die Dämmerung, scheint den Erdkreis zu bedecken, und der Himmel nimt eine Farbe an, die eine Art von Schauder erregt; wir glauben nicht so wol eine Abnahme des Lichts, als eine Mattigkeit oder Schwäche des Auges zu spüren, die vielleicht von der zu schnellen Erweitrung desselben herrührt. Wenn endlich die Sonne ganz bedeckt ist, so umgibt uns eine Dunkelheit die fühlbarer als die Nacht ist, weil das Auge nicht Zeit gehabt hat, sich daran zu gewöhnen: Ruhe des Grabes scheint sich über den Erdkreis zu verbreiten; Vögel und vierfüßige Thiere suchen ihre Ruheplätze, oder fallen zur Erde, und die Nachtvögel verlassen ihre Schlupfwinkel; die Sterne erscheinen, und nicht selten hat man nahe bey der Sonne Kometen gesehen, die sonst nie entdeckt wären. Wir glauben eine feuchte kühle Luft zu empfinden, und die ganze Natur scheint den Verlust der Quelle des Lichts und der Wärme zu betrauern, bis plötzlich der erste widerkehrende Strahl der Sonne, gleich einem Blitz, die Nacht in Tag verwandelt, und die Natur aus ihrem Schlummer erweckt.

Drittes Kapitel.

Die Durchgänge der untern Planeten vor der Sonne.

§. 216. Da der Mond der Erde näher als irgend ein andrer Weltkörper ist, so muß er alle übrigen, die er auf seigen vom Monde. Stern-Bedeckun-

nem Wege antrifft, unserm Auge bedecken: und da jede Gegend des Himmels mit Sternen besäet ist, so vergeht nicht leicht ein Monat, ohne daß der Mond über einem oder mehreren Sternen von der ersten bis fünften Größe weg geht; die unzähligen Bedeckungen kleinerer Sterne entgehen unserm Auge, weil ihr schwächeres Licht vor dem Glanze des nahen Mondes erlischt. Die Bedeckung der Fixsterne vom Monde wird auf eben die Art berechnet, wie die Sonnenfinsternisse; nur mit dem Unterschiede, daß man weder auf die Bewegung, noch auf die Parallaxe und den Durchmesser der Sonne Rücksicht nehmen darf, weil dies alles bey den Sternen weg fällt.

Diese Beobachtungen sind, gleich denen der Sonnenfinsternisse, für die Berichtigung der Mondbahn und der Länge der Beobachtungs-Oerter von der äußersten Wichtigkeit, und gewähren eine noch größere Genauigkeit als jene: sie sind vielleicht unter allen astronomischen Beobachtungen diejenigen, die die schärfste Genauigkeit zulassen. Der Eintrit des Sterns hinter dem Monde, besonders wenn er in den dunkeln Theil desselben fällt, läst sich vollkommen genau beobachten, weil der Stern schneller als der Blitz verschwindet. Größere Schwierigkeit hat die Beobachtung des Austrits, besonders hinter dem hellen Mond-Rande, weil man die Zeit und den Punkt des Austrits beyläufig kennen muß, um ihn nicht zu verfehlen. Man kann sich indeß hiebey, vermittelst der in den Ephemeriden von allen Stern-Bedeckungen gelieferten Zeichnung, auf eben die Art helfen, wie bey den Sonnenfinsternissen. Die vornehmsten Sterne, auf welche die Mondbahn in ihren verschiedenen Lagen treffen kann, und die daher vom Monde bedeckt werden können, sind Aldebaran, das Siebengestirn und andre Sterne im Stier, Regulus im Löwen, die Kornähre der Jungfrau, und Antares im Skorpion.

Eine genaue Berichtigung der Uhr, durch Beobachtung der Sonne und Sterne an demselben Tage, ist die Hauptsache

bey allen solchen Beobachtungen, wozu auch die seltneren Bedeckungen der Planeten vom Monde oder der Sterne von einem Planeten gehören, deren Berechnung auf eben den Gründen beruht.

Erste Beobachtungen der Durchgänge der untern Planeten.

§. 217. Die Durchgänge des Merkurs und der Venus vor der Sonne, besonders aber der letzteren, sind für die theorische Astronomie von der grösten Wichtigkeit, aber so seltene Erscheinungen, daß ihre ausführliche Entwickelung hier ganz am unrechten Orte seyn würde. Den letzten Durchgängen der Venus in den Jahren 1761 und 1769 verdanken wir allein die genaue Kenntniß, die wir endlich von der Größe unsers Sonnen-Systems erhalten haben; aber schwerlich wird dieses Werk noch gelesen werden, wenn unsre Nachkommen das nächste Mal (1874) Venus in der Sonne sehen werden. Uebrigens beruht die Rechnung auf denselben Gründen, die im vorigen Kapitel erklärt sind: es wird daher hier nur nöthig seyn, auf dasjenige aufmerksam zu machen, wodurch sich diese Erscheinungen von den Finsternissen unterscheiden.

Die Seltenheit der Durchgänge der Venus, und die geringe Größe Merkurs, macht es begreiflich, daß diese Erscheinungen von den ältern Astronomen, die ohne Ferngläser beobachteten, nie bemerkt worden sind. So bald man aber durch die Ueberzeugung vom wahren Welt-System, und durch die genauere Bestimmung der Planeten-Bahnen, in den Stand gesetzt war, die Zeit vorher zu berechnen, da die untern Planeten sich zwischen der Sonne und Erde befinden müssen, konnten diese merkwürdigen Durchgänge dem bewaffneten Auge des erwartenden Astronomen nicht entgehen. Kepler war der erste, der nach seinen eigenen Tafeln, für das Jahr 1631 einen Durchgang des Merkurs und der Venus vier Jahre vorher ankündigte. Der erstere ward am 7 November, acht Tage vor Keplers Tode, von Gassendi zu Paris beobachtet; dem letzteren, dessen Epoche Kepler nicht mehr erlebte, ward von den Astronomen vergebens nachgespürt, und es ist

wahrscheinlich, daß er in der Nacht erfolgt ist. Acht Jahre später aber, 1639 den 4 Dezember kurz vor Sonnen-Untergang, ward Venus von Horoccius und Crabtree im südlichen Theil der Sonne eine halbe Stunde beobachtet; und die Sternkunde verdankt diese erste Beobachtung der Art einem glücklichen Zufall. Keplers Tafeln gaben den Ort der Venus etwas zu südlich, so daß dieser Planet unter der Sonne durchgehen sollte; die unvollkommeneren Landsbergschen Tafeln aber setzten ihn viel weiter nach Norden, doch ohne ihn über die Sonne zu erheben: so daß ein Durchgang der Venus durch die Sonnenscheibe, wiewol an einer viel niedrigeren Stelle als die Tafeln es angaben, erfolgen muste, der dann auch wirklich beobachtet ward. Seit dieser Zeit ist Merkur noch achtzehn mal, zuletzt 1802 den 9 November, Venus aber nur zweymal, 1761 und 1769, in der Sonne beobachtet worden. Den erstern Durchgang hatte schon Kepler aus seinen Tafeln vorher berechnet.

Ihre Perioden.

§. 218. Bey jeder untern Konjunktion befindet sich der Planet zwischen der Sonne und der Erde, geht aber, weil seine Bahn nicht mit der Erdbahn oder der Ekliptik in eine Ebne fällt, mehrentheils über oder unter der Sonne vorbey, und kann nur dann in der Sonne erscheinen, wenn seine Breite geringer ist, als der Halbmesser der Sonne und die Wirkung der Parallaxe. Eine ähnliche Rechnung wie die bey den Sonnenfinsternissen erklärte, zeigt, daß dies nur dann geschehen kann, wenn ☿ nicht über $3^\circ 28'$, und ♀ nicht über $1^\circ 49'$, vom Knoten ihrer Bahnen heliozentrisch entfernt sind. Jede untre ☌ ist von der unmittelbar vorhergehenden und nachfolgenden um einen synodischen Umlauf entfernt, welches beym ☿ 116 Tage, bey der ♀ 584 Tage beträgt (§. 122.), in welcher letztern Zeit die Sonne, also auch der Ort der ☌ am Himmel um einen ganzen Umlauf und $215^\circ 32'$ vorgerückt ist. Geht man nun von irgend einem Durchgange aus, da man die Entfernung der ♀ von ihrem Knoten kennt, und

setzt zu dieser Entfernung für jede folgende untere ☌ 215° 32′ hinzu, so hat man bloß die Mühe des Addirens, um diejenigen ☌ aufzufinden, in denen die Entfernung der ♀ von einem oder dem andern Knoten kleiner als 1° 49′, wo also ein Durchgang zu erwarten ist. Wenn z. B. ♀ in der ersten untern ☌ um 1° über dem ☊ hinaus war, also wirklich ein Durchgang erfolgte, so wird sie bey der 2, 3, 4, 5, und 6ten ☌, um 216° 32′, 432° 4′ oder 72° 4′, 287° 36′, 503° 8′ oder 143° 8′, und 358° 40′ oder 1° 20′ vom ☊ entfernt seyn: die sechste ☌ wird also wider mit einem Durchgange verbunden seyn, so daß zwischen beyden Durchgängen eine Zeit von 5 synodischen Umläufen, oder 8 Jahren verfließt. Auf diese Art hat man berechnet, daß gewöhnlich 8 Jahre nach einander zwey Durchgänge folgen, dann aber erst wider nach 105½, 113½, 121½, 129½, oder 235 Jahren, ꝛc. wie die beobachteten Durchgänge von 1631 und 1639 im Dezember, von 1761 und 1769 im Junius, und die berechneten von 1874 und 1882 im Dezember, beweisen. Auf eben die Art hat man gefunden, daß bey den Durchgängen des ☿ die Perioden von 2½, 3½, 6, 7, 13, ꝛc. Jahren statt finden. Es können also in einem Jahrhundert höchstens 2 Durchgänge der ♀, und etwa 14 des ☿ erfolgen. Erstre treffen, nachdem sie beym ☊ oder ☋ statt haben, in die ersten Tage des Junius oder Dezembers, werden aber nächstens in den May und November rücken; letztere beym ☋ oder ☊ im May oder November. Die Durchgänge des ☿ beym ☊ oder im November sind fast dreymal so häufig als die im May, weil sich in dieser Jahrszeit die Erde, folglich auch ☿ in seiner ☌, bey der Sonnenferne des ☿ befindet: daher dieser Planet viel weiter von der Sonne, also der Erde viel näher ist, als im November; wodurch seine geozentrische Breite so vermehrt wird, daß er über oder unter der Sonne vorbey geht, da er hingegen bey derselben heliozentrischen Breite oder Entfernung vom Knoten, im November in der Sonne erschienen wäre.

Oerter, die den Ein- und Austrit zuerst und zuletzt sehen.

§. 219. Indem ein untrer Planet zwischen der Sonne und Erde durchgeht, wird den Erdbewohnern ein Theil der Sonnenscheibe von ihm bedeckt, und zwar nicht ein Ausschnitt derselben, wie bey den partialen Sonnenfinsternissen, sondern ein Theil in ihrer Mitte, der also nach allen Seiten vom hellen Theil der Sonne umgeben ist, wie bey den ringförmigen: so daß diese, wie es scheint, sich von den Durchgängen durch nichts anders unterscheiden, als daß bey den erstern der helle Ring gegen den verfinsterten Theil der Sonne ein sehr geringes Verhältniß hat, bey den letztern aber das Gegentheil statt findet. Allein es gibt außerdem folgenden sehr wesentlichen Unterschied zwischen beyden Erscheinungen. Bey den Finsternissen ist die Erde der Mittelpunkt der Bahnen, nicht allein der Sonne, sondern auch des dunkeln Körpers, des Mondes; bey den Durchgängen ist dies die Sonne. Alle Elemente, die wir oben aus den Monds-Tafeln zur Berechnung der Finsternisse nöthig hatten, werden hier aus den Planeten-Tafeln genommen, und beziehen sich auf die Sonne. Diese heliozentrischen Winkel werden nun zuerst durch eine sehr leichte Rechnung auf geozentrische gebracht, da sie sich so zu einander verhalten, wie die Entfernungen der ♀ von der Erde und von der Sonne, und die Verhältnisse der Entfernungen der Planeten von der Sonne, mithin auch von einander, durch das dritte Keplersche Gesetz genau bekannt sind. Der zweyte Unterschied besteht in der Richtung der Bewegung der untern Planeten, die in der untern ♂ von der Erde aus gesehen eine rückgängige Bewegung von der linken nach der rechten Seite zu haben scheinen (§. 109.), also nicht wie der Mond in den westlichen, sondern in den östlichen Rand der Sonne ein, und am westlichen Rande austreten. Hieraus folgt nun zugleich, daß der Ort der Erde A, der dem Punkt des Eintrits am nächsten ist, folglich den Eintrit ehr als alle andern sieht, im östlichen Horizont der der Sonne zugekehrten Hälfte der Erdkugel liegt, also den Anfang nicht wie bey den Finster-

niſſen des Morgens, ſondern bey Sonnen-Untergange ſieht; daß ferner das Ende zuletzt an einem Ort der Erde B geſehen wird, der im weſtlichen Horizont der von der Sonne beſchienenen Halbkugel liegt, dem alſo die Sonne eben aufgeht. Beyde Oerter A und B werden eben ſo berechnet wie oben (§. 210.), und man findet dadurch zugleich die Oerter a und b, die die Antipoden von A und B ſind, die alſo unter allen Oertern der Erde vom Punkt des Ein- und Austrits am weitſten entfernt ſind, folglich den Eintrit zuletzt bey Sonnen-Aufgang, und den Austrit zuerſt bey Sonnen-Untergang ſehen.

Länder, die bloß den Anfang oder das Ende, die alles oder nichts ſehen.

§. 220. Die Art wie die Durchgänge auf der Erde überhaupt erſcheinen, läſt ſich auf eben die Art deutlich machen, wie bey den Sonnenfinſterniſſen. Man ſtellt den Globus für den Augenblick des Eintrits (§. 210.), ſo daß der öberſte Punkt derjenige iſt, der alsdenn die Sonne im Zenit hat, die ganze obere Hälfte alle Länder enthält, die alsdenn Tag haben, und im weſtlichen Horizont alle Oerter liegen, denen die Sonne eben aufgeht, im öſtlichen diejenigen denen ſie untergeht, ꝛc. Die letztern ſehen bloß den Eintrit, die erſtern den ganzen Durchgang. Alle über dem Horizont befindlichen Länder ſehen den Eintrit, und zwar diejenigen die nahe am weſtlichen Horizont liegen, den ganzen Durchgang, weil ihnen die Sonne eben erſt aufgegangen iſt, die am öſtlichen Horizont aber nur den Anfang, weil ihnen die Sonne bald nachher untergeht. Die Gränze zwiſchen beyden machen demnach die Oerter, denen die Sonne beym Austrit untergeht. Stellt man alſo den Globus für den Austrit, ſo daß alle über dem Horizont liegenden Oerter das Ende ſehen, die im weſtlichen Horizont bloß das Ende, weil ihnen die Sonne nun erſt aufgeht, die im öſtlichen den ganzen Durchgang, weil ihnen die Sonne erſt am Ende untergeht: ſo geben dieſe letztern die eben erwähnte Gränze ab. Man kann nun auf einer Karte vom ganzen Erdboden, durch die Oerter die in beyden Stellungen des Globus im Horizont liegen, zwey krumme Linien

ziehn, die die ganze Erdfläche in vier Theile theilen, wovon der eine bloß den Anfang, der andre bloß das Ende, der dritte alles, der vierte nichts sieht. Bey der ersten Stellung zeigt die obere Hälfte des Globus alle Länder **A**, die den Anfang, bey der zweyten **B** alle die das Ende sehen. Die Länder also, die sowol in **A** als in **B** liegen, sehen den ganzen Durchgang, die in **A** aber nicht in **B** liegen, bloß den Anfang, die in **B** aber nicht in **A** liegen, bloß das Ende, und die sich weder in **A** noch **B** befinden, sehen vom ganzen Durchgange nichts.

Bestimmung der Sonnen-Parallaxe aus den verschiedenen Zeiten,

§. 221. Der Engländer Halley zeigte zuerst die nützliche Anwendung, die sich von den Beobachtungen der Durchgänge der Venus auf die Bestimmung der Sonnen-Parallaxe, mithin der Größe unsers ganzen Sonnen-Systems machen läst. Um sich hievon einen deutlichen Begrif zu machen, darf man nur überlegen, welche Wirkung die Parallaxe auf die verschiedene Erscheinung eines Durchgangs an diesem oder jenem Ort der Erde haben müsse. Wenn die Sonne und ♀ so weit von der Erde entfernt wären, daß ihre Parallaxe ganz unmerklich wäre, oder die ganze Erde in dieser Entfernung wie ein Punkt angesehen werden könnte, wie es bey den Fixsternen der Fall ist, so würde der Durchgang an allen Oertern der Erde auf gleiche Art erscheinen. Eben dies würde statt finden, wenn ♀ gleich den Sonnenflecken sich auf der Sonne selbst befände, so daß zwar beyde Weltkörper eine beträchtliche, aber gleich große Parallaxe oder Entfernung von der Erde hätten. Man sieht hieraus, daß die verschiedene Art, wie sich diese Erscheinung auf der Erde zeigt, von dem Unterschiede zwischen den Parallaxen der Sonne und ♀ abhängt. Man denke sich zwey gerade Linien **CS**, **CV**, die den Mittelpunkt der Erde **C** mit den Mittelpunkten der Sonne **S** und der ♀ **V** verbinden, und nehme an, daß diese Linien einen Winkel **SCV** machen, der der Summe der Halbmesser der Sonne und ♀, **R+r**, gleich ist: so sieht man im Mittelpunkt der Erde eine äußere

Berührung beyder Weltkörper, d. h. im Mittelpunkt der Erde fängt der Durchgang an oder endigt sich, wenn die geozentrische Entfernung der Summe der Halbmesser R + r gleich ist. Stellt man sich nun vor, daß das Auge nach der Seite hin rückt, auf welche C V fällt, z. B. beym Anfange nach Osten, so wird ♀ so wol als die Sonne, vermöge der Parallaxe nach der entgegen gesetzten Seite (nach Westen) zu rücken scheinen; da uns aber ♀ näher ist als die Sonne, folglich eine größere Parallaxe hat, so wird sie um so viel mehr, nämlich mit dem Unterschiede beyder Parallaxen P — p, nach Westen rücken, also in die Sonne ein zu treten scheinen, so daß an dem Orte, der am weitsten nach Osten liegt, ♀ schon um P — p in der Sonne zu stehen scheint, wenn im Mittelpunkt der Erde erst der Eintrit beobachtet wird. Dieser Ort wird also den Eintrit sehen, wenn die geozentrische Entfernung beyder Ränder noch P — p, also die der Mittelpunkte R + r + P — p ist: und dies ist der oben bestimmte Ort A (§. 219.), der den Anfang zuerst sieht. Wäre das Auge nach der entgegen gesetzten Seite (nach Westen) gerückt, so würde sich ♀ nach Osten um P — p von der Sonne entfernt haben; und an dem nach Westen am meisten entfernten Ort a, der den Anfang zuletzt sieht (§. 219.), wird der Eintrit erst erfolgen, wenn ♀ im Mittelpunkt der Erde schon um P — p in die Sonne eingerückt scheint, d. h. wenn die geozentrische Entfernung der Mittelpunkte R + r — (P — p) ist. Der Unterschied zwischen R + r + (P — p) und R + r — (P — p) ist 2 (P — p), der doppelte Unterschied der Parallaxen der Sonne und ♀; und a wird den Eintrit so viel später als A sehen, als ♀ Zeit gebraucht, sich der Sonne um den Bogen 2 (P — p) zu nähern, oder diesen Bogen mit der Summe der geozentrischen Geschwindigkeiten der Sonne und ♀ zu durchlaufen, weil bey den untern ♂ beyde Weltkörper sich entgegen gehen, die Sonne nach Osten, ♀ nach Westen. Die stündliche rückgängige Bewegung der ♀ in der untern ♂ ist ungefähr 1′ 30″, die

rechtgängige der Sonne 2′24″, mithin die relative = 3′54″ = 234″. Die Parallaxe der ♀ ist in der untern ☌ etwa 31″, die der Sonne 8″, also P — p = 23″ und 2 (P — p) = 46″, welcher Bogen mit der stündlichen Bewegung von 234″ in etwa 12 Min. durchlaufen wird. Weil aber die Bewegungen der Sonne und ♀ nicht genau nach entgegen gesetzten Seiten gehen, indem sie in verschiedenen Ebnen liegen, so wird diese Zeit noch größer; und im Jahr 1769 muste der Ort a den Eintrit um 15 Min. später sehen als A. Durch diese Methode, wodurch man aus dem angenommenen Werth der Parallaxen P — p die Zeit T berechnet, um welche ein Ort a, nach seiner Lage auf der Erde, den Eintrit später sehen muß als ein andrer A, läst sich umgekehrt, wenn diese Zeit wirklich beobachtet ist, der Werth von P — p berichtigen: es wird nämlich P — p in eben dem Verhältniß vermehrt oder vermindert werden müssen, in welchem die beobachtete Zeit größer oder kleiner als die berechnete ist; und diese Berichtigung wird desto genauer seyn, je größer die Zwischenzeit T ist, woraus sie hergeleitet wird. Da sich beym Austrit alles auf eben die Art verhält, so sieht man, daß es für die Bestimmung der Parallaxe am vortheilhaftesten seyn wird, wenn die Beobachtungen an den vier Oertern, A, a, B, b angestellt werden (§. 219.), die den Ein- und Austrit zuerst und zulezt sehen, oder doch so sehr in ihrer Nähe, als es die Umstände erlauben.

und aus der verschiedenen Dauer.

§. 222. Nicht allein auf die Zeit, da der Ein- und Austrit an verschiedenen Oertern der Erde erscheint, sondern auch auf die Dauer des ganzen Durchgangs hat die Parallaxe Einfluß. Die verschiedene Dauer hängt zwar überdem von der täglichen Bewegung der Erde ab; da aber diese Ursache bekannt ist, so läst sich aus der beobachteten Wirkung (dem Unterschiede der Dauer an zwey Oertern), die andre Ursache (die Parallaxe) herleiten. Diese Bestimmung wird ebenfalls desto genauer seyn, je größer der Unterschied der Dauer ist:

daher man auch hier diejenigen Oerter auswählen muß, wo der Durchgang die längſte und kürzeſte Zeit dauert. Um ſich einen deutlichen Begrif von dem Einfluß zu machen, den ſowol die Parallaxe als die tägliche Bewegung der Erde auf die Dauer eines Durchgangs hat, nehme man zuerſt an, daß die Erde ſich nicht drehe, und daß die ☌ in den Knoten ſelbſt falle, ſo daß man im Mittelpunkt der Erde einen Durchgang der ♀ durch den Mittelpunkt der Sonne ſehen würde. Auch der Ort auf der Erde, der in der geraden Linie zwiſchen den Mittelpunkten der Erde und Sonne liegt, wird dieſelbe Erſcheinung, folglich die gröſte mögliche Dauer haben, weil der Durchmeſſer unter allen Sehnen die gröſte iſt. Je entfernter aber ein Beobachter von jenem Orte iſt, deſto kleiner wird die Sehne welche ♀ in der Sonne zu beſchreiben ſcheint, und deſto kürzer die Dauer, bis endlich die Sehne verſchwindet, und der ganze Durchgang in einer bloßen Berührung beſteht. Wenn ♀ eine nordliche Breite hat, ſo wird ſie im Mittelpunkt der Erde oberhalb des Sonnen-Mittelpunkts weg zu gehen ſcheinen, alſo eine kleinere Sehne beſchreiben. Erhebt ſich nun der Beobachter auf der Erde nach Norden, ſo ſcheint, vermöge der Parallaxe, ♀ um eben ſo viel nach Süden herab zu ſinken. Die Sehne ihres Durchgangs kömmt dem Mittelpunkt näher, und fällt endlich mit dem Durchmeſſer zuſammen, da dann die Dauer am gröſten iſt. Erhöbe ſich nun das Auge noch weiter nördlich, ſo würde jene Sehne unter dem Mittelpunkt herab treten, und wider kleiner werden. Hätte ſich aber der Beobachter nach Süden entfernt, ſo hätte ſich auch die Sehne immer weiter nach Norden vom Mittelpunkt entfernt, die Dauer des Durchgangs wäre immer kürzer geworden, und hätte endlich bis auf nichts abgenommen. Man begreift alſo, wie vermöge der Parallaxe, an verſchiedenen Oertern der Erde, der Durchgang längere oder kürzere Zeit dauern kann, nachdem ♀ eine gröſsere oder kleinere Sehne durch die Sonne zu beſchreiben ſcheint.

Durch die Umdrehung der Erde ist das Auge selbst in einer Bewegung, die desto schneller ist, je größer der Parallel des Beobachtungs-Orts, oder je näher er dem Aeqvator ist. Nun begreift man leicht, daß diese Bewegung die Dauer des Durchgangs verlängern oder verkürzen müsse, nachdem sie dieselbe Richtung hat, wie die Bewegung der ♀ durch die Sonne, oder die entgegen gesetzte. Bey der untern ☌ geht ♀ von Osten nach Westen, oder von der linken nach der rechten Seite durch die Sonne. Die Erde dreht sich zwar immer nach der entgegen gesetzten Richtung von der rechten nach der linken Seite; allein in Beziehung auf die Sonne findet diese Richtung an jedem Orte nur dann vollkommen statt, wenn dieser Ort der Sonne gerade zu gekehrt ist, d. h. wenn er die Sonne im Zenit, oder doch im Meridian hat. Je weiter er sich von dieser Lage entfernt, desto schiefer wird die Richtung seiner täglichen Bewegung gegen die Sonne: im Horizont geht sie weder rechts noch links, sondern gerade von der Sonne ab oder auf sie zu; in der von der Sonne abgewandten Hälfte der Erdkugel (in der Nachtseite) geht sie sogar in die entgegen gesetzte Bewegung über. In dem Tagebogen seines Parallels geht also jeder Ort der Erde der Bewegung der Venus entgegen, im Nachtbogen aber geht er mit ihr nach derselben Richtung. Im erstern Falle wird die scheinbare Bewegung durch die Sonne schneller als im Mittelpunkt der Erde, im letztern langsamer: der Durchgang wird also dort schneller vorüber gehn, und hier länger dauern. Vermöge der täglichen Bewegung werden also diejenigen Oerter der Erde die kürzeste Dauer haben, die die Venus am Mittage in der Mitte der Sonne sehen, und diejenigen Oerter die längste Dauer, in deren Mitternacht die ☌ der Sonne und ♀ fällt. Damit aber an den letztern Oertern die Dauer wirklich beobachtet werden könne, müssen sie nahe genug bey dem von der Sonne erleuchteten Pol liegen, damit entweder die Sonne ihnen gar nicht untergehe, oder doch ihr Nachtbogen so klein sey, daß die Sonne

zwar kurz nach dem Eintrit der ♀ unter geht, aber ſchon vor dem Austrit wider aufgegangen iſt: ſo daß man an dieſen Oertern Anfang und Ende ſieht, folglich die Dauer beobachtet, wenn gleich ♀ ſich nur kurze Zeit in der Sonne gezeigt hat. Im Jahr 1769 belief ſich der Unterſchied zwiſchen der längſten und kürzeſten Dauer auf der ganzen Erde auf 25 Minuten; zwiſchen den Oertern aber, wo man wirklich Beobachtungen anſtellen konnte, und die jenen Punkten am nächſten kamen, nämlich Taiti und Lappland, war der Unterſchied 23½ Min.

Die Vergleichung der wirklichen Beobachtungen mit der Rechnung, die nach einem angenommenen Werth der Parallaxen angeſtellt iſt, gibt auf eben die Art wie bey den verſchiedenen Zeiten des Ein- und Austrits (§. 221.), die Berichtigung des angenommenen Werths von P—p.

Größe der Sonnen-Parallaxe.

§. 223. Vermittelſt des dritten Keplerſchen Geſetzes (§. 140.) findet man aus den bekannten Umlaufs-Zeiten der Planeten um die Sonne, das Verhältniß ihrer Entfernungen, folglich auch das Verhaltniß ihrer Parallaxen, welches das umgekehrte der Entfernungen iſt (§. 35.). Da man nun aus den Beobachtungen des Durchgangs der ♀ auch den Unterſchied zweyer Parallaxen P—p gefunden hat, ſo iſt es leicht, daraus die Parallaxen ſelbſt zu berechnen. Die ſideriſchen Umläufe der Erde und Venus von 365¼ und 224⅔ Tagen (§. 122. und Sph. §. 98.) verhalten ſich ungefähr wie die Zahlen 1 und 0,615; ihre Quadrate alſo wie 1 und 0,38; und dies ſind die Kubikzahlen von 1 und 0,72 oder genauer 1 und 0,7233. Wenn man nämlich 0,7233 mit ſich ſelbſt, und dieſes Quadrat nochmals mit 0,7233 multiplizirt, ſo erhält man zuerſt 0,523 und dann 0,378. Die Entfernungen der Erde und ♀ von der Sonne verhalten ſich alſo wie 1 und 0,7233 (§. 147.): mithin iſt ♀ in der untern ☌ von der Erde entfernt um 1 weniger 0,7233 oder 0,2767; d. h. die Entfernungen der Sonne und der ♀ von der Erde verhalten ſich wie 1 und 0,2767: ihre Parallaxen p, P, alſo umgekehrt oder P:p = 1:0,2767.

Nun haben die Beobachtungen des Durchgangs von 1769 den Unterschied beyder Parallaxen P — p = 21″ gegeben, woraus ungefähr p = 8″ und P = 29″ folgt: denn 29 : 8 = 1 : 0,276 und 29 — 8 = 21. Zur Zeit des Durchgangs (im Anfange des Junius) war die Sonne in der Erdferne, also die Parallaxe am kleinsten. Da man nun die Figur der Sonnenbahn, das Verhältniß der grösten, kleinsten, und mittleren Entfernung ꝛc. genau kennt, so findet man hieraus auch das Verhältniß der kleinsten und mittleren Parallaxe, welche letztere aus dem Durchgange der ♀ von 1769, durch unzählige Rechnungen und Beobachtungen zu 8″,8 bestimmt ist (§. 33.). Aus der Sonnen-Parallaxe findet man die Entfernung der Erde von der Sonne (§. 34.), und daraus kraft des dritten Keplerschen Gesetzes, die Entfernung aller übrigen Planeten von der Sonne: wodurch der Maasstab und die Gröſse des ganzen Sonnen-Systems bekannt ist.

Ende des zweyten Theils.

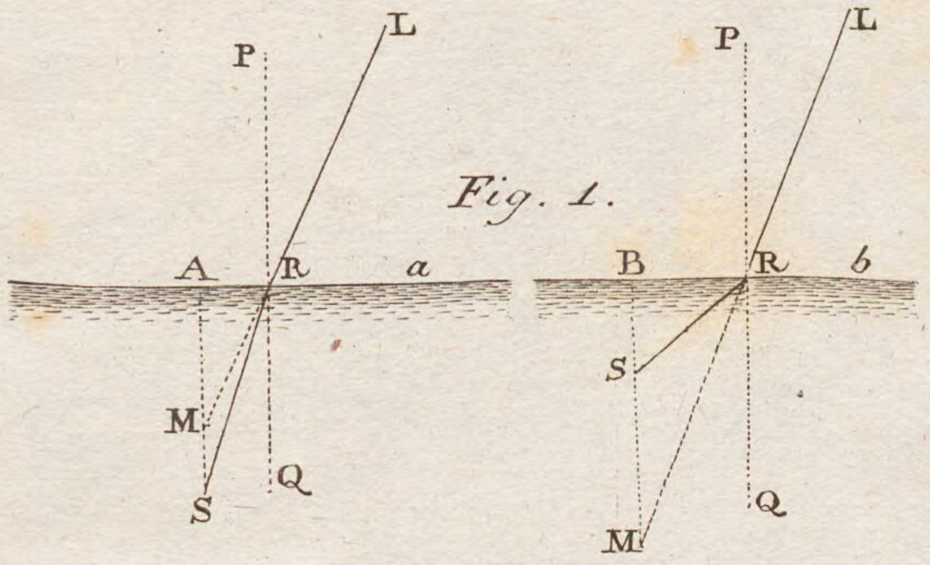


Fig. 1.

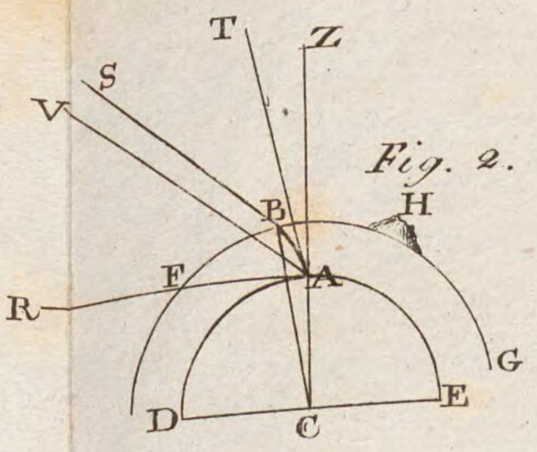


Fig. 2.

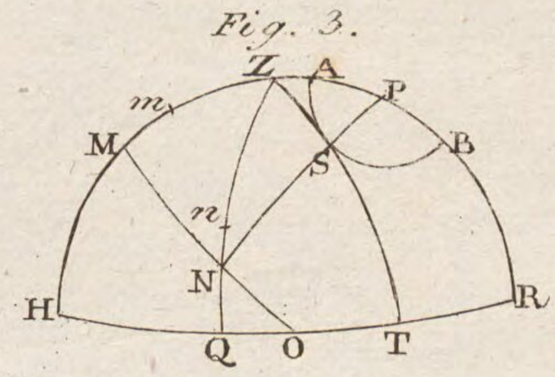


Fig. 3.

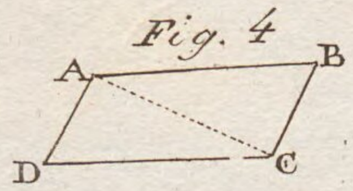


Fig. 4

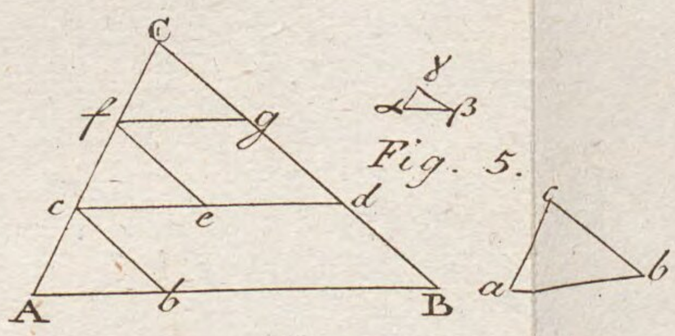


Fig. 5.

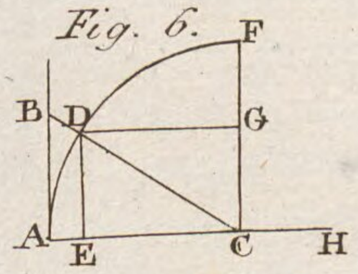


Fig. 6.

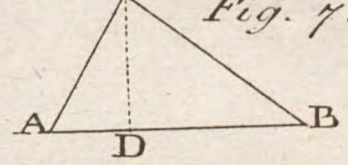


Fig. 7.

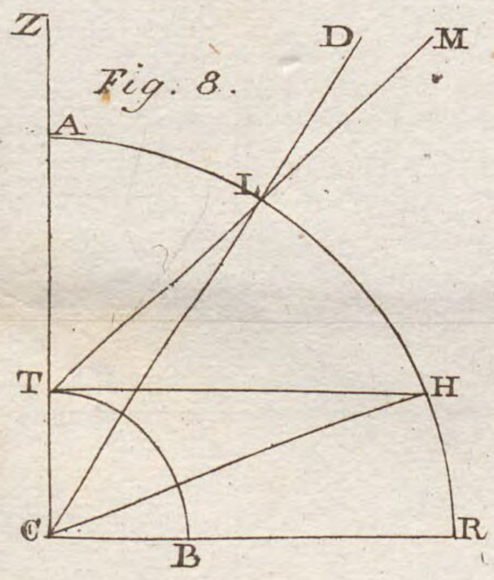


Fig. 8.

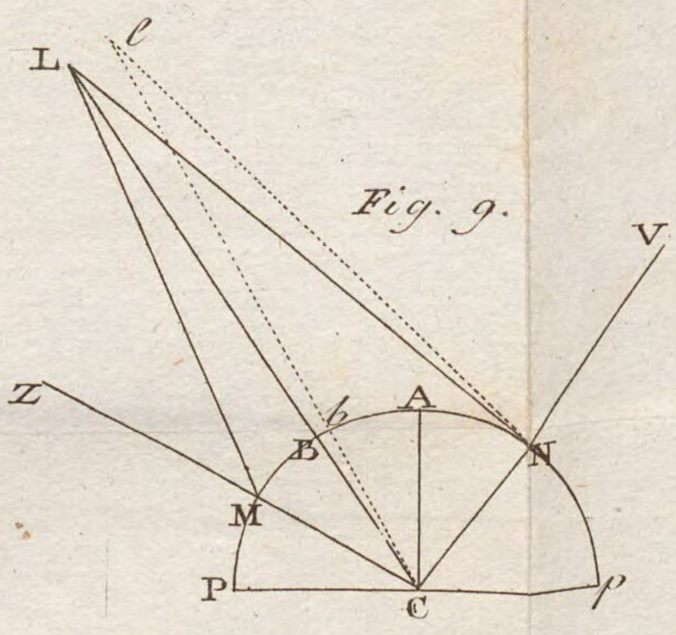


Fig. 9.

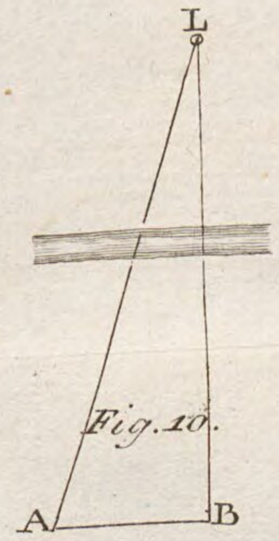


Fig. 10.

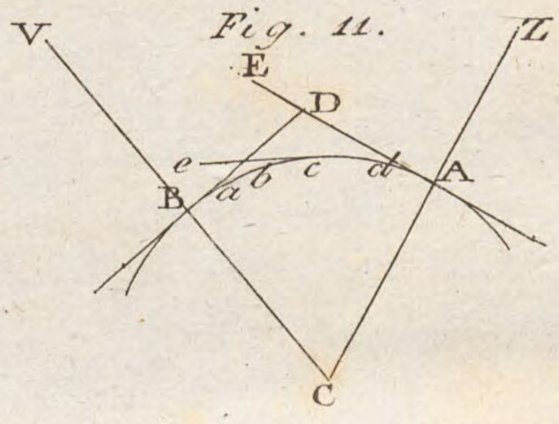


Fig. 11.

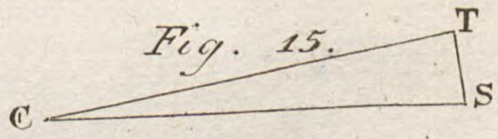


Fig. 15.

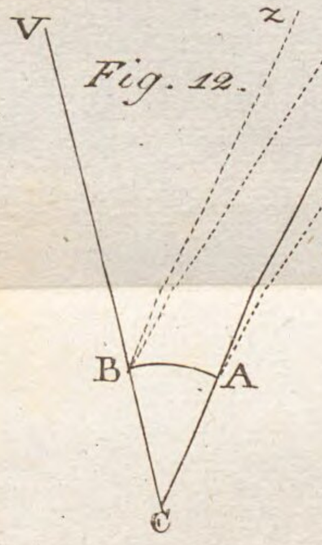


Fig. 12.

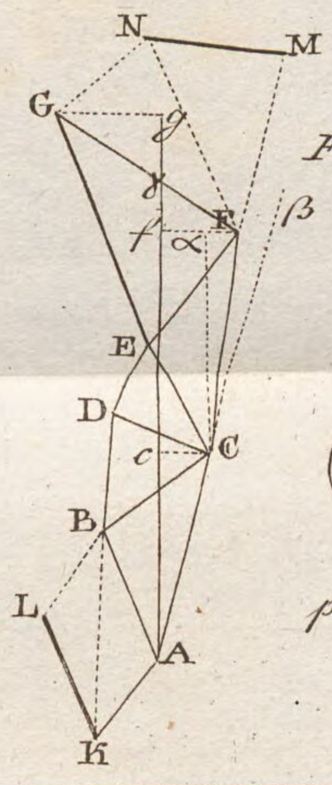


Fig. 13.

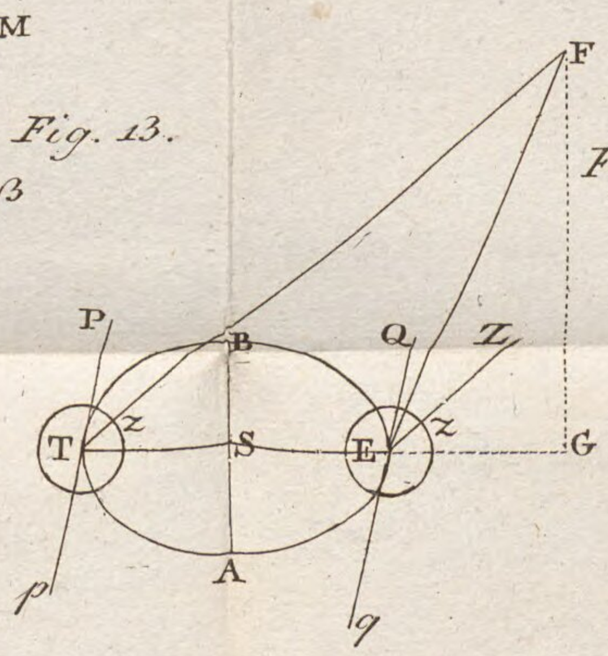


Fig. 14.

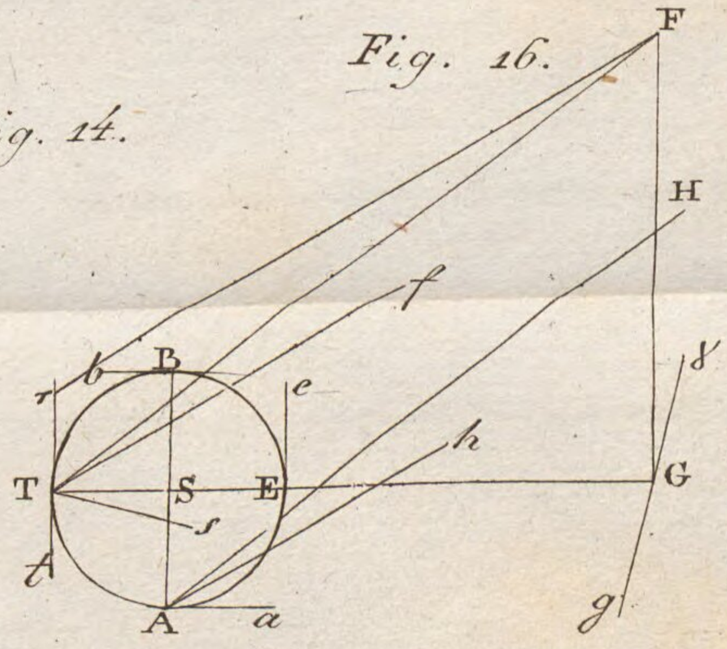


Fig. 16.

Schuberts Pop. Astr. II. Th. Taf. I

Fig. 17.

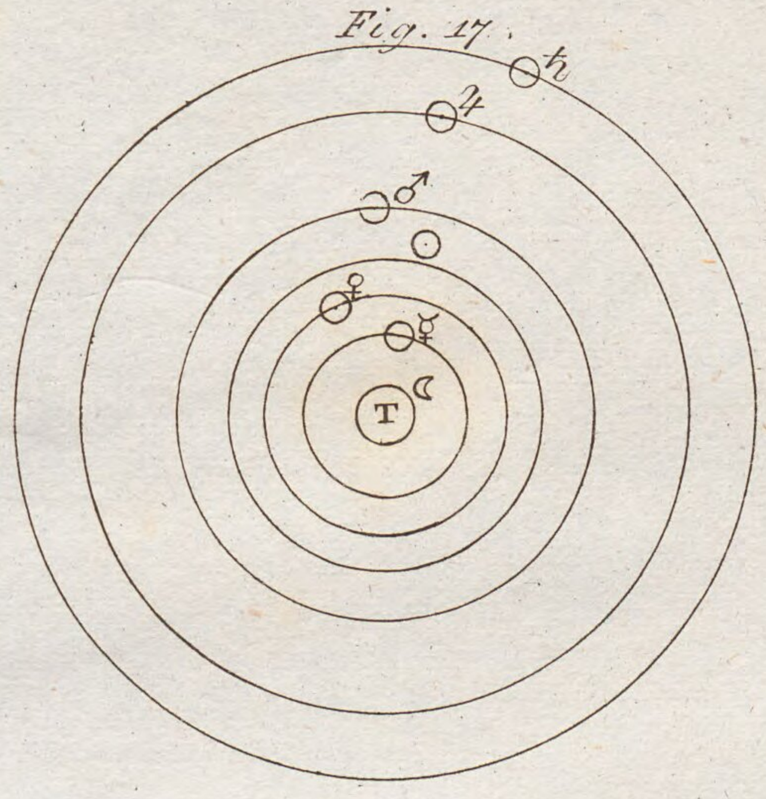


Fig. 18.

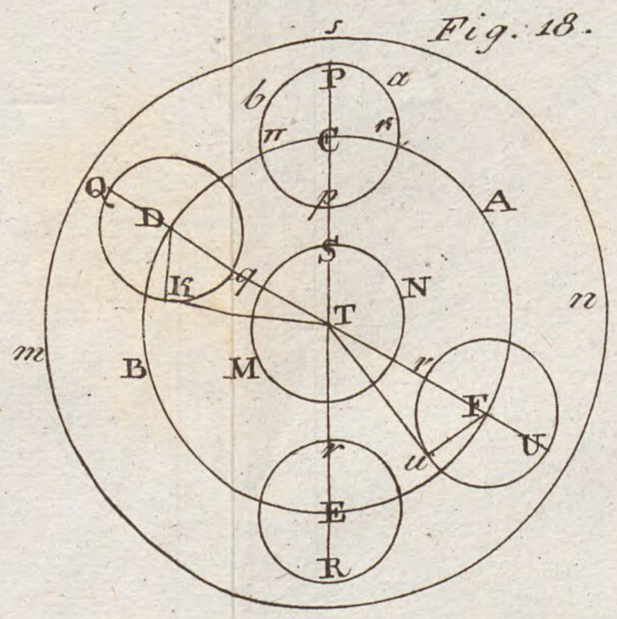


Fig. 19.

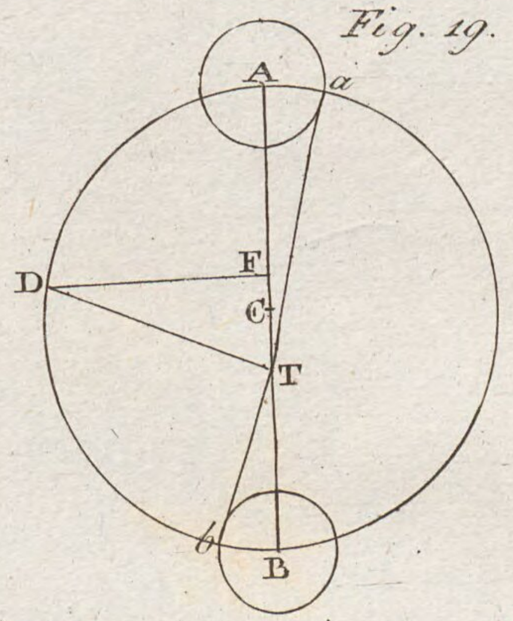


Fig. 20.

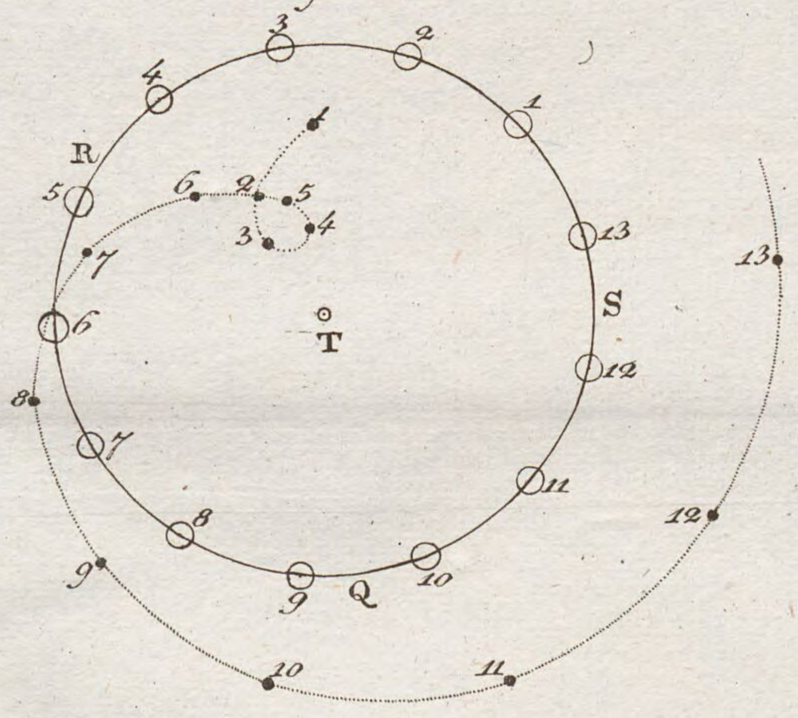


Fig. 21.

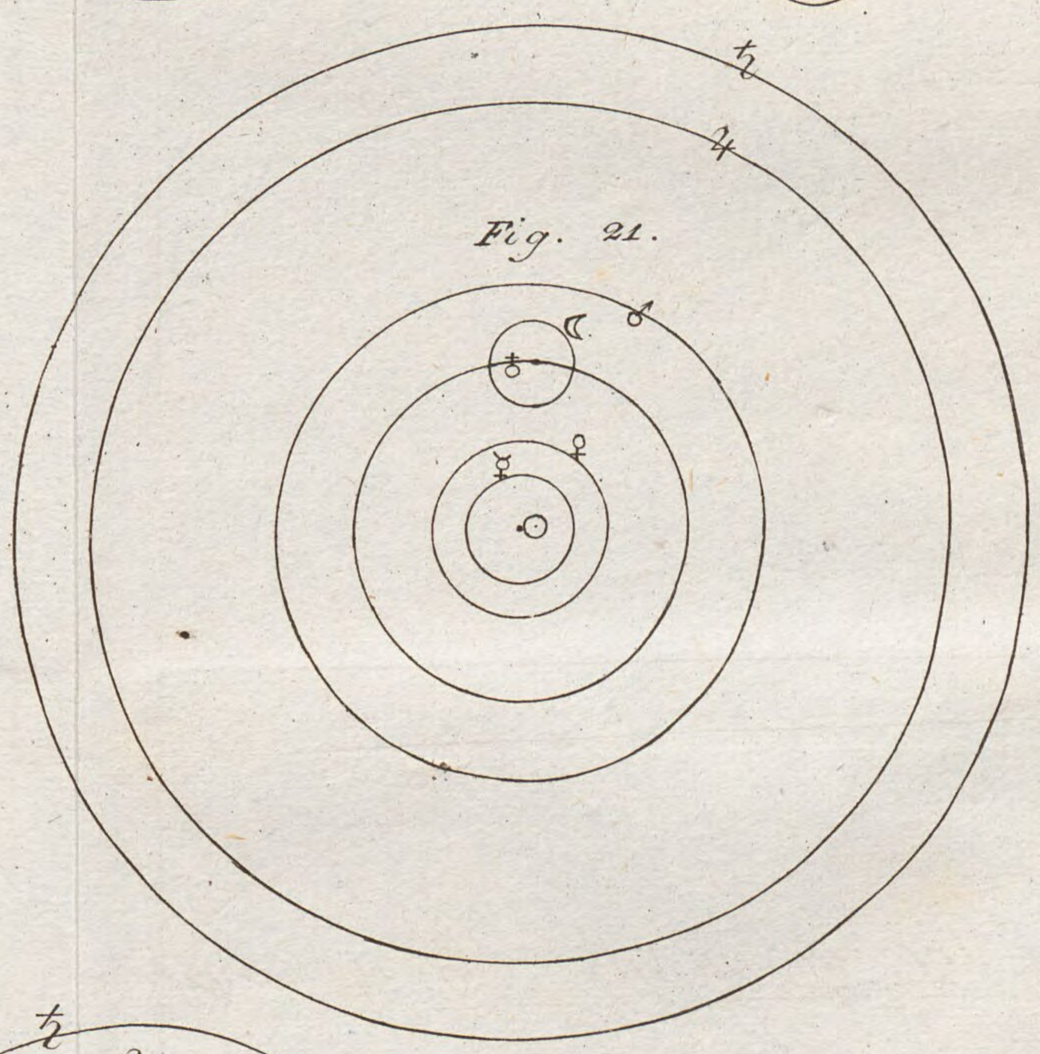


Fig. 22.

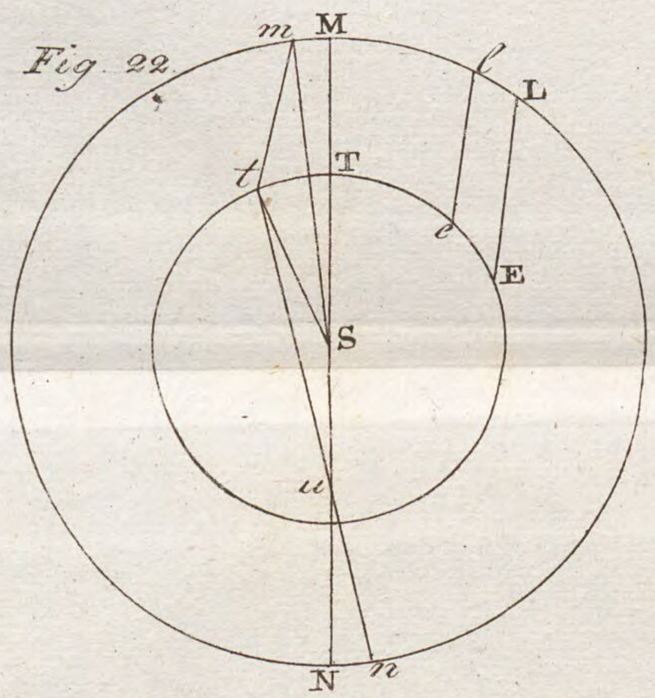


Fig. 23.

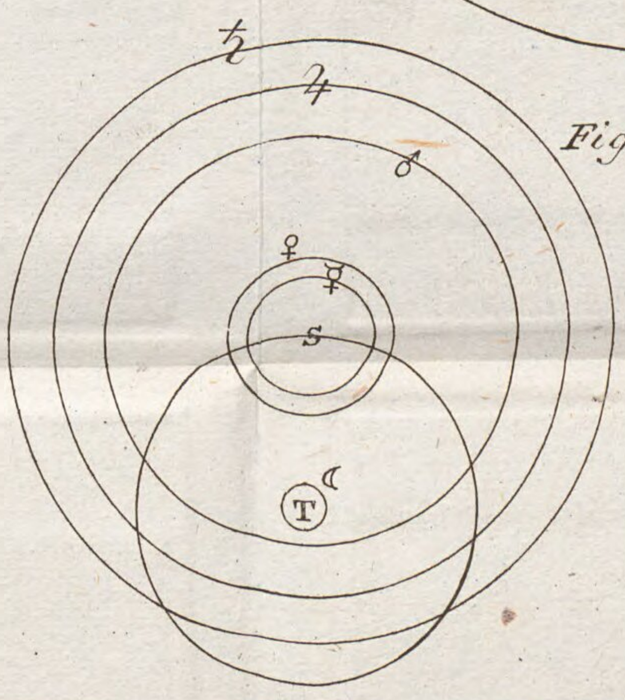
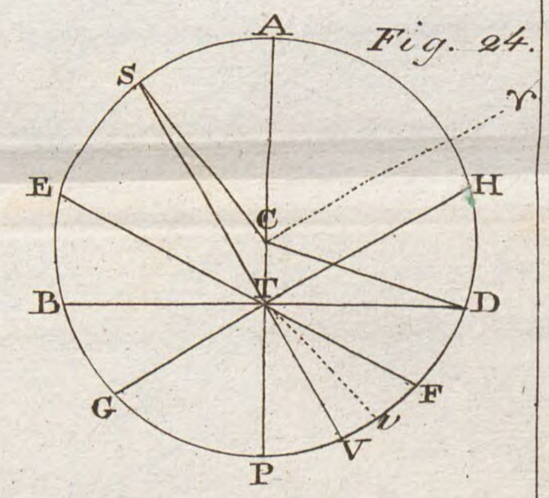


Fig. 24.



Schuberts Pop. Astr. II. Th. Taf. II.

Fig. 25.

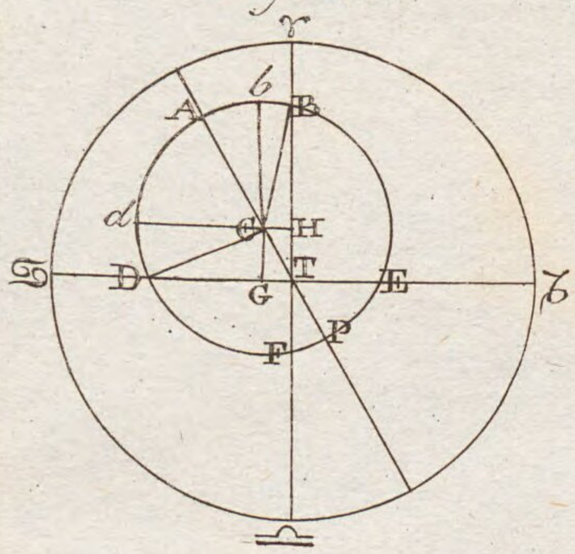


Fig. 26.

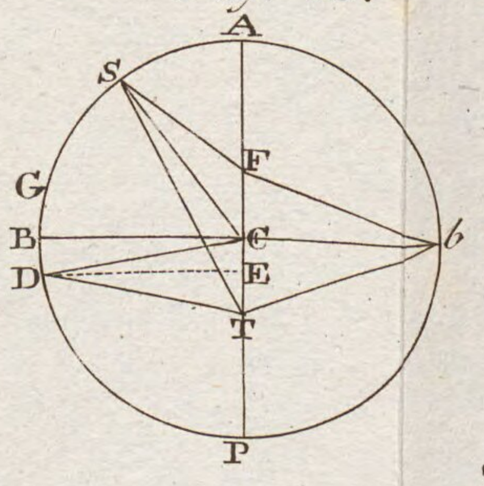


Fig. 27.

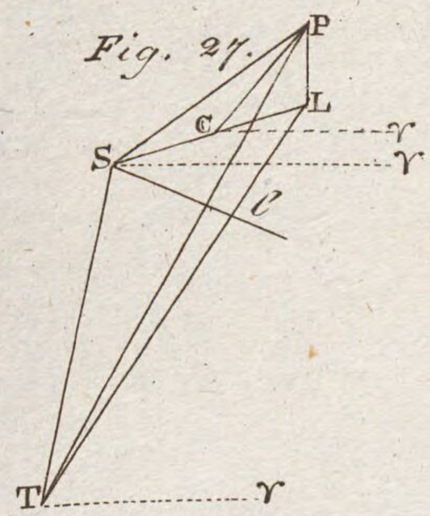


Fig. 28.

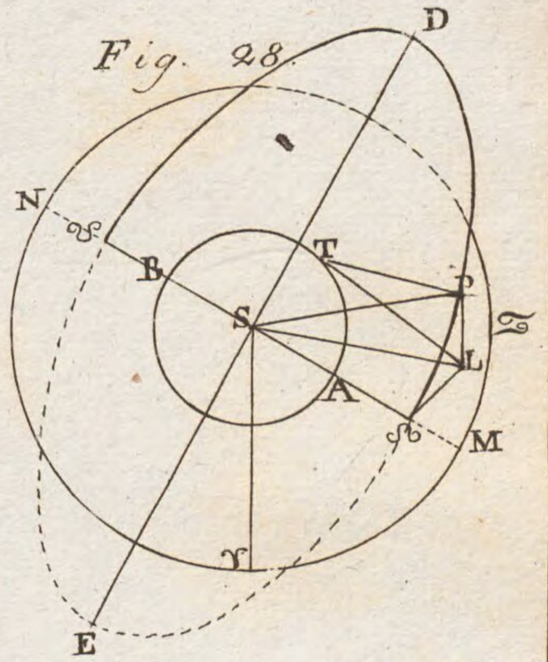


Fig. 29.

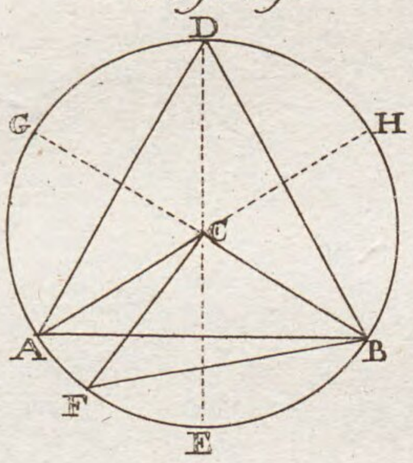


Fig. 30.

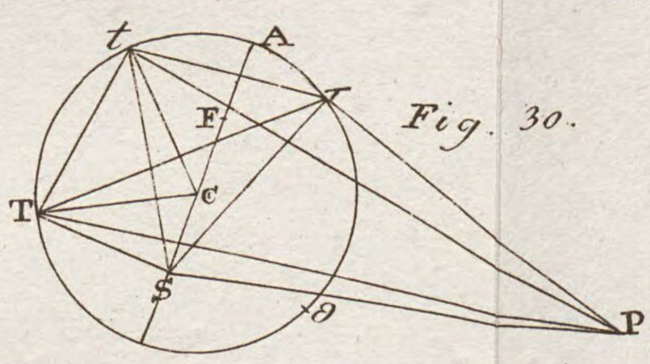


Fig. 31.

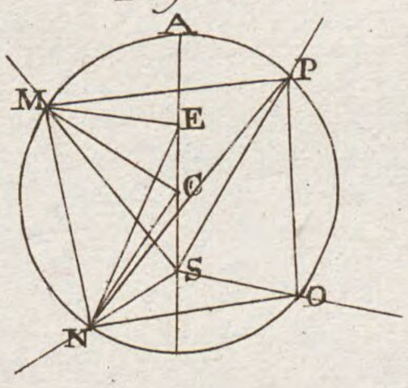


Fig. 32.

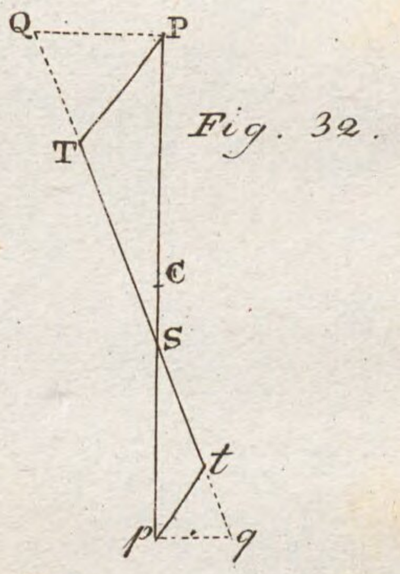


Fig. 33.

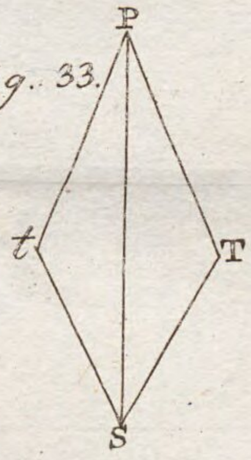


Fig. 34.

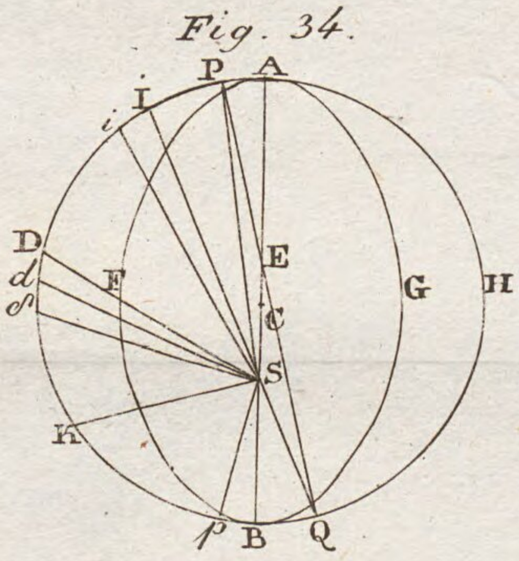


Fig. 40.

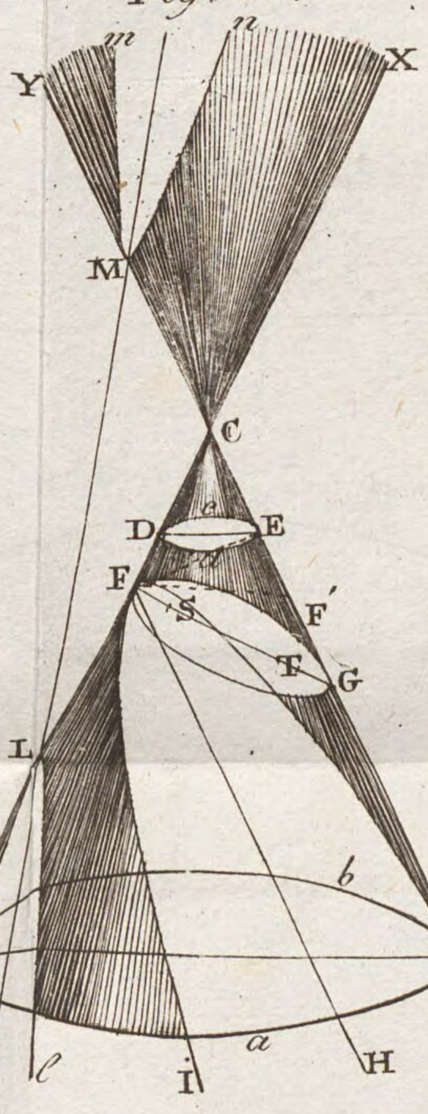


Fig. 35.

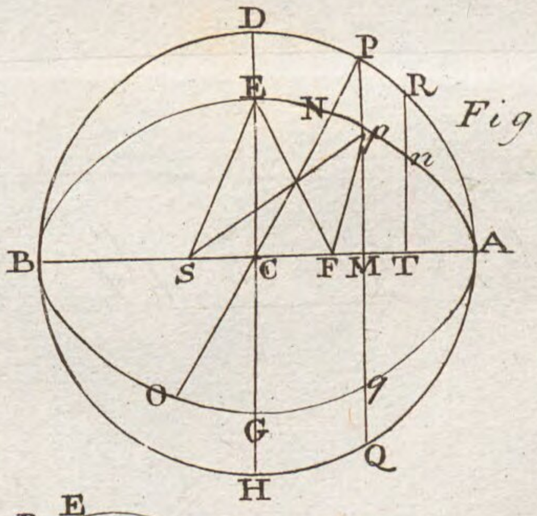


Fig. 36.

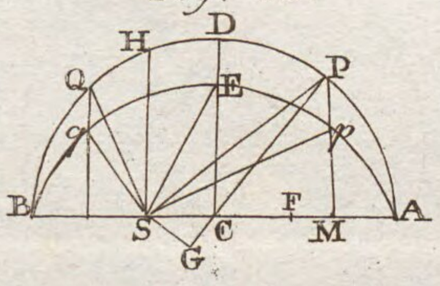


Fig 37.

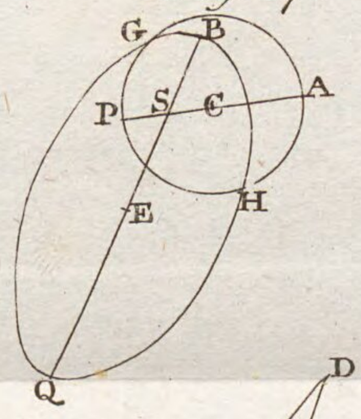


Fig. 41.

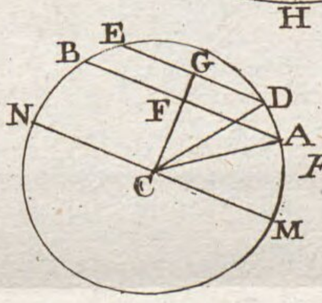


Fig. 38.

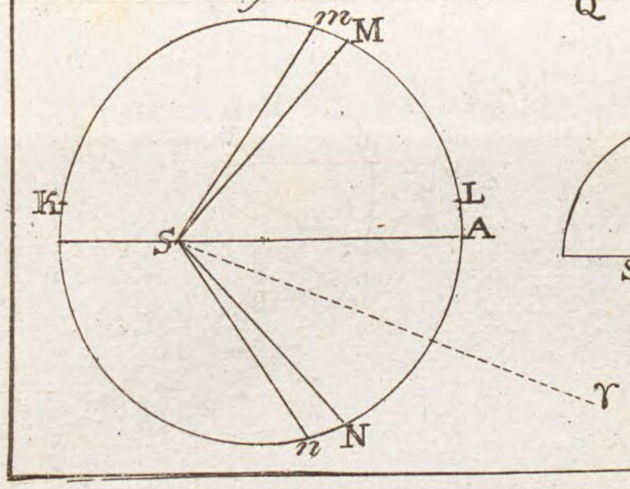


Fig. 39.

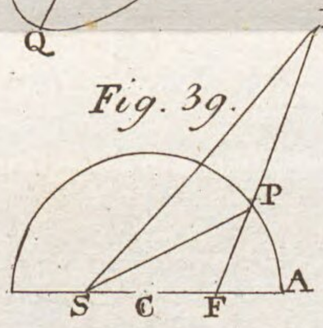
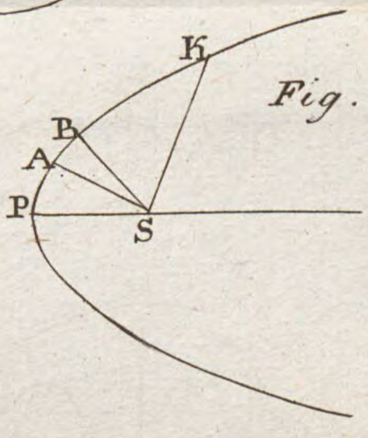


Fig. 42.



Schuberts Pop. Astr. II. Th. Taf. III.

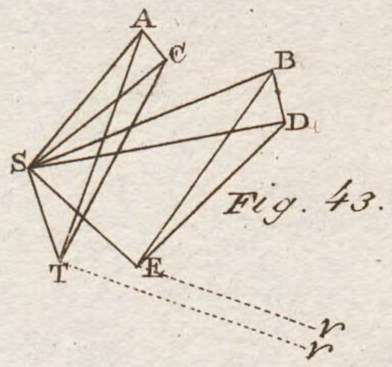


Fig. 43.

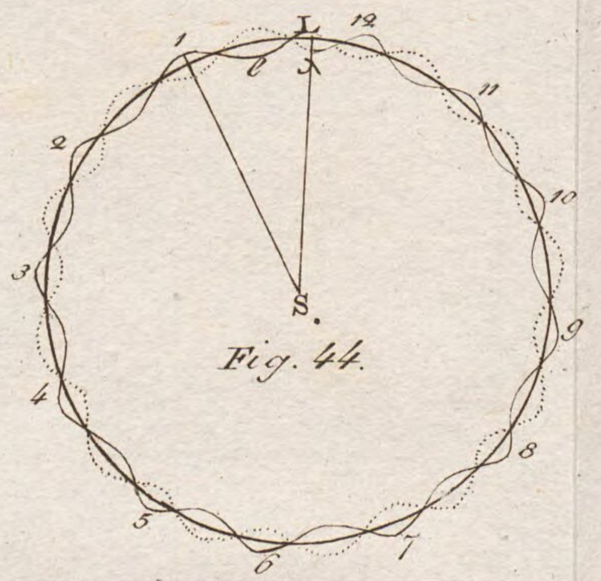


Fig. 44.

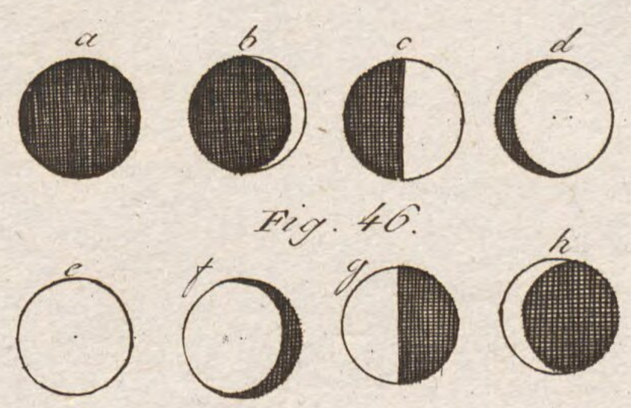


Fig. 46.

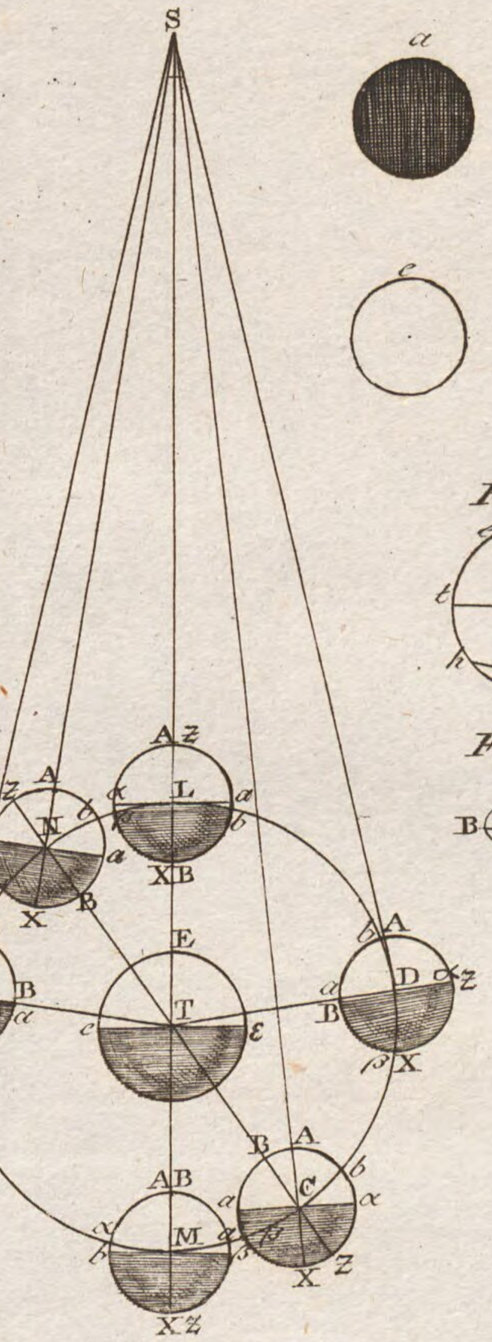


Fig. 45.

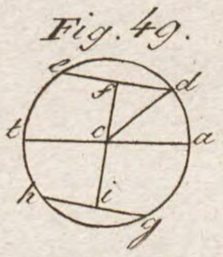


Fig. 49.

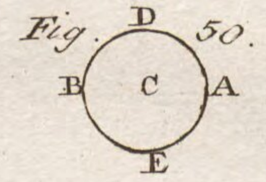


Fig. 50.

Fig. 51.

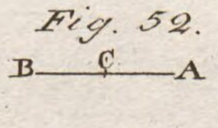


Fig. 52.

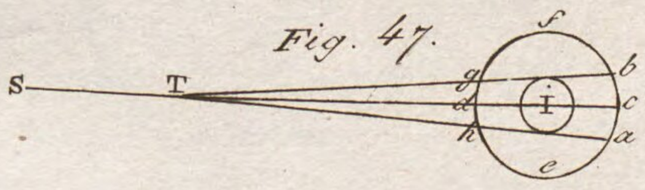


Fig. 47.

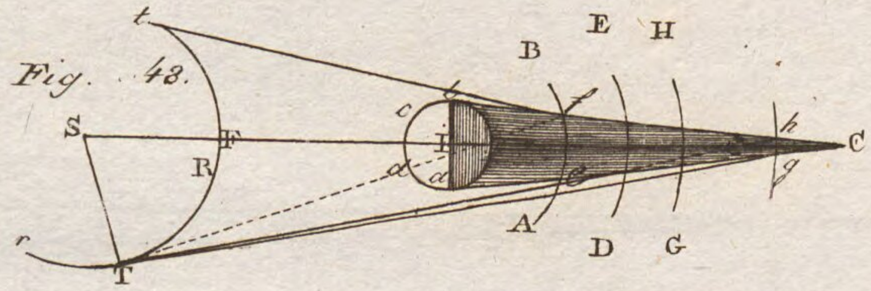


Fig. 48.

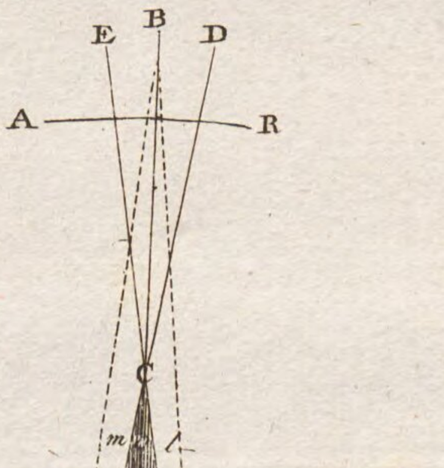


Fig. 56.

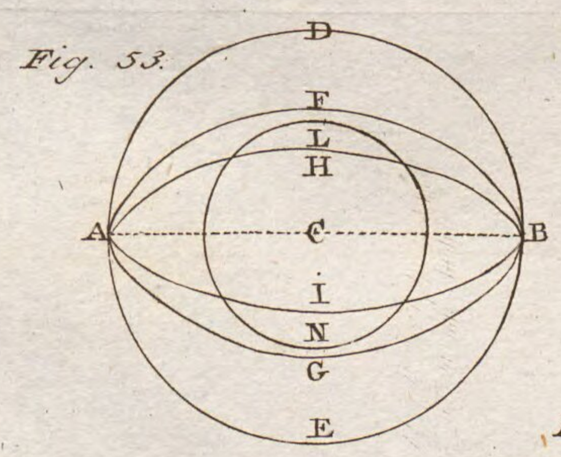


Fig. 53.

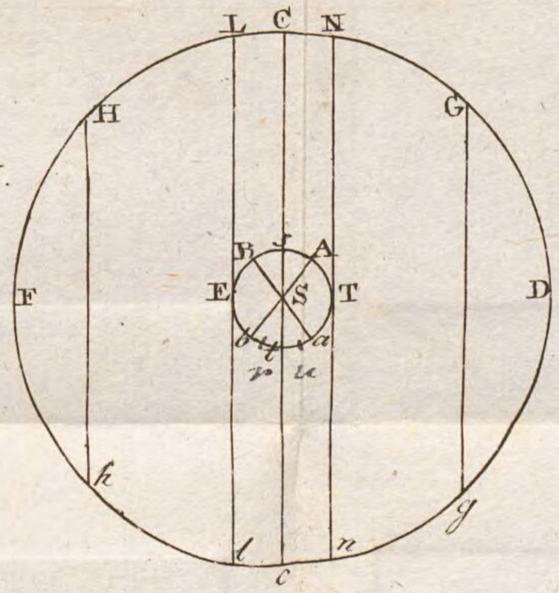


Fig. 55.

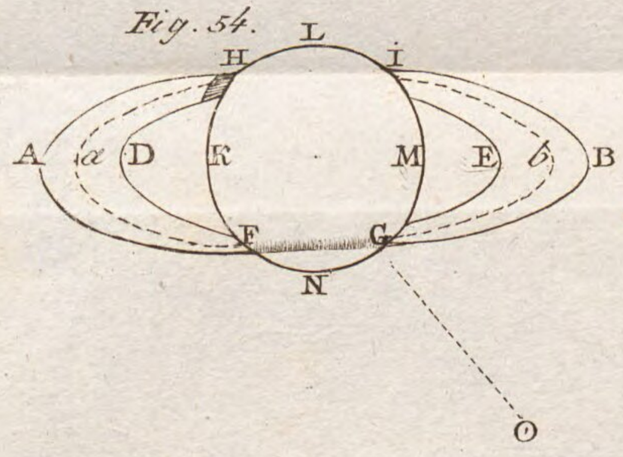


Fig. 54.

Schuberts Pop. Astr. II. Th. Taf. IV.

Fig: 57.

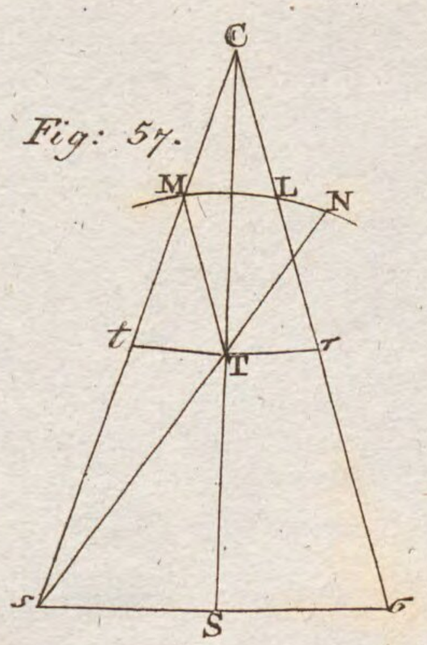


Fig: 58.

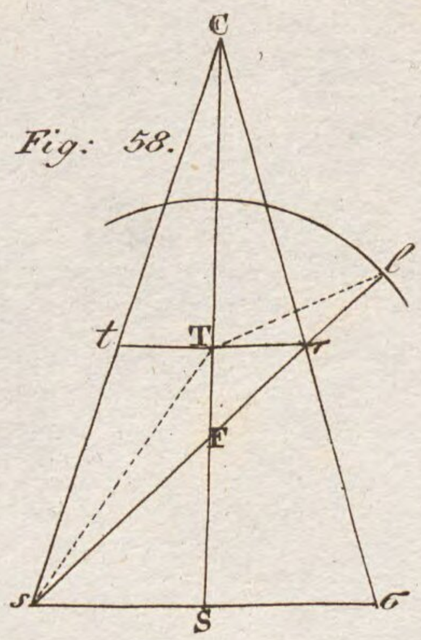


Fig: 59.

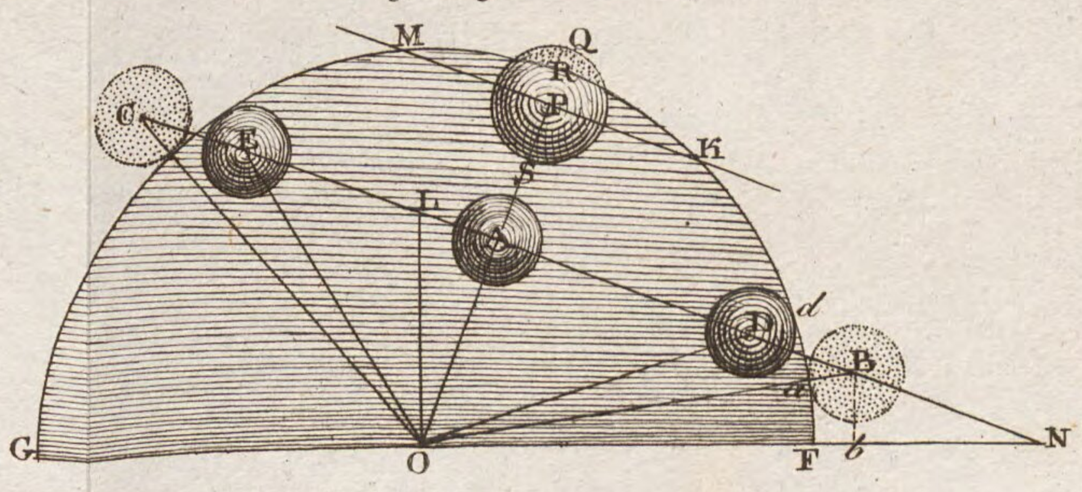


Fig: 60.

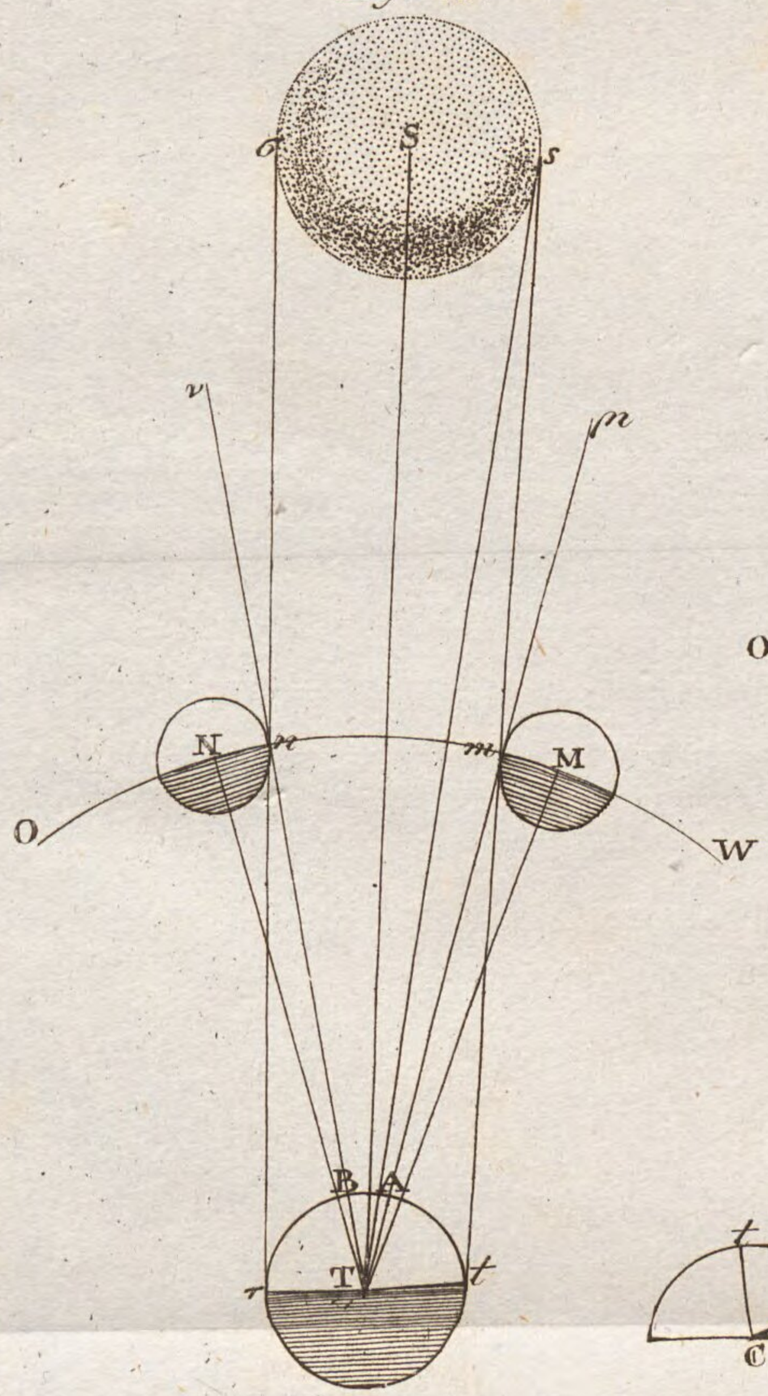


Fig: 61.

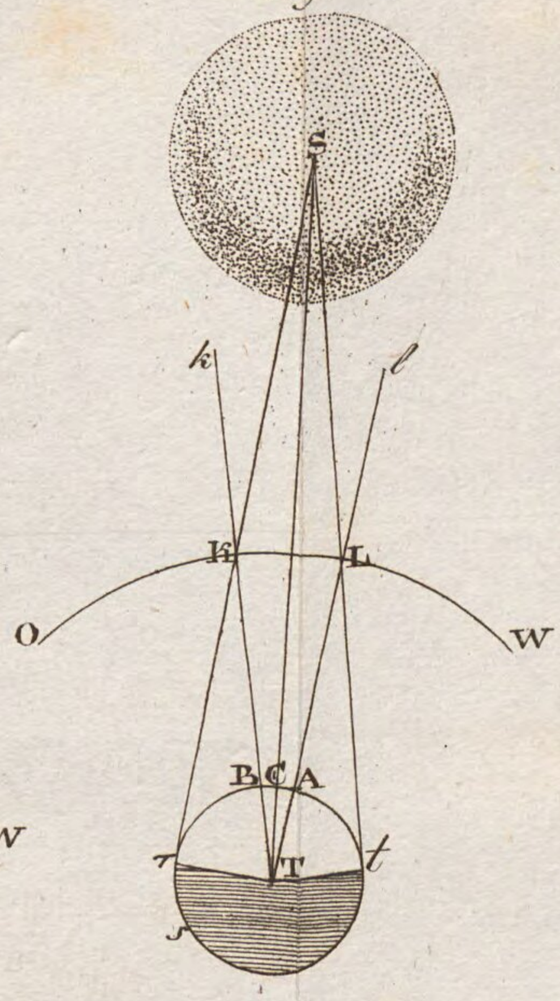


Fig: 62.

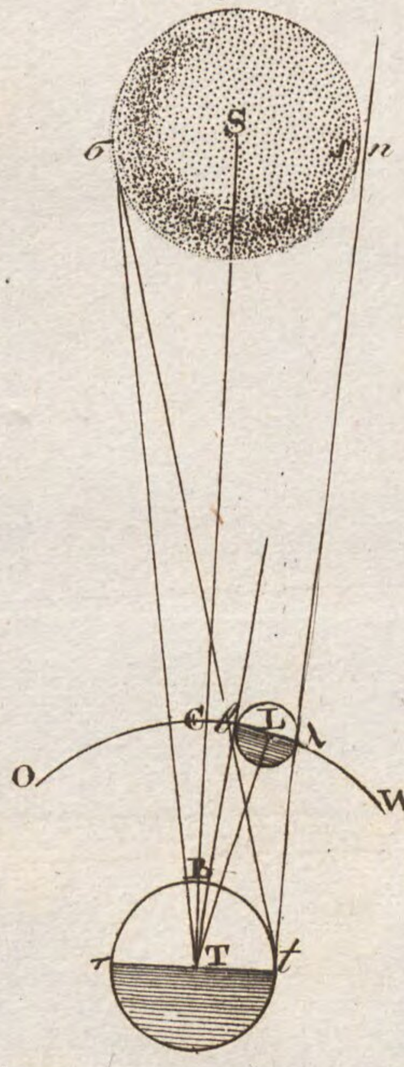


Fig: 63.

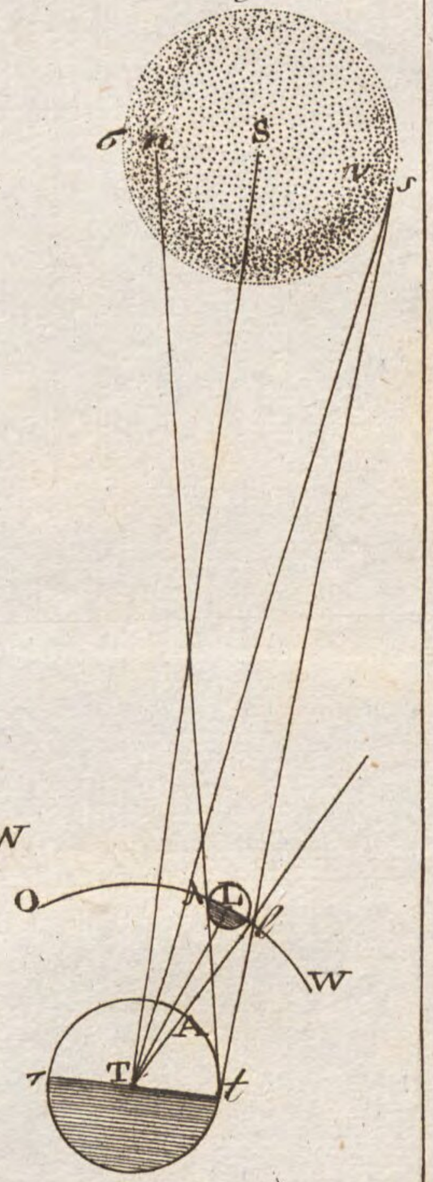


Fig: 64.

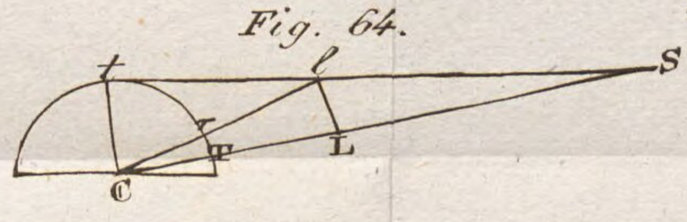


Fig: 65.

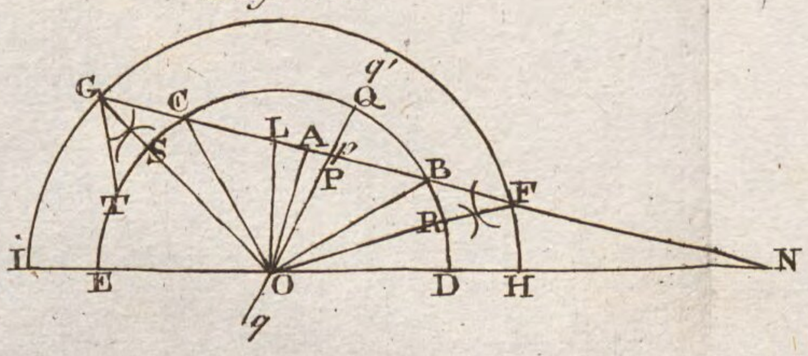


Fig: 66.

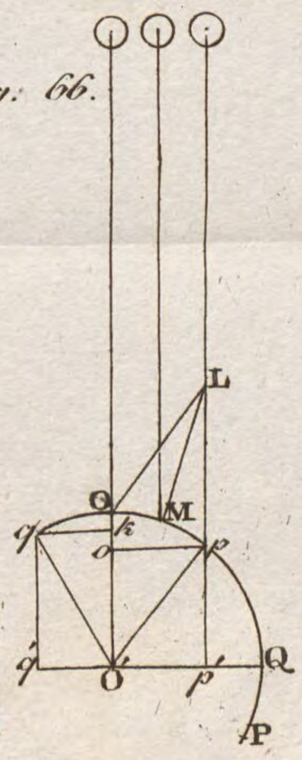
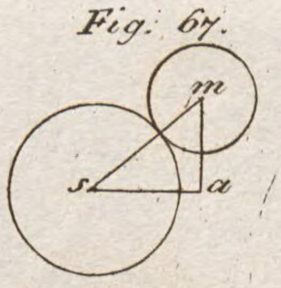


Fig: 67.



Schuberts Pop. Astr. II. Th. Taf V.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schubert, Friedrich Theodor <<von>>,

Populäre Astronomie

Bd.: 2

St. Petersburg (1810)
Astr.u. 184-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10061137-2